РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

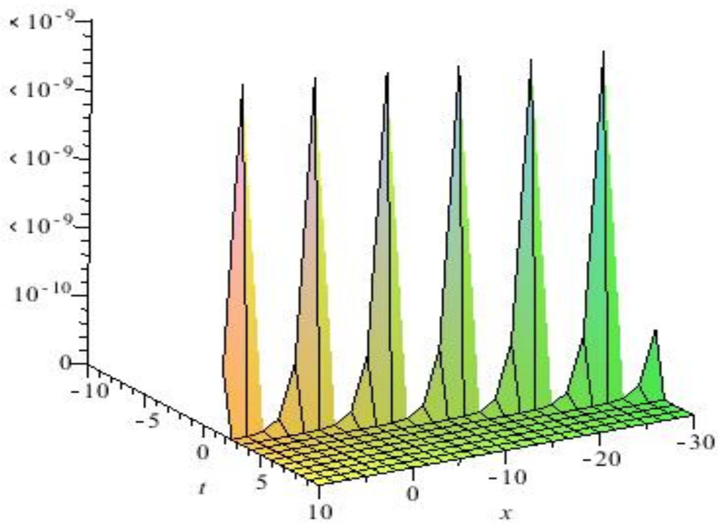
The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6



Сурет - 1 Үш өлшемді кеңістіктегі сызықты емес шредингер теңдеуінің сұлбасы.

Қорытынды. Сызықты емес Шредингер теңдеуінің үш кеңістікті өлшеміндегі толқынның жалама аналитикалық шешімі табылды. Сұлбада туындының және теудеудің сандық мәні көрсетілген. Теңдеудің шешімі асимптотикалық нөлге ұмтылатын жалама шектелген функция болып табылатынын сұлбадан байқай аламыз, сонымен қатар $u \leftrightarrow -u$ қатысты симметриялық түрленуіне ие екенін көре аламыз.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Reyman A.G., Semenov-Tian-Shansky M.A., Reduction of Hamiltonian systems, affine Lie algebras and Lax equations I // Invent. Math., V.54, 1979, P. 81–100.
2. Reyman A.G., Semenov-Tian-Shansky M.A., Integrable systems II, in Encyclopaedia of Mathematical Sciences // Springer Editors V.I. Arnold and S.P. Novikov, Berlin, Vol. 16, 1994, P. 116–259.
3. Saksida P., Nahm's equations and generalizations of the Neumann system // Proc. Lond. Math. Soc, V.78, 1999, P. 701–720.
4. Novikov S.P., The Hamiltonian formalism and multivalued analogue of Morse theory // Uspekhi Mat. Nauk, V.37, 1982, P. 3–49.

УДК 512

МЕТОД АНЗАЦ БЕТЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ К XXZ МОДЕЛИ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Суйкимбаева Нургуль Торекуловна
Докторант кафедры общей и теоретической физики ЕНУ им. Л.Н.Гумилева
Научный руководитель – П.Ю. Цыба

Введение. В данной работе рассматривается связь, существующая между квантовыми интегрируемыми системами и интегрируемыми системами классической механики. Мы говорим о квантовой модели спиновой цепочки, наиболее ранним и известным примером которой служит анизотропной XXZ модели Гейзенберга. В 1931 году в работе [1] Г. Бете предложил уникальный метод построения собственных функций квантового гамильтониана спиновой цепочки Гейзенберга. Этот метод получил название анзаца Бете и дал начало новому подходу к изучению весь класса квантовых систем. Несмотря на то что модели, решаемые анзацем Бете, являются (1+1)-мерными, они находят достаточно широкое применение в различных областях квантовой физики, например, в физике твердого тела, моделях сверхпроводимости и нелинейной оптики. Точное решение Бете считается одним из основных результатов в теории спиновых моделей, с успехом применялся к другим многочастичным моделям в одномерной математической физике. Помимо того, в начале XXI века внезапно было найдено, что этот метод оказывается весьма результативным при решении ряда задач и в теориях с большим числом измерений, в частности в суперсимметричных калибровочных теориях поля и теории струн.

Алгебраический анзац Бете. В 1979 г. Л.Д. Фаддеевым, Е.К. Скляниным и Л.А. Тахтаджяном [3], [4] был определён квантовый метод обратной задачи, одной из составных частей которого является алгебраическая версия анзаца Бете. По аналогии с классическим методом обратной задачи в квантовом случае совершается переход от исходных локальных операторов к данным рассеяния – матрице монодромии. Достоинством алгебраического анзаца Бете по сравнению с исходной версией этого метода является его универсальность. А именно, широкий класс моделей, имеющих совершенно различное физическое содержание, удается описать в рамках единой алгебры операторов, являющихся матричными элементами матрицы монодромии. При этом различные квантовые системы соответствуют различным представлениям этой алгебры. Как следствие, алгебраический анзац Бете позволяет единым образом строить систему собственных функций гамильтонианов сразу нескольких физических моделей.

Исторически первым способом нахождения спектра модели Гейзенберга является метод координатного Бете – анзаца [1], в котором вид собственных состояний гамильтониана угадывался каждом из не перемешивающихся секторов (сектором модели называют количество перевернутых «вниз» спинов). Уже для сектора с двумя перевернутыми спинами, где таких собственных состояний C_N^2, этот метод приводит к громоздким выкладкам, поэтому последствии был изобретен [2] куда менее затратный и более богатый алгебраический подход.

Модель Гейзенберга или модель спиновой цепочки, представляет собой одномерную решетку, узлах которой находятся N частиц со спинами $\frac{1}{2}$, взаимодействие между которыми ограничивается ближайшими соседями. Операторы спинов S_j^α, где j нумерует узел решетки, а $\alpha = x, y, z$ отвечают проекциям на разные декартовы оси координат, представляются в виде

$$S_j^\alpha = \frac{\hbar}{2}\sigma_j^\alpha \tag{1}$$

где операторы σ_j^α действует на j узлах решетки как стандартным образом определенные матрицы Паули

$$\sigma^x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \sigma^y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ \sigma^z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

и как тождественный оператор – на других узлах. Операторы S_j^α подчиняются коммутационным соотношениям для SU(2)

$$\left[S_j^\alpha, S_k^\beta\right] = i\hbar\delta_{jk}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}S_j^\gamma \tag{3}$$

где δ_{jk} - символ Кронекера,

$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}$ - символ Леви-Чивиты.

Координатный анзац Бете. В работе [5] рассмотрили гамильтониан одномерной квантовой цепочки Гейзенберга XXZ со спином $S=\frac{1}{2}$ в каждом узле:

$$H_{xxz}=J\sum_{x=1}^{N=2}\left(\sigma_x^+\sigma_{x+1}^-+\sigma_x^-\sigma_{x+1}^++\frac{\Delta}{2}\sigma_x^z\sigma_{x+1}^z\right) \tag{4}$$

Вместо параметра Δ иногда удобно использовать другой параметр η связанный с Δ соотношением

$$\Delta=\cos 2\eta \tag{5}$$

Наложим цилиндрические граничные условия, то есть будем считать что N-й и первый спины взаимодействуют друг с другом. В гамильтониане это можно учесть формально вводя дополнительно $(N+1)$-й спин и отождествляя его с первым.

Конфигурационное пространство цепочки можно представить в виде прямой суммы

$$V=V_1\otimes V_2\otimes\ldots V_N \tag{6}$$

где через V_i обозначено конфигурационное пространство изолированного i-го спина. В каждом V_i рассмотрим базис, в котором σ^z диагонально. Обозначим символами $\left|\uparrow\right\rangle$ и $\left\langle\downarrow\right|$ векторы, отвечающие собственным значениям $\sigma^z=+1$, $\sigma^z=-1$:

$$\sigma^z\left|\uparrow\right\rangle=+\left|\uparrow\right\rangle \qquad \sigma^z\left|\downarrow\right\rangle=-\left|\downarrow\right\rangle$$

Для определенности положим $J=-1$. Тогда вектору

$$\psi_0=\left|\uparrow\uparrow\ldots\uparrow\right\rangle$$

соответствует минимум энергии $E=-\frac{N}{2}\cos 2\eta$. Будем отсчитывать энергию от этого наименьшего уровня, то есть сделаем замену

$$H_{xxz}\to H_{xxz}-E.$$

Гамильтониан приобретает следующий вид

$$H_{xxz}=J\sum_{x=1}^{N=2}\left(\sigma_x^+\sigma_{x+1}^-+\sigma_x^-\sigma_{x+1}^++\frac{\Delta}{2}(\sigma_x^z\sigma_{x+1}^z-1)\right)$$

Введем оператор суммарного спина $S^z=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\sigma_n^z$.

Можно проверить, что $\left[H, S^{z}\right]=0$. Поэтому существует система векторов, собственных и для H_{xxz}, и для S^{z}.

Для нахождения собственных значений и собственных векторов гамильтониана H_{xxz} мы используем координатный анзац Бете.

Заключение. В настоящем обзоре мы показали, как недавно созданный квантовый метод обратной задачи работает на примере XXZ модели Гейзенберга. XXZ модели мы показали, как простые перестановочные соотношения для операторных матричных элементов матрицы монодромии и существование порождающего вектора приводят к алгебраический анзаца Бете; при этом след матрицы монодромии — трансфер-матрица — является производящей функцией для квантовых интегралов движения. Таким образом, с помощью квантового метода обратной задачи для гамильтониана XXZ модели мы явно построили как коммутирующие интегралы — квантовые аналоги «переменных типа действие», так и его собственные векторы — квантовые аналоги «переменных типа угол».

Список использованных источников

1. Bethe H. Eigenwerte und Eigenfunktionen Atomkete - Zeitschrift fu¨r Physik, 71, 1931, P. 205–226.
2. Faddeev L., Sklyanin E., Takhtajan L. The quantum inverse problem method. I // Theor. Math. Phys. 40, 1980, P. 688.
3. Тахтаджян Л. А., Фаддеев Л.Д. Квантовый метод обратной задачи и XYZ модель Гейзенберга // УМН, 34:5, 1979, С. 13-63.
4. Склянин Е.К., Тахтаджян Л. А., Фаддеев Л.Д. Квантовый метод обратной задачи // ТМФ, 40:2, 1979, С. 194-220.
5. Белавин А.А., Кулаков А.Г., Усманов Р.А. Лекции по теоретической физике - М: Издательство МЦНМО, 2001, С. 202-204.

УДК 517.946

ЖАЛПЫЛАНҒАН ШРЕДИНГЕР ТЕҢДЕУІ ЖӘНЕ НАҚТЫ ШЕШІМДЕР

Тобылгиева Бекзат Бакытбековна, Бекхожаев Саидхожа Орынхожаулы
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Жалпы және теориялық физика кафедрасының оқытушылары, Астана, Қазақстан

Барлығымызға белгілі толықтай интегралданатын сызықты емес Шредингер теңдеуі

$$iq_t + 2|q|^2 q + q_{xx} = 0 \qquad (1)$$

математика және физиканың көптеген салаларында маңызды рөл атқарады. Мысалы, сызықтық емес оптикада [1,2], плазмадық физикада [3], және сызықтық емес кванттық өріс теориясында кеңінен қолданылады. Әсіресе, сызықтық емес оптикада, оптикалық талшықта пикосекундтық импульстің таралуын сызықтық емес Шредингер теңдеуі анықтайды. Тоериялық тұжырымдамалардан кейін оңашаланған толқынның болуы, оптикалық солитонның тәжірибелерде көрсетілуі [4], оптикалық байланыс жүйелерінің қолданылуы келесі ұрпаққа жылдам беріледі, қазіргі таңда оптикалық солитонды зерттеу ғалымдардың қызығушылын арттыруда.

Оптикалық пикосекундтық импульстің таралуын сипаттау үшін сызықты емес Шредингер теңдеуі қолданылады. Алайда, фемтосекундтық және субпикосекундтық импульстің таралуын сипаттау үшін жоғары ретті сызықтық емес Шредингер теңдеуін ескереміз