РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

3. Dzhumadil'daev A.S., Tulenbaev K.M. Nilpotency of Zinbiel algebras// J. Dyn. Control Syst. -2005, Vol. 11, N 2. -P. 195213.
4. Higman G. On a conjecture of Nagata// Proc. Cambridge Philos. Soc. -1956, N 52. -P. 14.
5. Naurazbekova A.S., Umirbaev U.U. Identities of dual Leibniz algebras// TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics. -2010, Vol. 1, N 1. -C. 86-91.
6. Jacobson N. Structure and representations of Jordan algebras// Providence: Amer. Soc. -1968, Vol. 39.
7. Науразбекова А.С. Универсальные мультипликативные обертывающие алгебры дуальных алгебр Лейбница // Вестник ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. – Астана, 2009. –N 6(73). –С. 214-223.

УДК 330.45

РАСЧЕТЫ РИСКОВ В МОДЕЛЯХ СТРАХОВАНИЯ ЖИЗНИ

Беккужина Алтынай Берикканкызы
a.bekkuzhina@mail.ru
Студент 4-го курса специальности «5B060100 - Математика» механико-математического факультета ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – С.К. Рахимжанова

Основной задачей актуариев страховых компаний являются расчеты рисков в моделях страхования, особую проблему вызывают именно модели страхования жизни, так как на продолжительность жизни человека влияют большое количество факторов. В данной работе сделана попытка создания аналитической функции законов смертности, которые использованы затем для расчетов моделей рисков. Для проведения наших исследований необходимы знания законов смертности населения.

Первый подход – выразить смертность с помощью некоторой непрерывной функции, но недостатком этого подхода является некоторая усредненность, сглаженность законов смертности.

Второй подход заключается в построении таблиц смертности. Он позволяет учесть в таблицах смертности, усредненные для данного возраста, но не сглаженные вероятности умереть, что является его недостатком.

В актуарных расчетах чаще используют второй подход, дополняя его некоторыми допущениями о характере смертности между отдельными годами жизни.

Рассмотрим некоторые аналитические законы смертности. Простейший закон смертности предложил де Муавр (1729 г.), по его предположению время жизни равномерно распределено на интервале $(0;\omega)$: $f(x)=\frac{1}{\omega}$, где ω −предельный возраст. Таким образом, в модели де Муавра:

$$F(x)=\frac{x}{\omega}, \qquad s(x)=1-\frac{x}{\omega}, \qquad \mu_x=\frac{1}{\omega-x} \quad 0<x<\omega.$$

В модели Гомпертца (1825 г.) интенсивность смертности приближается показательной функцией: $\mu_x=\beta e^{\alpha x}$. Таким образом, в модели Гомпертца:

$$f(x)=\beta\exp\left[\alpha x-\frac{\beta(e^{\alpha x}-1)}{\alpha}\right], \qquad s(x)=\exp\left[-\frac{\beta(e^{\alpha x}-1)}{\alpha}\right]$$

где $\alpha>\beta>0$-некоторые параметры.

Мейкхам (1860 г.) обобщил предыдущую модель, прибавив к интенсивности смертности, предложенной Гомпертцом, постоянную A, характеризующую риски для жизни, связанные с несчастными случаями (мало зависящими от возраста): $\mu_x=A+\beta e^{\alpha}$.

Таким образом, в модели Мейкхама:

$$f(x) = [A + \beta e^{\alpha}] \exp\left[-Ax - \frac{\beta(e^{\alpha x} - 1)}{\alpha}\right], \qquad s(x) = \exp\left[-Ax - \frac{\beta(e^{\alpha x} - 1)}{\alpha}\right]$$

Вейбулл (1939г.) предложил приблизить интенсивность смертности более просто степенной функцией: $\mu_x = kx^n$. Тогда:

$$f(x) = kx^n \exp\left(-\frac{kx^{n+1}}{n+1}\right), \qquad s(x) = \exp\left(-\frac{kx^{n+1}}{n+1}\right).$$

Здесь $f(x)$ – функция смертей, $s(x)$ – функция выживания, μ_x - интенсивность смертности. [1]

Используя статистические данные, полученные с сайта stat.gov.kz , с помощью метода наименьших квадратов (МНК), рассчитаем параметры аналитических законов, для того, чтобы использовать их в дальнейших расчетах.[3]

Результаты расчетов представлены ниже в таблице. Рассматриваются отдельно данные о мужчинах и женщинах в возрасте от 0 до 85 лет.

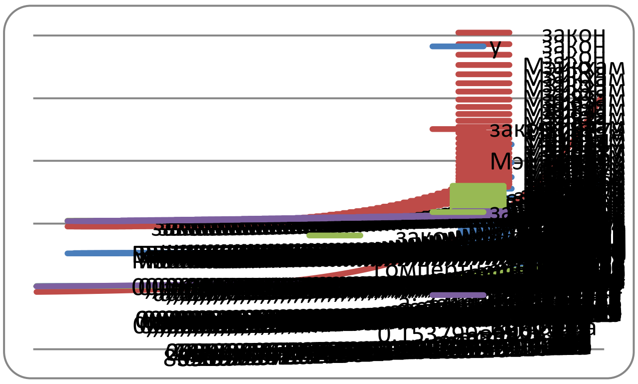
Таблица 1

Значения параметров аналитических законов

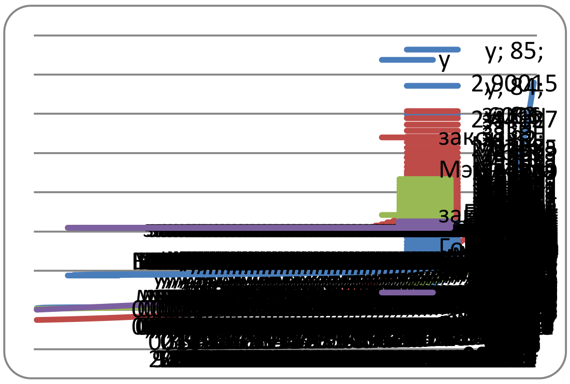
Законы		μ_x	$s(x) = e^{-\int_0^x \mu_u du}$	$f(x) = \mu_x s(x)$
Гомпертца	Муж.	$0{,}016e^{0{,}06x}$	$e^{-0{,}016(e^{0.06x}-1)/0{,}06}$	$0{,}016e^{0{,}06x}e^{-0{,}016(e^{0{,}06x}-1)/}$
	Жен.	$0{,}014e^{0.048x}$	$e^{-0{,}014(e^{0.048x}-1)/0{,}048}$	$0{,}014e^{0.048x}e^{-0{,}014(e^{0{,}048x}-}$
Мейкхама	Муж.	$-0{,}539+0{,}095e^{0{,}06x}$	$e^{-0{,}539x-0{,}095(e^{0.06x}-1)/0{,}}$	$(-0{,}539+0{,}095e^{0{,}06x})e^{-0{,}}$
	Жен.	$-0{,}161+0{,}032e^{0{,}048x}$	$e^{-0{,}161-0{,}032(e^{0.048x}-1)/0{,}}$	$(-0{,}161+0{,}032e^{0{,}048x})e^{-}$
Вейбулла	Муж.	$0{,}002x^{1{,}318}$	$e^{-0{,}002x^{2{,}318}/2{,}318}$	$0{,}002x^{1{,}318}e^{-0{,}002x^{2{,}318}/2{,}31}$
	Жен.	$0{,}003x^{1{,}013}$	$e^{-0{,}003x^{2{,}013}/2{,}013}$	$0{,}003x^{1{,}013}e^{-0{,}003x^{2{,}013}/2{,}01}$

График 1

Интенсивность смертности для мужчин



Интенсивность смертности для женщин



Все графики и расчеты показывают, что ни один закон не описывает достаточно хорошо интенсивность смертности на всем возрастном промежутке. Проведя необходимые исследования, пришли к выводу, что на разных возрастных интервалах интенсивность смертности можно приблизить разными законами смертности или одним законом с различными параметрами.

График 3

Интенсивность смертности для мужчин

$$\mu_x = \begin{cases} \beta e^{\alpha x}, & x \in [0;7] \\ kx^n, & x \in [8;12] \\ \beta e^{\alpha x}, & x \in [13;40] \\ A + \beta e^{\alpha x}, & x \in [41;46] \\ kx^n, & x \in [47;65] \\ \beta e^{\alpha x}, & x \in [66;77] \\ A + \beta e^{\alpha x}, & x \in [78;85] \end{cases}$$

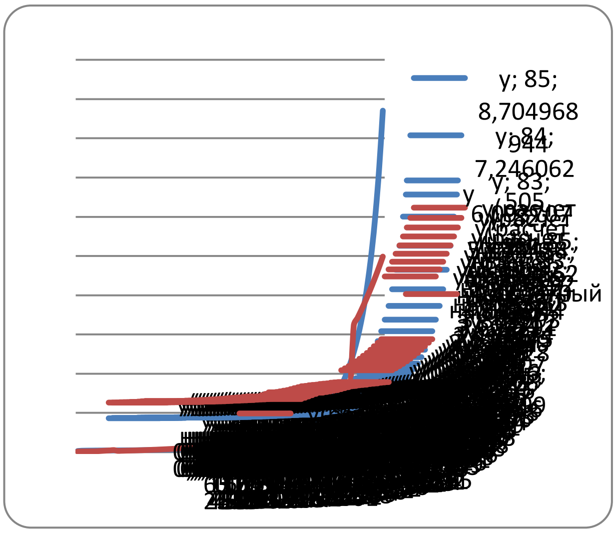
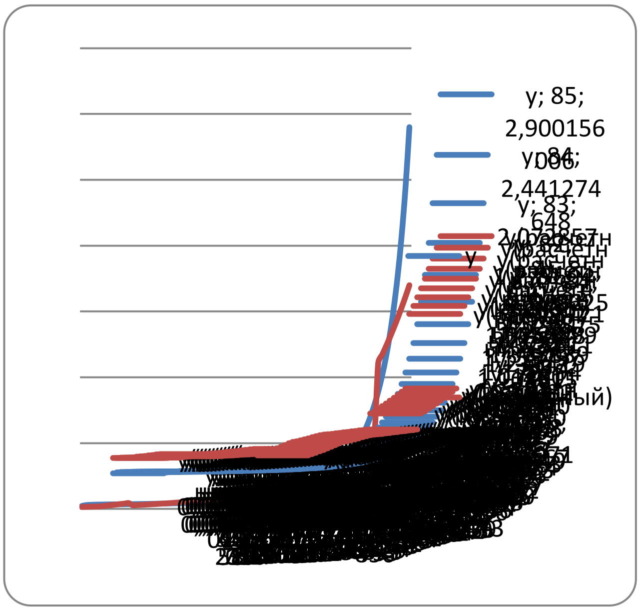


График 4

Интенсивность смертности для мужчин

$$\mu_x = \begin{cases} \beta e^{\alpha x}, & x \in [0;6] \\ kx^n, & x \in [7;14] \\ \beta e^{\alpha x}, & x \in [15;38] \\ A + \beta e^{\alpha x}, & x \in [39;47] \\ \beta e^{\alpha x}, & x \in [48;54] \\ kx^n, & x \in [55;67] \\ \beta e^{\alpha x}, & x \in [68;77] \\ A + \beta e^{\alpha x}, & x \in [78;85] \end{cases}$$



Модели страхования жизни условно делятся на два типа в зависимости, принимается ли в расчет доход от инвестированных премий, если да, то мы говорим о долгосрочном страховании. В противном случае речь идет о краткосрочном страховании жизни. В данном исследовании рассматривается долгосрочное страхование.

Теория долгосрочного страхования в основном опирается на теорию о сложных процентах. В данном исследовании будем предполагать, что интенсивность процентов δ не меняется с течением времени, $i = e^{\delta} - 1$ будет обозначать эффективную годовую ставку, $v = \frac{1}{1+i}$ – коэффициент дисконтирования. Долгосрочное страхование можно разделить на две большие группы: непрерывное и дискретное страхование. В первом случае страхование называется непрерывным, во втором - дискретным долгосрочным страхованием. Величина страхового возмещения $\tau(t)$, как правило, фиксирована, но в ряде случаев величина возмещения может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от момента ее

выплаты. По этой причине введем функцию b_t, которая показывает зависимость страховой выплаты от момента смерти застрахованного -t.
Рассмотрим некоторые виды страхования с фиксированной страховой суммой $b = 1$:
Пожизненное страхование (whole life insurance): $\tau(t) = t, b_t = 1$
n-летнее чисто накопительное страхование (n-year pure endowment insurance):

$$\tau(t) = t \;\; b_t = \begin{cases} 1, & t > n \\ 0, & t \le n \end{cases}$$

n-летнее временное страхование жизни (n-year term life insurance):

$$\tau(t) = t \;\; b_t = \begin{cases} 1, & t \le n \\ 0, & t > n \end{cases}$$

n-летнее смешанное страхование (п-year endowment insurance): $\tau(t) = \min(t, n)\,, b_t = 1$
Пожизненное страхование, отсроченное на m лет (m-year deferred whole life insurance):

$$\tau(t) = t \;\; b_t = \begin{cases} 0, & t \le m \\ 1, & t > m \end{cases}$$

n-летнее временное страхование, отсроченное на на m лет:

$$\tau(t) = t \;\; b_t = \begin{cases} 0, & t \le m \\ 1, & m < t \le m + n \\ 0, & t > m + n \end{cases}$$

Рассмотрим страхование с переменной страховой выплатой**.**

Пожизненное страхование с непрерывно увеличивающимся страховым возмещением (continuously increasing whole life insurance): $\tau(t) = t, b_t = t$

Проведём анализ основной финансовой деятельности страховой компании. Предположим, что в момент времени $t_0 = 0$ портфель компании включает N договоров страхования жизни (не обязательно однородных). Обозначим через τ_k - момент выплаты возмещения по k-му договору, а через b_k - величину этого возмещения, $u(t)$ - активы компании.

Опишем динамику активов компании с течением времени. На промежутке $[\tau_{(k)}, \tau_{(k+1)})$ активы компании возрастают по закону: $u\big(\tau_{(k)} + t\big) = u(\tau_{(k)})(1 + i)^t$. А в момент $\tau_{(k+1)}$ активы компании уменьшаются по закону: $u\big(\tau_{(k+1)} + 0\big) = u\big(\tau_{(k+1)} - 0\big) - b_{(k+1)}$. Если в какой-то момент τ_k будет выполнено следующее неравенство: $u\big(\tau_{(k)} - 0\big) < b_{(k)}$, то мы говорим о разорении компании. Опишем поведение активов компании, соответствующие не разорению: $\sum_{k=1}^{N} Z_k \le u_0$, и разорению: $\sum_{k=1}^{N} Z_k > u_0$ где $Z_k = b_k v^{\tau k}$- величина выплаты по k-му договору к моменту времени $t_0 = 0$.

Страховая премия имеет фиксированную структуру, и каждая ее компонента обеспечивает определенную функцию. Большая часть премии уходит на формирование страхового фонда, из которого производятся выплаты по произошедшим страховым случаям. Страховая премия, которую уплачивает страхователь, называется брутто-премия. Ее структура представлена ниже.

Таблица 2

Структура брутто-премии

Компонента брутто-премии	Назначение	Доля в общем объеме (%)
Нетто-премия по риску = Чистая нетто-премия по	Выплаты по страховым случаям и создание резервов	80-90

риску + страховая надбавка		
Надбавка на покрытие расходов	Оплата расходов, включая издержки на содержание офиса, заработную плату и т.д.	20-10
Надбавка на прибыль	Формирование прибыли	

Разовая нетто-премия для любого вида непрерывного страхования описываемого $\tau(t)$и b_t рассчитывается следующей формулой: $A = EZ$, где $Z = b_{T_x} v^{\tau(T_x)} = b_{T_x} e^{-\delta\tau(T_x)}$ – величина страхового возмещения, приведенная на момент заключения договора, а x - возраст застрахованного на этот момент. Для конкретных видов страхования модель может быть упрощена и конкретизирована. Рассмотрим расчеты для определенных видов долгосрочного непрерывного страхования.[4]

Пожизненное страхование (whole life insurance): $Z_x = v^{\,T_x} = e^{-\delta\, T_x}$,$A_x = EZ_x = \; Ee^{-\delta\, T_x}$,

Как мы видим A_x является преобразованием Лапласа остаточного времени T_x в точкеδ. В силу общих теорем теории вероятности нетто-премию можно выразить через характеристики времени жизни следующим образом:

$$A_x = \int_0^\infty v^t f_x(t)dt = \frac{1}{v^x s(x)} \int_x^\infty v^t f(t)dt$$

n-летнее чисто накопительное страхование (n-year риге endowment insurance):

$$Z_{x:n} = \begin{cases} 0, & T_x \le n \\ v^n, & T_x > n \end{cases}, \; A_{x:n} = v^t \,{}_t p_x$$

n-летнее страхование жизни (га-year term life insurance):

$$Z_{x:n} = \begin{cases} 0, & T_x > n \\ v^{T_x}, & T_x \le n \end{cases}, \; A_{x:n} = \int_0^n v^t f_x(t)dt = \frac{1}{v^x s(x)} \int_x^n v^t f(t)dt$$

n-летнее смешанное страхование (п-year endowment insurance):

$$Z_{x:n} = \begin{cases} v^n, & T_x > n \\ v^{T_x}, & T_x \le n \end{cases}, \; A_{x:n} = EZ_{x:n}$$

Пожизненное страхование, отсроченное на m лет (m-yeaг deferred whole life insurance):

$$_m Z_x = \begin{cases} 0, & T_x \le m \\ v^{T_x}, & T_x > m \end{cases} \quad {}_m A_x = \int_m^\infty v^t f_x(t)dt = \frac{1}{v^x s(x)} \int_m^\infty v^t f(t)dt$$

Рассчитаем разовые нетто-премии при 1, 5, 10-летнем смешанном страховании мужчин в возрасте x=18, 20, 55 лет с выплатой страховой суммы в конце года смерти. Эффективная годовая процентная ставка $i = 5\%$.

Таблица 3

Разовые нетто-премии (мужчины)

	1	5	10
18	0,907091	0,784162	0,616726
40	0,907293	0,784543	0,622791
55	0,907845	0,791422	0,647534

Рассчитаем разовые нетто-премии при 1, 5, 10-летнем смешанном страховании женщин в возрасте x=18, 20, 55 лет с выплатой страховой суммы в конце года смерти. Эффективная годовая процентная ставка $i = 5\%$.[5]

Таблица 4

Разовые нетто-премии (женщины)

	1	5	10

18	0,907055	0,783778	0,614952
40	0,907121	0,784434	0,617924
55	0,907368	0,786818	0,628103

Список использованных источников

1. Г.И.Фалин.Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. 3-е издание М.: АНКИЛ 2007.304с.
2. Электронный ресурс: Stat.gov.kz
3. И.И.Елисеева. Практикум по эконометрике М.: Финансы и статистика 2003. 192с
4. Н.Бауэрс. Актуарная математика. Под ред.В.К.Малиновского-М.: Янус-К 2001. 656с.
5. Г.И.Фалин. Актуарная математика в задачах, 2-е издание М.: Физматлит 2004. 240с.

ӘОЖ 510

БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЛАРДЫҢ КОРРЕКТІЛІ КЕҢЕЮЛЕРІ ТУРАЛЫ

Берікбай Ақерке Сазаханқызы

akerke.berikbay@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 4-курс студенті, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – М.М. Байбурин

$L_2(0,1)-$ кеңістігінде B_0-операторы берілсін

$$B_0 y = iy' + g(x)y \tag{1}$$

мұндағы $g(x)\in C[a,b]$ және нақты мәнді функция, ал оның анықталу облысы:

$D(B_0)=\{y\in AC[0,1], y'\in L_2(0,1): \quad y(0)=y(1)=0\}$ (2)

Енді осы оператордың симметриялы болатынын көрсетеміз. $\overline{D(B_0)}=L_2(0,1)$. $\forall y,z\in D(B_0)$:

$$\langle B_0 y, z\rangle = \langle iy', z\rangle + \langle gy, z\rangle = i\int_0^1 y'(x)\overline{z(x)}dx + \int_0^1 g(x)y(x)\overline{z(x)}dx = y(x)z'(x)\Big|_0^1 - i\int_0^1 y(x)\overline{z'(x)}dx +$$

$$+\int_0^1 g(x)y(x)\overline{z(x)}dx == \int_0^1 y(x)\left[-i\cdot\overline{z'(x)} + g(x)\overline{z(x)}\right]dx = \int_0^1 y(x)\overline{\left[i\cdot z'(x) + g(x)z(x)\right]}dx = \langle y, B_0 z\rangle$$

онда B_0-симметриялы оператор.

а) Корректілі кеңеюлер сипаттамасы.

Берілген B_0-операторы келесі шекаралық есепті анықтайды

$$\begin{cases} iy'(x)+g(x)y = f(x), \\ y(0)=y(1)=0. \end{cases} \tag{3}$$

кейбір f үшін осы теңдеудің жалғыз шешімі бар, сондықтан $R(B_0)$ - да B_0^{-1} кері операторлары бар болады.

B_1 операторын қарастырайық:

$B_1 y = iy' + g(x)y$

$$D(B_1)=\{y\in AC[0,1], y'\in L_2(0,1): \quad y(0)=0\} \tag{4}$$

Ол келесі корректілі есепті анықтайды: