ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

4. Scaling solutions as Early Dark Energy resolutions to the Hubble tension. - Edmund J. Copeland, Adam Moss, Sergio Sevillano Munoz, Jade M. M. White, 2023, p. 3, p. 13, (arXiv:2309.15295v1)

УДК 524.834

РЕКОНСТРУКЦИЯ И ИЗУЧЕНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В МУЛЬТИПОЛЕВЫХ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ

Даулетова Аяжан Даулетовна
Ay.zh.an.daulet@gmail.com
Студент бакалавриата4 курса кафедры <<Релятивистская космология>>
Евразийского национального университета Им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель - Цыба П.Ю.

Модель, расматриваемая в этой работе, излагается действием фермионного поля, которое неминимально связано со скаляром вращения

$$L = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{F(\Psi)T + \frac{i}{2}\left[\bar{\psi}\Gamma^{\mu}\left(\overrightarrow{\partial_{\mu}} - \Omega_{\mu}\right)\psi - \bar{\psi}\left(\overleftarrow{\partial_{\mu}} + \Omega_{\mu}\right)\Gamma^{\mu}\psi\right] - V(\Psi)\right\} \quad (1)$$

где T - скаляр вращения, ψ и $\bar{\psi} = \psi^{+}\gamma^{0}$обозначают спинорное поле и сопряженное с ним, причем крестик представляет комплексное сопряжение. F(Ψ) и V (Ψ) являются общими функциями, представляющими связь с гравитацией и потенциал самовзаимодействия фермионного поля соответственно. В этом исследовании, поскольку мы фокусируемся на эффекте фермионного поля в контекстем телепараллельной гравитации, мы можем пренебречь вкладом обычной материи. Отметим, что действие в (1) полностью эквивалентно стандартной общей теории относительности с фермионным полем, где минимально связано со скаляром Риччи. В нашей работе для простоты мы предполагаем, что F и V зависят только от функций билинейного $\Psi = \bar{\psi}\psi$. Кроме того, в описанном выше действии Ωμ является спиновым соединением $\Omega_{\mu} = -\frac{1}{4}g_{\sigma\nu}\left[\Gamma^{\nu}_{\mu\lambda} - e^{\nu}_{b}\partial_{\mu}e^{b}_{\lambda}\right]\Gamma^{\sigma}\Gamma^{\lambda}$ с $\Gamma^{\nu}_{\mu\lambda}$ обозначает стандартную связь Леви-Чивиты $\Gamma^{\mu} = e^{\mu}_{a}\gamma^{a}.\gamma^{\mu}$ являются матрицами Дирака.

Здесь мы рассмотрим простейшую однородную и изотропную космологическую модель ФРУ, пространственно плоская метрика которой задается формулой

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[dx^2 + dy^2 + dz^2] \quad (2)$$

где a(t) - масштабный коэффициент Вселенной. В телепараллельной гравитации скаляр кручения, соответствующий метрике ФРУ (2), принимает форму $T = -\frac{6\dot{a}^2}{a^2}$, где точка представляет дифференциацию по отношению к космическому времени t ([1]). Учитывая уравнении (2), получим точечный лагранжиан из действия (1)

$$L = 6Fa\dot{a}^2 - \frac{ia^3}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right) + a^3V \quad (3)$$

здесь из-за однородности и изотропии метрики предполагается, что спинорное поле зависит только от времени, т.е. $\psi = \psi(t)$. Уравнения Дирака для спинорного поля ψ и сопряженного с ним $\bar{\psi}$ получены из точечного лагранжиана (3) таким образом, что уравнения Эйлера-Лагранжа для ψ и $\bar{\psi}$ являются

$$\dot{\bar{\psi}} + \frac{3}{2}H\bar{\psi} - \imath(6\dot{F'}H^2 + V')\bar{\psi}\gamma^0 = 0 \quad (4)$$

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2}H\psi - i(6F'H^2 + V')\gamma^0\psi = 0 \quad (5)$$

где $H = \frac{a}{\dot{a}}$ обозначает параметр Хаббла, а простое число обозначает производную по билинейному Ψ. С другой стороны, исходя из точечного лагранжиана (3) и рассматривая уравнения Дирака, мы находим уравнение ускорения из уравнения Эйлера-Лагранжа для а,

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\rho_f + 3p_f}{12F} \quad (6)$$

Рассмотрим гамильтоново уравнение ограничения ($E_L = 0$), связанное с лагранжианом (3)

$$E_L = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\dot{\psi} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\psi}}}\dot{\bar{\psi}} - L \quad (7)$$

Что приводит к уравнению Фридмана следующего вида

$$H^2 = \frac{\rho_f}{6F} \quad (8)$$

В уравнениях ускорения и Фридманаρ_f и p_f представляют собой эффективную плотность энергии и давление фермионного поля соответственно, так что они имеют следующие формы

$$\rho_F = V \quad (9)$$

$$p_f = 4F'H\dot{\Psi} + (6F'H^2 + V')\Psi - V \quad (10)$$

Чтобы решить уравнения поля, мы должны определить форму функции связи и плотность потенциала теории. Чтобы сделать это, нужно использовать подход симметрии Нетер.

Симметрии играют важную роль в теоретической физике. В частности, симметрии лагранжиана, так называемая симметрия Нетер, могут быть использованы для получения сохраняющихся величин или констант движений. Приближение к симметрии Нетер говорит нам, что производная лагранжиана по заданному векторному полю X обращается в нуль, т.е.

$$\mathcal{L}_X L = 0 \quad (11)$$

Если условие (11) удовлетворяет, то говорят, что X является симметрией для динамики, полученной из лагранжиана L, и, таким образом, генерирует сохраняющуюся величину. На самом деле, идея применения симметрий Нетер в качестве космологического инструмента не нова. Он был введен де Ритисом и др. [2,3] и Капоцциелло и др. [4,5], для того, чтобы получить решения уравнений поля в теориях гравитации. Мы также отмечаем, что такой метод помогает нам найти связь и потенциальную функцию, ограничивающую произвольность подходящим образом в неминимальных связанных скалярно-тензорных теориях ([6]). Некоторые космологические решения были представлены как в метрической, так и в палатинской теории f (R) в соответствии с подходом симметрии Нетер [7]. Подход симметрии Нетер используется для получения точных форм гравитационных теорий, включая гравитацию f (T), в литературе [8]. С другой стороны, некоторые авторы изучали космологическую модель в рамках ОТО, где спинорное поле неминимально связано с гравитационным полем с помощью подхода симметрии Нетер. Они определили связь и потенциальную плотность спинорного поля и показали, что спинорное поле ведет себя как инфляция, описывающая сценарий ускоренной инфляции. Мы будем искать симметрии Нетер для нашей модели. В терминах компонентов спинорного поля $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)^T$ и сопряженный с ним $\bar{\psi} = (\psi_1^+, \psi_2^+, -\psi_3^+, -\psi_4^+)^T$ лагранжиан (11) можно переписать следующим образом

$$L = 6Fa\dot{a}^2 - \frac{ia^3}{2}\sum_{i=1}^{4}(\psi_i^+\dot{\psi}_i - \dot{\psi_i^+}\psi_i) + a^3V \qquad (12)$$

Теперь мы ищем условие для того, чтобы лагранжиан (12) допускал симметрию Нетер. Конфигурационное пространство этого лагранжиана равно $Q = (a, \psi_j, \psi_j^+)$, тангенсное пространство которого равно $TQ = (a, \psi_j, \psi_j^+, \dot{a}, \dot{\psi}_j, \dot{\psi}_j^+)$. Существование симметрии Нетер, заданное уравнением(11), подразумевает существование векторного поля X такого, что

$$X = \alpha\frac{\partial}{\partial a} + \dot{\alpha}\frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \sum_{j=1}^{4}(\beta_j\frac{\partial}{\partial \psi_j} + \dot{\beta}_j\frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j} + \gamma_j\frac{\partial}{\partial \psi_j^+} + \dot{\gamma}_j\frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j^+}) \qquad (13)$$

где $\alpha, \beta_j, \gamma_j$ - неизвестные функции переменных а$, \psi_j, \psi_j^+$. Следовательно, условие Нетер (11) приводит к следующим дифференциальным уравнениям, состоящим из связанной системы из 19 уравнений, приводит к следующим дифференциальным уравнениям, состоящим из связанной системы из 19 уравнений

$$\alpha + 2\alpha\frac{\alpha}{a} + \frac{F\prime}{F}a\sum_{i=1}^{4}(\epsilon_i\beta_i\psi_i^+ + \epsilon_i\beta_i\psi_i) = 0 \qquad (14)$$

$$F\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j} = O, \qquad F\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j^+} = 0 \qquad (15)$$

$$3\alpha\psi_j + a\beta_j - a\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial\beta_i}{\partial\psi_j^+}\psi_i^+ - \frac{\partial\gamma_i}{\partial\psi_j^+}\psi_i\right) = 0 \qquad (16)$$

$$3\alpha\psi_j^+ + a\gamma_j + a\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial\beta_i}{\partial\psi_j^+}\psi_i^+ - \frac{\partial\gamma_i}{\partial\psi_j^+}\psi_i\right) = 0 \qquad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial\beta_i}{\partial a}\psi_i^+ - \frac{\partial\gamma_i}{\partial a}\psi_i\right) = 0 \qquad (18)$$

$$3\alpha V + aV'\sum_{i=1}^{4}(\epsilon_i\beta_i\psi_i^+ + \epsilon_i\beta_i\psi_i) = 0 \qquad (19)$$

Где $\epsilon_i = \begin{cases} 1 \text{ для } i = 1,2 \\ -1 \text{ для } i = 3,4 \end{cases}$. Эта система, заданная уравнениями (14)-(19), получается путем наложения того факта, что коэффициенты $\dot{a^2}, \dot{a}, \dot{\psi}_j, \dot{\psi}_j^+, a\dot{\psi}_j$ и $a\dot{\psi}_j^+$ равны нулю. Из уравнений (15) видно, что коэффициент α является только функцией от a. Из уравнения (19) можно переписать следующим образом. Мы помещаем уравнение (20) в (14) и, помня, что F и V являются только функциями от Ψ, соответствующий результат равен

$$\frac{3\alpha V}{aV\prime} = -\sum_{i=1}^{4}(\epsilon_i\beta_i\psi_i^+ + \epsilon_i\beta_i\psi_i) \qquad (20)$$

Мы помещаем уравнение (20) в (14) и, помня, что F и V являются только функциями от Ψ, соответствующий результат равен

$$\frac{\alpha}{a}\frac{\partial\alpha}{\partial a}=\frac{3F\prime V}{2FV\prime}-\frac{1}{2}=n \tag{21}$$

где n - константа. Затем мы находим α из уравнения (21)

$$\alpha=\alpha_0 a^n \tag{22}$$

где α_0 - постоянная интегрирования.Теперь из уравнений (17), (18) и (19) после некоторых алгебраических вычислений можно получить решения для других образующих симметрии β_jи γ_j следующим образом

$$\begin{gathered}\beta_j=-\left(\frac{3}{2}\alpha_0 a^{n-1}+\epsilon_j\beta_0\right)\psi_j\\ \gamma_j=-\left(\frac{3}{2}\alpha_0 a^{n-1}-\epsilon_j\beta_0\right)\psi_j^+\end{gathered} \tag{23}$$

где β_0 - константа интегрирования.Используя приведенное выше решение в уравнениях (20) и (21), получены потенциал V(Ψ) и функция связи F(Ψ)

$$V(\Psi)=\lambda\Psi \tag{24}$$

$$F(\Psi)=f_0\psi^{\frac{2n+1}{3}} \tag{25}$$

где λ и f_0 - еще одна константа. При n = -1/2 функция связи, заданная уравнением (25), становится постоянной, так что модель сводится к действию, которое содержит фермионное поле, минимально связанное со скаляром кручения. Такой выбор условия симметрии Нетер для потенциальной функции, заданной уравнением (24), дает свободное спинорное поле Дирака с массовым членом. Таким образом, можно рассматривать массовый член m вместо λ.

Список использованных источников

1. Starobinsky A.A., A new type of isotropic cosmological models without singularity// Physics Letters B. –1980. – Vol.91. – Issue 1. – P. 99-102.

2. Friedmann A., On the Possibility of a world with constant negative curvature of space// Z.Phys. – 1924. – Vol.21. – P. 326-332.

3. Martin J., The Observational Status of Cosmic Inflation after Planck//Astrophys.Space Sci.Proc. – 2016. – Vol.45. – P. 41-134.

4. Robertson H.P., Kinematics and World-Structure// Astrophysical Journal.– 1935. – Vol.82. – P. 284.

5. https://doi.org/10.12942/lrr-2014-4

6. https://doi.org/10.1007/s10714-019-2558-6

7. https://doi.org/10.1007/978-3-319-95570-4