ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Allemandi G., Borowiec A., Francaviglia M., Odintsov S. D. Dark energy dominance and cosmic acceleration in first-order formalism // Physical Review. - 2005. - Vol 72. -P.063505.

2. Frieman J. A., Turner M. S., Huterer D. Dark energy and the accelerating universe // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. - 2008. - Vol. 46.- P. 385–432.

3. Clifton T., Ferreira P. G., Padilla A., Skordis C. Modified gravity and cosmology // Physics reports. - 2012. - Vol. 513. - P. 1–189.

4. Gromak, V. I., Solutions of the third Painleve equation, Diff. Uravneniya, 9 (1973), 1599-16W.

5. Lukashevich, N. A., On the theory of the third Painleve equation, Diff. Uravneniya, 3 (1967), 994-999.

УДК 524.834

СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС КЛЕЙН-ГОРДОН-ФОК ТЕҢДЕУІ

Мусабаева Ажар Серікқызы

azhara.musabaeva@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 4-курс студенті, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – А.А. Жадыранова

Көптеген ғылыми салаларда кездесетін сызықты емес жалғыз толқын динамикасы сызықты емес туынды дифференциалдық теңдеулер арқылы сипатталады. Сызықтық емес Клейн-Гордон-Фок теңдеуі - дербес дифференциалдық теңдеулердің маңызды кластарының бірі болып табылады[1], [2]. Бұл теңдеу кристалдардағы дислокацияның таралуын және элементар бөлшектердің әрекетін қоса алғанда, көптеген әртүрлі құбылыстарды модельдеу үшін қолданылады [3]. Клейн-Гордон-Фок теңдеуінің дәл және сандық солитондық шешімдері [4]-ші жұмыста келтірілген $k = h = 0,05$ қадамдары уақыт пен координаттарды ескере отырып, сандық түрде шешілді және Тейлор қатары арқылы сипаттау схемасы табылды. Сызықты емес Клейн-Гордон-Фок теңдеуін инвариантты сақтайтын шекті айырмашылық алгоритмдерін интегралдау [5] және энергия мен импульсті сақтау схемалары [6] берілген.

Тармақталған құрылымдардағы сызықты емес дербес дифференциалдық теңдеулер соңғы онжылдықта үлкен қызығушылық тудырды [7,8]. Бұл сызықты емес Шредингер және Дирак теңдеулері сияқты сызықты емес дербес дифференциалдық теңдеулердің солитондық шешімін алу мүмкіндігімен [9,10] көптеген қолданылуымен байланысты болды. Тармақталған құрылымдарды [11] метрикалық графиктер арқылы модельдеуге болады. Метрикалық графиктер екі жиыннан тұрады [12], шың нүктелер жиыны және шыңдарды қосатын интервалдар жиыны [13] графиктердің топологиясын іргелес матрицалар деп атауға болады.

Сызықты емес толқындық құбылыстар физика ғылымының көптеген салаларында пайда болды. Мұхит шетіндегі су толқындарының «үзілуі», газдар мен плазмалардағы соққы толқындары, жарылғыш заттардағы детонациялық толқындар бірнеше мысалдар ғана. Сонымен қатар, толық сипаттау үшін сызықтық емес толқындар теориясын қажет ететін көптеген жақында пайда болған сызықты емес толқындық жүйелер бар. Оларға жылжымалы толқын түтігі және кері толқын генераторы, жылжымалы толқынды мазер күшейткіші, лазерлік күшейткіш пен генератор және сызықты емес оптика жатады.

Сызықты емес Клейн-Гордон-Фок теңдеуін қарастырайық:

$$(\partial^2\phi/\partial\phi^2) - (\partial^2\phi/\partial t^2) = \sin\phi. \tag{1}$$

Кіші амплитуданы қабылдаумен шектелмейтін (1) теңдеудің шешімдерін келесі түрде іздейміз:

$$\phi = \phi(\xi), \tag{2}$$

Мұнда

$$\xi = x - ut, \tag{3}$$

u— ерікті таралу жылдамдығы. Мұндай шешімдер үшін x және t қатысты ішінара туындылар ξ- қатысты толық туындыға айналады. Осылайша,екі жағын $d\phi/d\xi$, көбейткеннен кейін біріктіруге болады

$$d\phi/d\xi = [2(E - cos\phi)/(1 - u^2)]^{1/2} \tag{4}$$

мұндағы Е — интегралдау константасы. (4) теңдеуден екі түрлі импульстік шешімді алуға болады:

$E = +1$ и $u > 1$,

$$\phi = 4\tan^{-1}\exp\left[\frac{(x-ut)}{(1-u^2)^{1/2}}\right]; \tag{5}$$

$E = -1$ и $u > 1$,

$$\phi = 4\tan^{-1}\left\{\exp\left[\frac{(x-ut)}{(1-u^2)^{1/2}}\right]\right\} + \pi; \tag{6}$$

Толқындық жүйелер үшін классикалық Лагранж теориясын қарастырайық. Бұл толқын теңдеуін Лагранж тығыздық функциясынан алуға болады:

$$L = \frac{1}{2}[(\phi_x)^2 - (\phi_t)^2] - cos\phi, \tag{7}$$

Эйлер теңдеуінде саламыз

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial L}{\partial \phi_x}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \phi_t}\right) - \frac{\partial}{\partial \phi} = 0. \tag{8}$$

Гамильтон принципіне тең

$$\delta\int_{x_1}^{x_2}\int_{t_1}^{t_2} Ldxdt = 0. \tag{9}$$

(9) теңдеу интегралдың өзгерісі x_1, t_1 и x_2, t_2 соңғы нүктелерінде тұрақты болып қалатын $\phi(x,t)$, шешімінің екінші ретті өзгерісі екенін көрсетеді.

Енді біз тұрақты таралу айнымалысын анықтай аламыз

$$\theta = kx - \omega t, \tag{10}$$

және тұрақты профильді толқындардың сипаттамасын қарастырамыз, ол үшін

$$\phi = \phi(\theta). \tag{11}$$

Толқын теңдеуі осындай болады

$$(k^2 - \omega^2)\phi_{\theta\theta} = sin\phi \tag{12}$$

Біріктіретін болсақ

$$\frac{1}{2}(k^2 - \omega^2)(\phi_\theta)^2 = E - cos\phi, \tag{13}$$

Немесе

$$\phi_\theta = [2(E - cos\phi)/k^2 - \omega^2]^{1/2}; \tag{14}$$

Сонымен

$$\theta = (k^2 - \omega^2)^{1/2} \int_0^\phi \frac{d\phi}{[2(E - cos\phi)]^{1/2}}, \tag{15}$$

Лагранж тығыздығын жазуға болады

$$L = \frac{1}{2}(k^2 - \omega^2)(\phi_\theta)^2 - cos\phi, \tag{16}$$

ол теңдеуден ауыстырылған кезде (13) болады

$$L = 2(E - cos\phi) - E. \tag{17}$$

Гамильтон принципіне сәйкес

$$\delta \int_{\theta_1}^{\theta_2} L d\theta = 0. \tag{18}$$

Енді біз толқынның θ -мен жылдам өзгеруінен басқа, k, ω және E -мен баяу вариация бар деп есептейміз, яғни k, ω және E тұрақтылар емес, x пен t -тің баяу өзгеретін функциялары болып саналады. Жылдам өзгерісті L -ден циклдің θ -де орташалауы арқылы жоюға болады. Осылайша,

$$\tilde{L} = (2\pi)^{-1} \int_0^{2p} L d\theta = (2\pi)^{-1} \oint \frac{L}{\phi_\theta} d\phi = (k^2 - \omega^2)^{1/2} I(E) - E, \tag{19}$$

Мұнда

$$I(E) \equiv (2\pi)^{-1} \oint 2(E - cos\phi)\, d\phi, \tag{20}$$

және $\oint$ бір цикл ϕ бойынша интеграцияны көрсетеді. Гамильтон принципі былай болады

$$\delta \int_0^{2\pi m} \tilde{L}(k, \omega, E)\, d\theta = 0, \tag{21}$$

мұндағы m – үлкен бүтін сан. Сәйкесінше Эйлер теңдеуі

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial k}\right) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial \omega}\right) = 0, \tag{22}$$

Және

$$\partial \tilde{L}/\partial E = 0. \tag{23}$$

Теңдеу

$$(\partial k/\partial t) + (\partial \omega/\partial x) = 0. \tag{24}$$

(22)-(24) теңдеулер үш квазисызықты теңдеу болып табылады. Оларды матрицалық түрде жазуға болады

$$\begin{bmatrix} -\omega k I & k^2 I & (k^2-\omega^2)\omega I' \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} k \\ \omega \\ E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega^2 I & \omega k I & (k^2-\omega^2) I' \\ (I')^2 k & -(I')^2 & (k^2-\omega^2) I' I'' \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} k \\ \omega \\ E \end{bmatrix} = 0.$$

Сипаттама жылдамдығы

$$u = [k \pm (\alpha)^{1/2}\omega]/[\omega \pm (\alpha)^{1/2} k] \tag{25}$$

Мұнда

$$\alpha = II'/(I')^2. \tag{26}$$

(26) теңдеуден алынған a мәні теріс болса, (25) теңдеумен берілген сипаттамалық жылдамдықтар күрделі болады. Амплитудадағы кішігірім байланысты айнымалы бұзылулар өзгеруі керек

$$E \sim \exp(x - ut)$$

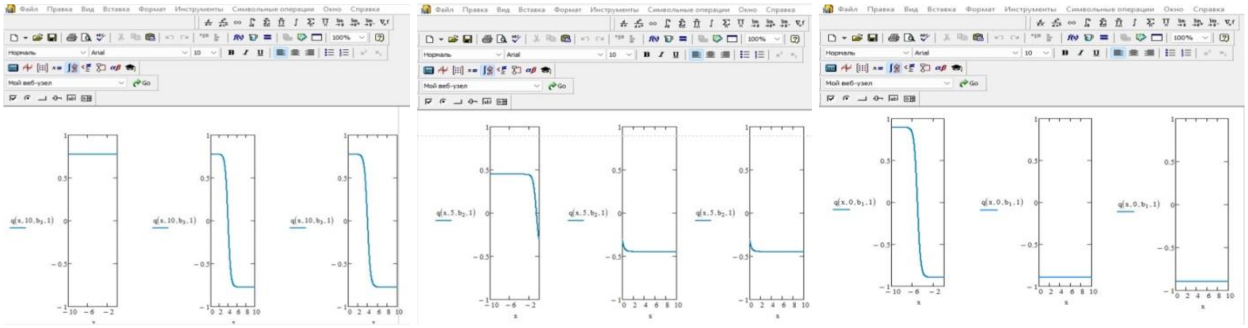
u мәні уақыт бойынша экспоненциалды өсуді, демек, тұрақсыздықты көрсетеді.

Тексеру барысында (15)-ші теңдеудің төрт түрі бар: I. $k > \omega, E > 1, \phi(\theta)$ монотонды түрде артады; II. $k > \omega - 1 < E < 1,\ \phi(\theta)$ периодты түрде $\phi = \pi$ шамасында; III $k < \omega - 1 < E < 1$, $\phi(\theta)$ периодты түрде $\phi = 0$ шамасында; и IV. $k < \omega\ E < -1,\ \phi(\theta)$ монотонды түрде артады.

Метрикалық жұлдыз графигінің әрбір e_j қосылымындағы Клейн-Гордон-Фок теңдеуінің kink (antikink) солитон шешімі пішінге ие.

$$q_j(x,t) = \mp \frac{1}{\sqrt{b_j}} \tanh\left(\frac{x - l - vt}{\sqrt{2(1-v^2)}}\right) \tag{27}$$

мұндағы l – солитонның бастапқы масса центрі (кинк пен антикинктің солитон ерітінділерінің сәйкесінше − және + таңбалары болады).



а) б) в)

Сурет 1 – Шағылыспайтын беріліс: а) t=0 б) t=5 в) t=10

Клейн-Гордон-Фок теңдеуінің кинкілік (антикинк) солитон шешімін пайдаланып, сызықтық еместер үшін қосынды ережесін қолдану арқылы , біз басқа сақталу заңының орындалатынын да көрсете аламыз, яғни. импульс:

$$P=\sum_{j=1}^{3}\int_{e_j}\partial_t q_j\partial_x q_j dx=\sum_{j=1}^{3}\frac{1}{2b_j}\cdot\frac{v}{1-v^2}\int_{e_j}\frac{dx}{\cosh^4\left(\frac{x-l-vt}{\sqrt{2(1-v^2)}}\right)}=\frac{v}{2(1-v^2)}\left[\frac{1}{b_1}\int_{-\infty}^{0}\frac{dx}{\cosh^4\left(\frac{x-l-vt}{\sqrt{2(1-v^2)}}\right)}+\left(\frac{1}{b_2}+\frac{1}{b_3}\right)\int_0^{+\infty}\frac{dx}{\cosh^4\left(\frac{x-l-vt}{\sqrt{2(1-v^2)}}\right)}\right]=\frac{v}{2(1-v^2)b_1}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\cosh^4\left(\frac{x-l-vt}{\sqrt{2(1-v^2)}}\right)}=\frac{4v}{3b_1\sqrt{2(1-v^2)}}$$

соңғы өрнектен импульс тұрақты. 2-суретте бірінші ,екінші және үшінші бұралудың солитон ерітіндісінің таралуы көрсетілген, ал шағылдырғышсыз беріліс t = 0, t = 5 и t = 10 кезінде көрсетілген.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Ablowitz M.J , Segur H. Solitons and the Inverse Scattering Transform // Philadelphia, 1981, P. 300-350.

2. _Ablowitz M.J , Clarkson P.A. Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering, // Cambridge University Press, 1991, P.-401-470.

3. Greiner W , Relativistic Quantum Mechanics-Wave Equations, SpringerVerlag, // Berlin, Germany, 3rd edition, 2000, P. 310-360.

4. Ablowitz M.J., Kruskal M.D and Ladik J.F.Solitary . wave collisions SIAM J. // Appl. Math. Vol. 36, No. 3, June 1979.

5. Jim´enez S.,V´azquez L., Analysis of Four Numerical Schemes for a Nonlinear Klein-Gordon Equation, // App. Math. and Comp.35:61-94 (1990). P. 1-34.

6. Los Vu-Quos and Shaofan Li, Invariant-conserving finite difference algorithms for the nonlinear Klein-Gordon equation, // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 107 (1993), P.-341-391.

7. Sobirov Z., Matrasulov D., Sabirov K., Sawada S. and Nakamura K., Integrable nonlinear Schr¨odinger equation on simple networks: Connection formula at vertices, // PHYSICAL REVIEW E 81: 066602 (2010)
8. Adami R, Cacciapuoti C, Finco D and Noja D. Fast solitons on star graphs, // Reviews in Mathematical Physics, Vol. 23, No. 4, (2011), P.-409–451.
9. Sobirov Z., Babajanov D., Matrasulov D., Nakamura K. and Uecker H. Sine-Gordon solitons in networks: Scattering and transmission at vertices, EPL, // A letters journal exploring the frontiers of physics, Vol 115, 50002 (2016).
10. Sabirov K.K., Babajanov D.B., Matrasulov D.U. and Kevrekidis P.G. Dynamics of dirac solitons in networks, // J. Phys. A: Math. Theor. 51, 435203 (2018).
11. Sabirov K.K., Yusupov J.R., Matyokubov Kh.Sh., Susanto H., Matrasulov D.U. Networks with point-like nonlinearities, // Nanosystems: Phys. Chem. Math., 13(1), (2022), P.-30–35.
12. Kottos T. and Smilansky U. // Periodic Orbit Theory and Spectral Statistics for Quantum Graphs, 2008, P.-1-37.
13. Gnutzmann S. and Smilansky U. Quantum graphs: Applications to quantum chaos and universal spectral statistics, // Advances in Physics, Vol. 55, Nos. 5–6, July–October, (2006), P.-527–625.

UDK 524.834

STUDY OF THE COSMOLOGICAL MODEL BY METHODS OF THE $F(R,X,\varphi)$ SYMMETRY THEORY

Bauyrzhan Gulnur
bauyrzhangb@enu.kz
ENU named after L.N. Gumilyov
Astana, Kazakhstan

Omursinova Kamila Abdimautovna
kamilaomursinova@gmail.com
4th grade bachelor of the ENU named after L.N. Gumilyov
Astana, Kazakhstan
Scientific director: Yerzhanov K.K

Introduction

The $F(R,X,\varphi)$ gravity model is a theoretical framework that extends Einstein's general theory of relativity to include additional gravitational effects. This model proposes modifications to the traditional Einstein-Hilbert action by introducing new terms that include higher-order curvature invariants, scalar fields, and non-minimal matter coupling. The $F(R,X,\varphi)$ model has been proposed as a possible solution to some open problems in modern cosmology such as dark energy and dark matter. This model has also received considerable attention in recent years due to its ability to unify the fundamental forces of nature. In this context, $F(R,X,\varphi)$ gravity model has become an exciting area of research that could revolutionize our understanding of the universe.

For this model Lagrangian have the next form:

$$L = a^3F - a^3F_RR - a^3F_Ru - 6F_R\dot{a}^2a - 6\dot{F}_R\dot{a}a^2 - a^3F_X\left(X - v - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2\right) \quad (1)$$

Here: R – curvature scalar, X – kinetic term of the scalar field, φ – scalar field.