ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

ӘОЖ 524.8

$f(R), \eta(G)$ ГРАВИТАЦИЯЛАРЫНЫҢ ЖАЛПЫЛАНҒАН КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛІ

Нұрат И.Қ.
indira.nurat@mail.ru
Л.Н.Гумилева атындағы ЕҰУ, «Жалпы және теориялық физика» кафедрасы
8D05304-Физика мамандығының 2 курс докторанты
Астана, Казахстан
Ғылыми жетекші – Мырзақұл Ш.Р.

Көптеген астрономиялық зерттеулер бойынша Ғаламның үдемелі ұлғаятындығы анықталды [1]. Соңғы кезде Ғаламның үдемелі ұлғаюын қарастыратын жалпылама Энштейн-Гильберт модификацияланған теорияларын зерттеуге қызығушылық артып келеді. Тиімді космологиялық нәтижелер алуға болатын модификацияланған гравитация теориялары ұсынылды.

Сондай модификацияланған гравитация теориясына $f(R)$ гравитациясы жатады. Соңғы онжылдықта $f(R)$ гравитациясының бірнеше түрлері зерттелді [2-3]. Бұл теория Ғаламның соңғы кездегі ұлғаюйын күңгірт энергия сияқты өрістердегі қосымша материяларды қарастырусыз сипаттай алады. Сонымен қатар, $f(R)$ теориясының альтернативасы ретінде $f(R,G)$ гравитациясы ұсынылды [4-5]. Яғни, Энштейн әсері Гаусс-Бонне гравитациялық теориясының $f(G)$ функциясының қосылуымен өзгереді. Мұндағы G Гаусс-Бонне теңдеуінің квадраттық инварианты болып табылады [6].

Бұл жұмыста R және G функцияларынан тұратын модификацияланған $f(R), \eta(G)$ Гаусс-Бонне гравитациясы зерттеледі. Осы модельге сәйкес қозғалыс теңдеуі, космологиялық параметрлер және осы параметрлердің қазіргі таңдағы бақылау деректерімен сәйкестігі қарастырылады.

Жазық кеңістіктік Фридман-Робертсон-Уокер метрикасын қарастырайық

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \tag{1}$$

мұндағы a - масштабты фактор.

Осы метрикағаи сәйкес келесі түрдегі әсерді қарастырамыз

$$S = \int d^4x a^3 \left[f(R) + \eta(G) - f_R \left(R - 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)\right) - \eta_G \left(G - \frac{24\dot{a}^2\ddot{a}}{a^3}\right)\right], \tag{2}$$

Функция үсіндегі нүкте уақыт арқылы туындыны білдіреді.
f_R және η_G келесі түрде белгілі

$$f_R = \frac{df}{dR}, f_G = \frac{df}{dG} \tag{3}$$

(2) теңдеудегі әсерге сәйкес Лагранж функциясы келесі түрде анықталады

$$L = a^3 f + a^3 \eta - a^3 R f_R - 6a^2 \dot{a}\dot{R} f_{RR} - 6a\dot{a}^2 f_R - a^3 G \eta_G - 8\dot{a}^3 \dot{G} \eta_{GG}. \tag{4}$$

Эйлер-Лагранж теңдеуі келесі түрде жазылады

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = 0 \tag{5}$$

мұндағы $q = a, R, G$ – жалпылама айнымалылар.

$$p = -\left(3H^2 + 2\dot{H}\right) =$$
$$= \frac{1}{2f_R}\left[f + \eta - Rf_R - G\eta_G + 4H\dot{R}f_{RR} + \left(2\dot{R}f_{RR}\right)_t + 8H^2\left(\dot{G}\eta_{GG}\right)_t + 16H\dot{G}\eta_{GG}\left(\dot{H} + H^2\right)\right] \tag{6}$$

$$\rho = 3H^2 = \frac{1}{2f_R}\left[-f - \eta + Rf_R + Gf_G - 6H\dot{R}f_{RR} - 24H^3\dot{G}\eta_{GG}\right] \tag{7}$$

мұндағы $H = \frac{\dot{a}}{a}$ – Хаббл параметрі.

ФРУ метрикасы үшін Риччи скаляры R және Гаусс-Бонне инварианты G келесі түрде анықталады

$$G = 24H^2\left(\dot{H} + H^2\right), \tag{8}$$

$$R = 6\dot{H} + 12H^2. \tag{9}$$

(6) және (7) теңдеулерді қосу арқылы келесі теңдеуді аламыз

$$H = \frac{1}{2f_R}\left[\left(\dot{R}f_{RR} + 4H^2\dot{G}\eta_{GG}\right) - \left(R^2 f_{RRR} + 4H^2\dot{G}^2\eta_{GG}\right) - \left(\ddot{R}f_{RR} + 4H^2 G\ddot{\eta}_{GG}\right) - 8H\dot{H}G\dot{\eta}_{GG}\right] \tag{10}$$

Келесідей белгілеу егіземіз

$$A = \dot{R}f_{RR} + 4H^2\dot{G}\eta_{GG}, \tag{11}$$

онда A фукнциясының уақыт арқылы туындысы келесі түрде жазылады

$$\dot{A} = \left(R^2 f_{RRR} + 4H^2\dot{G}^2\eta_{GG}\right) - \left(\ddot{R}f_{RR} + 4H^2 G\ddot{\eta}_{GG}\right) - 8H\dot{H}G\dot{\eta}_{GG}. \tag{12}$$

(11), (12) теңдеулерді пайдаланып (10) теңдеуді келесі түрге келтіреміз

$$\dot{H} = \frac{1}{2f_R}\left(HA - \dot{A}\right). \tag{13}$$

Осы теңдеуді шешуді оңайлату үшін келесідей белгілеу енгіземіз

$$f_R = \frac{A}{2}. \tag{14}$$

Онда (13) теңдеуді келесі түрде жазамыз

$$\dot{H} - H = \frac{\dot{A}}{A} = C_1 \tag{15}$$

мұндағы $C_1 = const.$

(15) теңдеудің шешімі келесі түрде болады

$$H = e^{(t-t_0)} \tag{16}$$

және

$$A = e^{-C_1(t-t_0)}. \tag{17}$$

(11),(14),(17) өрнектерді пайдаланып келесі интегралды теңдеуді анықтаймыз

$$\eta_G = -\int \frac{C_1 e^{-C_1(t-t_0)}}{8\left(e^{(t-t_0)} - C_1\right)^2} dt. \tag{18}$$

(16) теңдеуді (9) теңдеуге қою арқылы f_Rанықтаймыз:

$$f_R = \frac{1}{2}\left(C_1 - \frac{1}{4} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R}{3} - 2C_1 + \frac{1}{4}}\right)^{C_1}. \tag{19}$$

$C_1 = -1$ болатын жағдайын қарастырып (19) интегралдық теңдеудің шешімін келесі түрде анықтаймыз

$$f(R) = \frac{5}{8} + \frac{1}{24}\sqrt{12R + 81}. \tag{20}$$

Ғаламның кеңеюі ω күй параметрінің әртүрлі мәндеріне байланысты сипатталады. Күй параметрі келесідей анықталады

$$\omega = \frac{p}{\rho}, \tag{21}$$

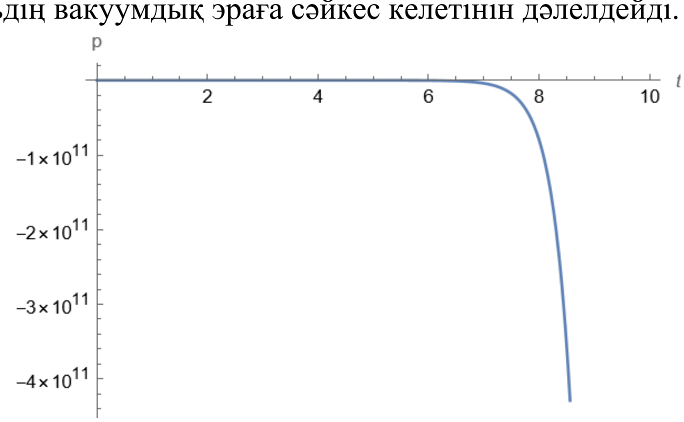
мұндағы p - қысым , ρ – энергия тығыздығы.

(8), (9) –өрнеутерге көрсетілген R және G функцияларының уақыт арқылы туындыларын анықтап, осы мәндерді (6), (7) теңдеулерге қою арқылы келесі теңдеулерді аламыз

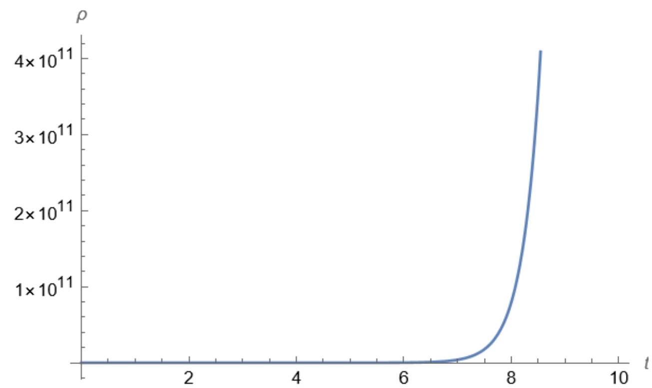
$$p = -3e^{2t} - 6e^t + \frac{3}{e^t} - 3, \tag{22}$$

$$\rho = 3e^{2t} + 6e^t - \frac{3}{e^t} + 3. \tag{23}$$

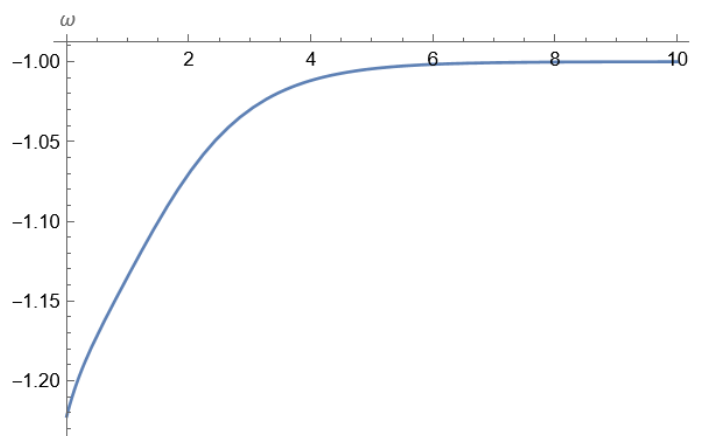
Онда (21) теңдеуге сәйкес күй параметрі $\omega = -1$ болады. Бұл нәтиже зерттеліп жатқан космологиялық модельдің вакуумдық эраға сәйкес келетінін дәлелдейді.



1-сурет. p қысымның t уақыт бойынша өзгерісі



2-сурет. ρ энергия тығыздығының t уақыт бойынша өзгерісі.



3- сурет. ω күй параметрінің t уақыт бойынша өзгерісі.

Бұл жұмыста $f(R)$ және $\eta(G)$ функцияларынан тұратын модификацияланған Гаусс-Бонне гравитациясы зерттелді. Осы космологиялық модельге сәйкес белгісіз $f(R)$ және $\eta(G)$ функцияларының анықталу жолдары көрсетілді, $f(R)$ функциясының R қисықтық скалярына байланысты түрі анықтады. Сонымен қатар, космологиялық параметрлер және олардың графиктері қарастырылды. 1-суретке сәйкес p қысым теріс мәнге ие екені көрінеді. Бұл қазіргі Ғаламның үдемелі кеңеюін сипаттайды. 2-суретке сәйкес энергия тығыздығының оң мәнге ие болуы да қазіргі космологиялық мәліметтерге сәйкес келеді. Осылайша, осы жұмыста қарастырылған модификацияланған Гаусс-Бонне гравитациясының моделі соңғы уақыттағы Ғаламның үдемелі кеңеюін сипаттайтындығы дәлелденді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Aghanim N. et al. Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters //Astronomy & Astrophysics. – 2020. – Т. 641. – С. A6.
2. Nojiri S., Odintsov S. D. Unified cosmic history in modified gravity: from F (R) theory to Lorentz non-invariant models //Physics Reports. – 2011. – Т. 505. – №. 2-4. – С. 59-144.
3. Cognola G. et al. Dark energy in modified Gauss-Bonnet gravity: Late-time acceleration and the hierarchy problem //Physical Review D. – 2006. – Т. 73. – №. 8. – С. 084007.
4. De Laurentis M., Lopez-Revelles A. J. Newtonian, Post-Newtonian and Parametrized Post-Newtonian limits of f (R, $\mathcal{G}$) gravity //International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. – 2014. – Т. 11. – №. 10. – С. 1450082.

5. Elizalde E. et al. ΛCDM epoch reconstruction from F (R, G) and modified Gauss–Bonnet gravities //Classical and Quantum Gravity. – 2010. – Т. 27. – №. 9. – С. 095007.
6. Li B., Barrow J. D., Mota D. F. Cosmology of modified Gauss-Bonnet gravity //Physical Review D. – 2007. – Т. 76. – №. 4. – С. 044027.

УДК 517.957; 532.5

ЛОКАЛЬДЫ ЕМЕС МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН КДФ ТЕҢДЕУІ ҮШІН ДАРБУ ТҮРЛЕНДІРУІ

Прімхан Нұрсая Талғатқызы
nursayaprimkhan@gmail.com
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі-А.Б.Алтайбаева

Кіріспе

Кортевег-де Фриз теңдеуі $q_t + 6qq_x + q_{xxx} = 0$ таяз суда пайда болатын шағын амплитудалық және әлсіз дисперсиялық толқындардың қозғалысын сипаттайды. КдФ теңдеуінің басқа өзгертілген нұсқасы күрделі мКдФ теңдеуі келесі түрге ие$(\varepsilon = \pm 1)$[1]

$$q_t + 6\varepsilon |q| q_x + q_{xxx} = 0, \tag{1}$$

Абловиц пен Муслимани интегралданатын мКдФ теңдеуін қамтитын жаңа локальды емес сызықты емес интегралданатын теңдеуін ұсынды[2]

$$q_t + 6\varepsilon q q(-x,t) q_x + q_{xxx} = 0, \tag{2}$$

мұндағы $q = q(x,t)$ - x және t нақты айнымалылардың күрделі функциясы.

Локальды емес мКдФ теңдеуі үшін Дарбу түрлендіруі

Бұл бөлімде біз локальды емес мКдФ теңдеуі үшін Дарбу түрлендіруін [3,4] қолданып,теңдеудің нақты шешімін табамыз. Локальды емес мКдФ (2) теңдеуі келесі Лакс жұптары арқылы шығарылады

$$\varphi_x = M\varphi, \tag{3}$$

$$\varphi_t = N\varphi,$$

мұндағы $M = M(x,t,\lambda)$ және $N = N(x,t,\lambda)$ матрицалары келесі түрге ие