

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024
Астана**

УДК 001

ББК 72

G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001

ББК 72

G99

ISBN 978-601-7697-07-5

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2024**

ПОЗДНЯЯ ВСЕЛЕННАЯ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ЭЙНШТЕЙНА-ГАУССА-БОННЕ

Рахатов Даурен Жанатович

godauren@gmail.com

Докторант 1-го года обучения специальности D090 – Физика,
кафедра общей и теоретической физики,
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Цыба П.Ю.

Введение

В конце прошлого века, в ходе наблюдений за сверхновыми типа Ia стало известно, что Вселенная расширяется ускоренно [1,2]. На данный момент считается, что за расширение ответственна темная энергия, особенно сильное влияние которой наблюдается в относительно недавние этапы эволюции Вселенной [3,4]. Данная работа направлена на создание и тестирование модели Эйнштейна-Гаусса-Бонне, модифицированную скалярным и электромагнитным полем в рамках поздней Вселенной. Особенность модели заключается в использовании двух скалярных полей, одно из которых заключено в функцию связи [5,6]. Модель ранее не была использована учеными для исследования плоской Вселенной. В данной работе применяются методы исследования поздних этапов, основанные на космографических параметрах, параметре уравнения состояния, $Om(z)$ -диагностике, энергетических условиях и определителях состояния.

Действие исследуемой модели включает в себя компоненты скалярного, гравитационного и электромагнитного поля и имеет следующую форму

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) - \xi(\phi) G - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right], \quad (1)$$

где g — метрический тензор; R — скаляр Риччи, ϕ — функция скалярного поля; $V(\phi)$ — потенциал скалярного поля; $\xi(\phi)$ — связывающая функция; G — инвариант Гаусса-Бонне [7]; $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ — инвариант электромагнитного поля.

Модель исследуется в рамках плоской, однородной и изотропной Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера, метрика которой $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$, где $a(t)$ — масштабный фактор. Используется система единиц измерения $8\pi G = M_p^{-2} = \hbar = c = 1$.

1. Уравнения движения и решения

Действие включает в себя инвариант электромагнитного поля, который вычисляется как $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, где $\partial_\mu, \partial_\nu$ — $\frac{\partial}{\partial x_\mu}, \frac{\partial}{\partial x_\nu}$ [8]. В этом случае для определения векторного потенциала электромагнитного поля используется аналог $A_\mu = (0, A_1, A_2, A_3)$. Используя данную калибровку, получаются уравнения движения.

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (4)$$

$$p = \frac{1}{6a^2} (\dot{A}_1^2 + \dot{A}_2^2 + \dot{A}_3^2) + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V + 8H^2 \xi + 16H \dot{\xi} (\dot{H} + H^2).$$

$$3H^2 = \rho, \quad (5)$$

$$\rho = \frac{1}{2a^2} (\dot{A}_1^2 + \dot{A}_2^2 + \dot{A}_3^2) + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V - 24H^3 \xi,$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - V_\phi - G\xi_\phi = 0. \quad (6)$$

$$\ddot{A}_n + H\dot{A}_n = 0, \quad n = 1, 2, 3, \quad (7)$$

где (4) и (5) — уравнения Фридмана; (6) — уравнение Клейна-Гордона; (7) — уравнения максвелловского типа.

Реконструкция модели проводится через масштабный фактор $a(t) = e^{\alpha t} t^\beta$ [9]. Подстановка параметра Хаббла в уравнения типа-Максвелла позволяет вычислить значения скалярного поля.

$$\phi(z) = \phi_1 - \phi_0 \text{Ei} \left(\beta, W \left(\frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{1}{1+z} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right) \right) \left[W \left(\frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{1}{1+z} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right) \frac{\beta}{\alpha} \right]^{1-\beta}, \quad (8)$$

где Ei — экспоненциальный интеграл; W — функция Ламберта; ϕ_0 и ϕ_1 — константы интегрирования.

Подстановка полученных значений в уравнения (4-5) позволяет определить значения давления и плотности энергии. Графики давления и плотности энергии изображены на Рис.1.

$$p(t) = \frac{e^{-t(4\alpha + \phi_0 t^{-\beta} \text{Ei}(\beta, \alpha t))}}{2t^{4(1+\beta)}} \left[48e^{4\alpha t + \phi_1 t^{4\beta}} (\alpha t + \beta)^2 ((\alpha t + \beta)^2 - \beta) + 16e^{3\alpha t + \phi_1 t^{1+3\beta}} (\alpha t + \beta) ((\alpha t + \beta)^2 - 2\beta) \phi_0 + 16e^{2\alpha t + \phi_1 t^{2+2\beta}} (\alpha t + \beta)^2 \phi_0^2 + \phi_0 t^3 e^{\phi_0 t^{1-\beta} \text{Ei}(\beta, \alpha t)} (\phi_0 t + \phi_0 e^{2\alpha t} t^{1+2\beta} - 4\phi_1 e^{3\alpha t} t^{3\beta} (\alpha t + \beta)) + 2\phi_0^2 e^{-\alpha t} t^{-2\beta} (\alpha t + \beta) \text{Ei}(\beta, \alpha t) \right],$$

$$\rho(t) = 24e^{\phi_1 - \phi_0 t^{1-\beta} \text{Ei}(\beta, \alpha t)} t^{-4} (\alpha t + \beta)^2 (\beta - (\alpha t + \beta)^2) + \frac{\phi_0^2 (3 + e^{2\alpha t} t^{2\beta})}{2e^{4\alpha t} t^{4\beta}} - \frac{24e^{\phi_1 - \alpha t - \phi_0 t^{1-\beta} \text{Ei}(\beta, \alpha t)} \phi_0 \beta^2}{t^{6+\beta}} + \frac{2\phi_0 (\alpha t + \beta) (\phi_1 t^\beta - \phi_0 t \text{Ei}(\beta, \alpha t))}{e^{\alpha t} t^{1+2\beta}}.$$

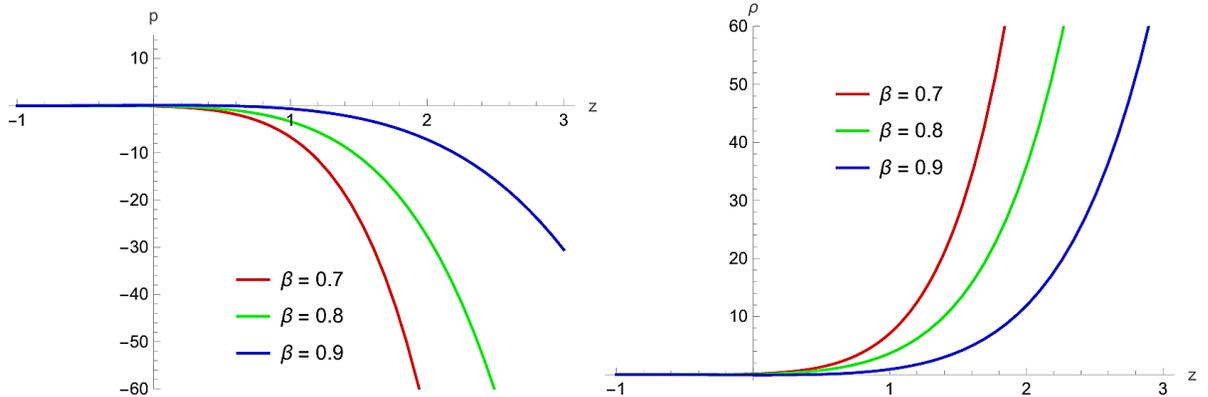


Рисунок 1 — Давление $p(z)$ и плотность энергии $\rho(z)$ при различных значениях β .

2. Поздняя Вселенная

Далее модель исследуется при помощи параметра уравнения состояния, который вычисляется как соотношение давления и плотности энергии $\omega = p/\rho$. Для ускоренно расширяющейся Вселенной характерен диапазон значений $-1 < \omega < -1/3$, случай Λ CDM определяется как $\omega = -1$. График параметра уравнения состояния в исследуемой модели при различных значениях параметра β показаны ниже на Рис.2.

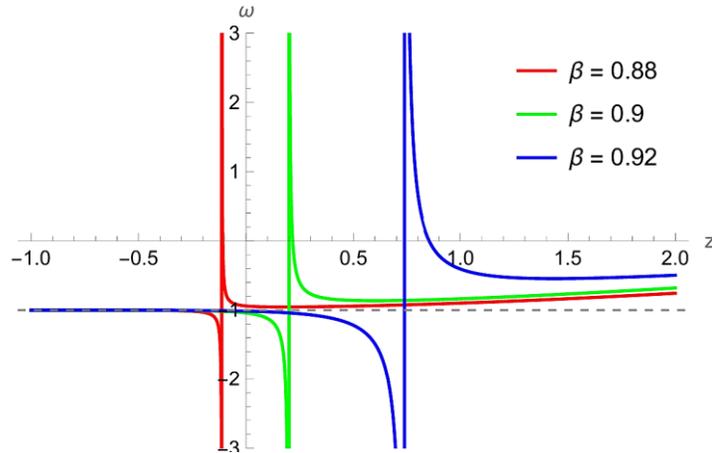


Рисунок 2 — Параметр уравнения состояния $\omega(z)$ при различных значениях β .

График параметра уравнения состояния указывает на соответствие модели ускоренному режиму расширения Вселенной. Аналогом параметра уравнения состояния является недавно предложенный метод – $Om(z)$ -диагностика [10] (Рис. 3). Диагностика производится в соответствии с формулой

$$Om(z) = \frac{\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 - 1}{(1+z)^3 - 1}, \quad (9)$$

где H_0 – параметр Хаббла при $z = 0$.

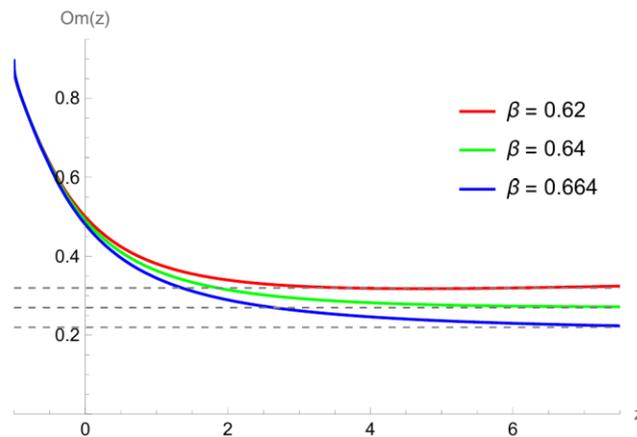


Рисунок 3 – $Om(z)$ -диагностика при различных значениях параметра β .

При $\beta = 0,62$ модель соответствует квинтэссенции $\Omega_m = 0,22$, при $\beta = 0,64$ модель соответствует Λ CDM $\Omega_m = 0,27$, при $\beta = 0,664$ модель соответствует фантомной энергии $\Omega_m = 0,32$. Основываясь на значениях давления p и плотности энергии ρ , необходимо выяснить, каким энергетическим условиям соответствует модель.

$$\begin{aligned}
 NEC: \rho + p &\geq 0, \\
 WEC: \rho + p &\geq 0, \rho \geq 0, \\
 SEC: \rho + p &\geq 0, \rho + 3p \geq 0, \\
 DEC: \rho &\geq 0, -\rho \leq p \leq \rho.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

WEC соблюдается во всех моделях с вещественным масштабным фактором. Условия NEC и DEC должны соблюдаться для всех моделей с положительной плотностью и компонентами отрицательного давления. Однако SEC устанавливает ограничения на компоненты отрицательного давления. Следовательно, для моделей с ускоренным расширением условие SEC не должно выполняться. Соответствие данной конфигурации наблюдается на Рис. 4.

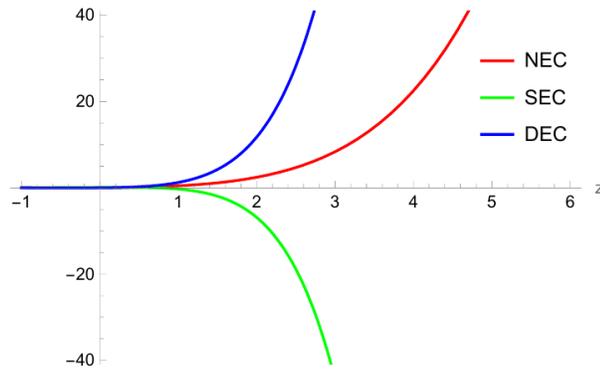


Рисунок 4 – Энергетические условия в зависимости от красного смещения.

Характер расширения позволяют исследовать космографические параметры (Рис. 5), заданные как

$$q(z) = \frac{H'(z)}{H(z)}(1+z) - 1,$$

$$j(z) = \frac{H''(z)}{H(z)}(1+z)^2 + q(z)^2,$$

$$s(z) = - \left[\frac{H'''(z)}{H(z)}(1+z)^3 - 3q^3(z) - 3q^2(z) + 4q(z)j(z) + 3j(z) \right], \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 l(z) = &\frac{H''''(z)}{H(z)}(1+z)^4 + 12q^2(z) + 24q^3(z) + 15q^4(z) - 32q(z)j(z) - \\
 &- 25q^2(z)j(z) - 7q(z)s(z) - 12q(z)s(z) + 4j^2(z) - 8s(z),
 \end{aligned}$$

где q - параметр замедления, j - параметр рывка, s - параметр щелчка, l - параметр «lerk».

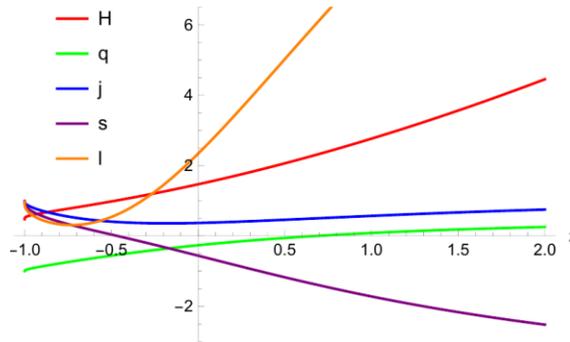


Рисунок 5 – Космографические параметры в зависимости от красного смещения.

Рис. 5 показывает, что параметр замедления переходит из положительной области значений в отрицательную на красном смещении $z = 0.66$, что говорит о наличии перехода от замедленного расширения к ускоренному в данной точке. Более точное определение перехода можно определить при помощи определителей состояния, заданных формулами

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3}, \quad s = \frac{r-1}{3(q-0.5)}. \quad (12)$$

При $r = 1$ и $s = 0$ модель соответствует Λ CDM. Соответствие модели стандартной темной материи SCDM происходит при значениях $r = 1$ и $s = 1$. Данный вид диагностики может показать, в каких областях значений наблюдается ускоренное или замедленное расширение. Графики определителей состояния в различных конфигурациях представлены на Рис. 6-7.

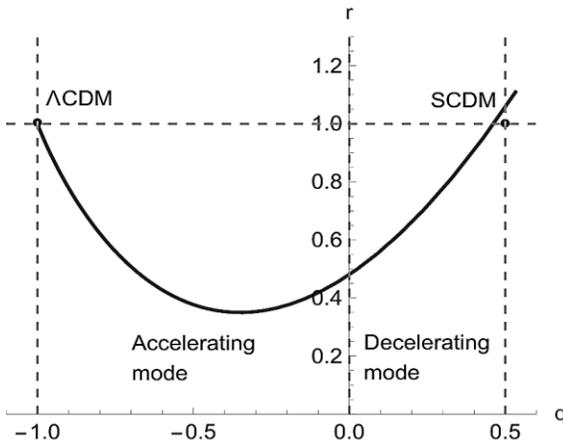


Рисунок 6 — Определители состояния r и q

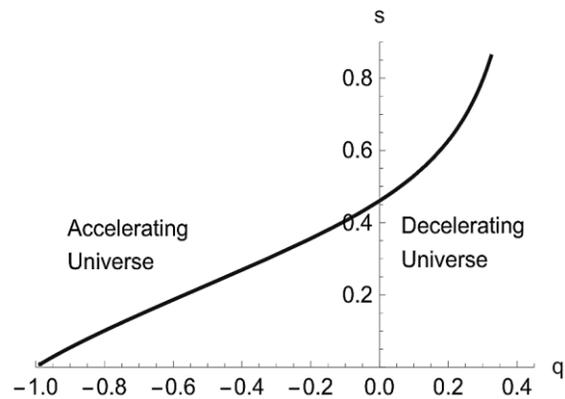


Рисунок 7 — Определители состояния s и q

Заключение

В ходе исследования созданной космологической модели выведены и получены решения уравнений движения, которые в дальнейшем использовались для исследования поздних этапов эволюции Вселенной, характеризующихся доминанцией темной энергии. В ходе проведения расчетов вычислен параметр уравнения состояния и его аналог $Om(z)$ -диагностика, которые подтвердили соответствие модели ускоренно расширяющейся Вселенной. Далее проверено соответствие энергетическим условиям. В ходе проверки обнаружилось нарушение сильного энергетического условия. Нарушение данного условия говорит о соответствии модели

ускоренному расширению. Для углубленного анализа характера расширения использовались космографические параметры. Выяснилось, что параметр замедления принимает не только отрицательные, но и положительные значения, что говорит о наличии перехода от замедленного расширения к ускоренному. Более подробно особенности перехода исследованы при помощи определителей состояния. В результате проведенного исследования подтверждена жизнеспособность модели и возможность ее приложения к исследованию поздних этапов эволюции Вселенной.

Список использованных источников

1. Riess A.G. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // *Astron J.* 1998. Vol. 116.
2. Perlmutter S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae // *The Astrophysical Journal LBNL.* 1998.
3. Tsujikawa S. Modified gravity models of dark energy // *Lecture Notes in Physics.* Springer, Berlin, Heidelberg, 2010. Vol. 800. P. 99–145.
4. Chaudhary H. et al. Cosmological Tests of $f(R,G,T)$ Dark Energy Model in FRW Universe. 2023.
5. Oikonomou V.K., Tsyba P., Razina O. Einstein-Gauss-Bonnet Cosmological Theories at Reheating and at the End of the Inflationary Era. 2024.
6. Yi Z., Gong Y., Sabir M. Inflation with Gauss-Bonnet coupling // *Physical Review D.* American Physical Society, 2018. Vol. 98, № 8. P. 083521.
7. Glavan D., Lin C. Einstein-Gauss-Bonnet Gravity in Four-Dimensional Spacetime // *Phys Rev Lett.* American Physical Society, 2020. Vol. 124, № 8.
8. Razina O.V., Tsyba P.Yu. Exponential solution of the $f(R)$ gravity with Maxwell term and g -essence // *BULLETIN of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. Physics. Astronomy Series.* L. N. Gumilyov Eurasian National University, 2018. Vol. 124, № 3. P. 33–40.
9. Tripathy S.K. et al. Cosmological models with a hybrid scale factor // *International Journal of Modern Physics D.* World Scientific Publishing Company, 2021. Vol. 30, № 16.
10. Sahni V., Shafieloo A., Starobinsky A.A. Two new diagnostics of dark energy // *Physical Review D.* American Physical Society, 2008. Vol. 78, № 10. P. 103502.

УДК 524.834

ДӘРЕЖЕЛІК КЕҢЕЙТУ ЗАҢЫМЕН ЮКАВА ПОТЕНЦИАЛЫМЕН МИНИМАЛДЫ ЕМЕС БАЙЛАНЫСҚАН СКАЛЯР-ФЕРМИОНДЫҚ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛЬ

Рүстемова Ботакөз Ерденқызы,

rustemova-b@bk.ru

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекші-Разина О.В.

Космология бұл жалпы Ғаламды, оның пайда болуын, құрылымын және дамуын зерттеуге арналған ғылым. Космологияны зерттеу физика мен астрономияның ең қызықты және өзекті салаларының бірі болып табылады. Қазіргі космология зерттеушілердің үлкен қызығушылығын тудыратын бірқатар өзекті мәселелердің алдында тұр:

-Ғаламның кеңеюі: бақылаулар біздің Ғаламның кеңеюін көрсетеді. Алайда, бұл қалай және неге болатыны жұмбақ күйінде қалып отыр.