ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

УДК 524.834

ФЕРМИОНДЫҚ ӨРІСІ БАР МАССАЛЫ (2+1)- ӨЛШЕМДІ МЕТРИКАЛЫҚ ГРАВИТАЦИЯСЫНДАҒЫ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ ШЕШІМДЕР

Рысбекқызы Лаула
laula_risbekkyzy@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі-Мырзакулов Н.А.

Біз 2+1 өлшемді гравитациялық теорияны, оның ішінде жаңа массивтік гравитациямен минималды байланысқан фермиондық өрісін қарастырамыз. Біз өріс теңдеулерінің космологиялық шешімдерін Нетер симметриясының болуымен алынған өзара әрекеттесу потенциалын қолдана отырып зерттейміз. Бұл тұрғыда біз әлемнің инфляциялық және тербелмелі дәуірлеріне сәйкес келетін космологиялық шешімдерді аламыз. Сонымен қатар, біз Әлемнің осы дәуірлерінде Дирак өрісі күңгірт энергия сияқты әрекет ететінін байқаймыз. жаңа массалы гравитация үшін әсер келесі түрде жазылады [1,2]

$$S=\int d^3x\sqrt{|g|}\left[R-2\Lambda-\frac{1}{m^2}K\right], \qquad (1)$$

мұндағы Λ-космологиялық параметр, m-гравитонның массасы. Демек, Жаңа Массивтік Гравитациямен минималды байланысы Дирак өрісі үшін -бұл [3]

$$S=\int d^3x\sqrt{|g|}\left\{R-2\Lambda-\frac{1}{m^2}K+\frac{i}{2}\left[\bar{\Psi}\sigma^{\mu}D_{\mu}\Psi-\left(\bar{D}_{\mu}\bar{\Psi}\right)\sigma^{\mu}\Psi\right]-V(\Psi)\right\}. \qquad (2)$$

мұндағы $V(\Psi)$Дирак өрісінің өзара әрекеттесу потенциалын білдіреді және ол тек екі сызықты комбинацияның функцияларына байланысты $\Psi=\bar{\psi}\psi$, g-метрикалық тензордың детерминанты $g_{\mu\nu}$, ψ-екі компоненті бар Дирак спиноры.Сондай-ақ $D_{\mu}=\partial_{\mu}-\Gamma_{\mu}(x)$ - спиндік байланыс тұрғысынан Дирак спинорының ковариантты туындысы, $\Gamma_{\mu}(x)$. Ол келесідей берілген

$$\Gamma_{\mu}(x)=\frac{1}{4}g_{\lambda\alpha}\left(e^{i}_{\nu,\mu}e^{\alpha}_{i}-\Gamma^{i}_{\nu\mu}\right)s^{\lambda\nu}(x). \qquad (3)$$

мұндағы $\Gamma^{\alpha}_{\nu\mu}$ Кристоффелл символы, ал $g_{\mu\nu}$ триадалар бойынша берілген: [3]

$$g_{\mu\nu}(x)=e^{i}_{\mu}(x)e^{j}_{\nu}(x)\eta_{ij}. \qquad (4)$$

мұндағы μ және ν-0-ден 2-ге дейінгі қисық кеңістік-уақыт индекстері. Ал i және j-0-ден 2-ге дейінгі кеңістік-уақыттың жазық индекстері, ал η_{ij}-қолтаңбасы бар 2 + 1 өлшемді Минковский метрикасы (1,-1,-1). Айналдыру операторлары, $s^{\lambda\nu}(x)$ арқылы беріледі

$$s^{\lambda\nu}(x)=\frac{1}{2}\left[\bar{\sigma}^{\mu}(x),\bar{\sigma}^{\nu}(x)\right] \tag{5}$$

мұндағы $\bar{\sigma}^{\mu}(x)$ -2 + 1 өлшемдегі кеңістік-уақытқа тәуелді Дирак матрицалары . Содан кейін, триадаларды қолдана отырып, жазық кеңістіктегі Дирак матрицаларымен байланыстыруға болады келесідей:

$$\bar{\sigma}^{\mu}(x)=e^{\mu}_{(i)}(x)\bar{\sigma}^{i}. \tag{6}$$

мұндағы $\bar{\sigma}^{i}$

$$\bar{\sigma}^{0}=\sigma^{3},\ \bar{\sigma}^{1}=i\sigma^{1},\ \bar{\sigma}^{2}=i\sigma^{2}, \tag{7}$$

σ^{1}, σ^{2} және σ^{3} Паули матрицалары деп аталады. [3]

Жаңа массивтік гравитация контекстінде ғаламның кеңеюін талдау үшін 2 + 1 өлшемді Фридман-Робертсон-Уокер метрикасы

$$ds^{2}=dt^{2}-a^{2}(t)\left[dx^{2}+dy^{2}\right] \tag{8}$$

кеңістік уақытының фонын қарастырамыз.Мұндағы $a(t)$- ғаламның масштаб факторы. Демек, осы кеңістік-уақытта Эквалайзерді қолдана отырып (4 - 7) және (2), формулаларының Лагранжы былай жазылады

$$L=-2\left(\dot{a}^{2}+a^{2}\Lambda\right)+\frac{\dot{a}^{4}}{6m^{2}a^{2}}+.\frac{ia^{2}}{2}\left[\left(\bar{\psi}\sigma^{3}\dot{\psi}-\dot{\bar{\psi}}\sigma^{3}\psi\right)\right]-a^{2}V(\Psi). \tag{9}$$

Тиісінше, осы Лагранжнан алынған теңдеулер $\bar{\psi},\psi$ және a үшін қозғалыс келесідей алынады:

$$\dot{\psi}+H\psi+i\sigma^{3}\psi V'=0 \tag{10}$$

$$\dot{\bar{\psi}}+H\bar{\psi}-i\bar{\psi}\sigma^{3}V'=0 \tag{11}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a}=-\frac{m^{2}\left(4\rho_{\Lambda}-4\rho_{D}-p_{D}\right)}{2H^{2}-4m^{2}} \tag{12}$$

Мұндағы

$$p_D = 2V'\Psi - 4V\ , \quad \rho_D = \Lambda \tag{13}$$

$$\rho_D = \frac{H^4}{4m^2} + \frac{V}{2} \tag{14}$$

мұндағы p_D және ρ_D-сәйкесінше Дирак өрісінің қысымы мен энергия тығыздығы, ал p_Λ-вакуумның (немесе күңгірт энергияның) энергия тығыздығы, Ал $H = \frac{\dot{a}}{a}$ -Хаббл параметрі. Нүкте ғарыштық уақыт туындысын білдіреді, ал a саны Ψ -ға қатысты туындыны білдіреді. Сонымен қатар, осы теңдеулермен Гамильтондық шектеу теңдеуін қолдана отырып, $E_L = 0$, Лагранжмен байланысты

$$E_L = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\dot{\psi} + \dot{\bar{\psi}}\frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\psi}}} - L \tag{15}$$

Фридман теңдеуі келесідей алынады:

$$H^2 = \rho_\Lambda + \rho_D \tag{16}$$

Лагранж (9) үшін Нетер симметриясының тәсілін қолдана отырып, біз $\dot{a}^4, \dot{a}^3\dot{\psi}$ және т.б. коэффициенттерінің жоғалып кетуін таңу арқылы белгілі бір дифференциалдық теңдеулерді аламыз. Лагранждың конфигурация кеңістігі $Q = \left(a, \psi_j, \psi_j^{\div}\right)$, оның жанама кеңістігі. Осы арқылы X - ті табуға болады

$$X = \alpha\frac{\partial}{\partial a} + \dot{\alpha}\frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \sum_{j=1}^{2}\left(\beta_j\frac{\partial}{\partial \psi_j} + \dot{\beta}_j\frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j}\right) + \sum_{j=1}^{2}\left(\gamma_j\frac{\partial}{\partial \psi_j^{\div}} + \dot{\gamma}_j\frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j^{\div}}\right) \tag{17}$$

α , β және γ тәуелді a , және ψ - ге. Демек, X векторлық өрісі теңдеудің симметрия шарты келесі дифференциалдық теңдеулерге әкеледі:

$$2a\frac{\partial \alpha}{\partial a} - \alpha = 0 \tag{18}$$

$$\sum_{j=1}^{2}\frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j^{\div}} = 0 \tag{19}$$

$$\sum_{j=1}^{2} \frac{\partial\alpha}{\partial\psi_i} = 0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial a} = 0 \tag{21}$$

$$\sum_{j=1}^{2}\left(\psi_i^{\div}\frac{\partial\gamma_i}{\partial a} - \psi_i\frac{\partial\beta_i}{\partial a}\right) = 0 \tag{22}$$

$$2\alpha\psi_i^{\div} + a\beta_i - a\sum_{j=1}^{2}\left(\psi_i\frac{\partial\beta_i}{\partial\psi_j} - \psi_i^{\div}\frac{\partial\gamma_i}{\partial\psi_j}\right) = 0 \tag{23}$$

$$2\alpha\psi_i^{\div} + a\gamma_i + a\sum_{j=1}^{2}\left(\psi_i\frac{\partial\beta_i}{\partial\psi_i^{\div}} - \psi_i^{\div}\frac{\partial\gamma_i}{\partial\psi_i^{\div}}\right) = 0 \tag{24}$$

$$\alpha\left[4\Lambda - 2V\right] - aV'\sum_{i=1}^{2}\varepsilon_i\left(\gamma_i\psi_i^{\div} + \beta_i\psi_i\right) = 0 \tag{25}$$

Енді (16) - (19) теңдеулерден $\alpha = 0$ екенінкөреміз. Сонымен қатар, (20)–(22) теңдеулердің шешімдерінен біз келесі нәтижелерді аламыз

$$\beta_i = \kappa\varepsilon_i\left(\psi_i^{\div} + \psi_i\right) \tag{26}$$

$$\gamma_i = -\kappa\varepsilon_i\left(\psi_i - \psi_i^{\div}\right) \tag{27}$$

мұндағы κ тұрақты.

Соңында, β_i, γ_i және α функцияларын (23)- теңдеуде қолдану арқылы, біз $V' = 0$ табамыз, яғни $dV(\Psi)/d\Psi = 0$. Осылайша, потенциалдың жалғыз мүмкін шешімі болып табылады:

$$V = V_0 = const. \tag{28}$$

Сонымен қатар, бұл потенциалды (10), (11) теңдеуді орнына қою арқылы аламыз:

$$\dot{\Psi} + 2\frac{\dot{a}}{a}\Psi = 0 \tag{29}$$

бұл бізге келесі қатынасты береді:

$$\Psi = \frac{\Psi_0}{a^2} \tag{30}$$

мұндағы Ψ_0 - интегралдау тұрақтысы.Содан кейін (12) және (14) өріс теңдеулері келесі өрнектерге дейін азаяды:

$$\frac{\ddot{a}}{a}\left[\frac{2}{m^2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - 4\right] = -4\Lambda + \frac{1}{m^2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^4 - 2V_0 \tag{31}$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \Lambda + \frac{1}{4m^2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^4 + \frac{V_0}{2} \tag{32}$$

Жоғарыдағы дифференциалдық теңдеудің шешімі ретінде келесі өрнекті аламыз

$$a(t) = \left(\frac{2}{3c_1 - 3a_0 mt} + \Lambda\right)^{\frac{2}{3m}V_0} \tag{33}$$

Алынған масштабты фактор шешімі Ғаламның соңғы кезеңін сипаттайды.

Бұл жұмыста қарастырып отырған модельіміз үшін қозғалыс теңдеулерін анықтау болатын. Ол үшін біз Эйлер-Лагранжиан теңдеулері мен нөльдік энергия шартын пайдаландық. Нетер симметрия әдісін қолдана отырып, космологиялық шешімін анықтадық.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Escalante A., Fernando Ocaña García P. Hamiltonian analysis for new massive gravity // The European Physical Journal C. – 2023. – Vol. 83, №11. – P.1034
2. Bergshoeff E.A., Fernandez-Melgarejo J.J., Rosseel J, Townsend P.K.. On “New Massive” 4D Gravity// Journal of High Energy Physics. – 2012. – Vol2012. – P.1-8.
3. Sucu Y; Ünal N. Exact solution of Dirac equation in (2+1) dimensional gravity// Journal of Mathematical Physics. – 2007. – Vol.48, №.052503. – P.2.