ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

УДК 530.1

ЛОКАЛЬДІ ЕМЕС 4- ШІ РЕТТІ БЕЙСЫЗЫҚТЫ ШРЕНДИНГЕР ТЕҢДЕУІНІҢ СОЛИТОНДЫҚ ШЕШІМІ

Тұрғанбай Гүлсая
saya_sultankizi@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі-Серикбаев Н.С.

Кіріспе

Ұзақ уақыт бойы сызықтық емес жүйелердің өзара әрекеттесуінің шешімдерін табу қиынға соқты. Сызықтық емес жүйелердің есептерін шешу үшін біз интегралданатын және интегралданбайтын жүйелерде маңызды рөл атқаратын симметрия теориясын енгіземіз. Симметрия теориясы мазмұнның кең спектрін қамтиды [1]. Кейбір зерттеулер локальді емес симметрия әдісі сызықтық емес жүйелерді шешудің ең жақсы құралдарының бірі екенін көрсетті. Локальді емес симметрия әдісі-олардың қасиеттері мен шешімдерін зерттеу үшін сәйкес симметрияны таңдау арқылы локальді теңдеулер мен оларға сәйкес келетін локальді емес теңдеулер арасында байланыс орнату [2].

I. Локальді 4-ші ретті бейсызықты Шредингер теңдеуі

4-ші ретті бейсызықты Шредингер теңдеуінің жалпы түрі төмендегіше

$$iq_t = -q_{xx} - 2q^2q^* - \gamma[q_{xxxx} + 8|q|^2q_{xx} + 2q^2q^*_{xx} + 4q|q_x|^2 + 6q^*q_x^2 + 6|q|^4q]. \quad (1.1)$$
$$-ir_t = -r_{xx} - 2r^2q^* - \gamma[r_{xxxx} + 8|r|^2r_{xx} + 2r^2q^*_{xx} + 4r|r_x|^2 + 6q^*r_x^2 + 6|r|^4r]. \quad (1.2)$$

Лакс жұбы

$$\Phi_x = U\Phi\,, \quad (1.3)$$
$$\Phi_t = V\Phi\,. \quad (1.4)$$

мұндағы,

$$U = -i\lambda\sigma_3 + M,$$
$$V = [3i\gamma|q|^4 + i|q|^2 + i\gamma(q^*q_{xx} + qq^*_{xx} - |q_x|^2) + 8i\gamma\lambda^4 + 2\lambda\gamma(qq^*_x - q_xq^*) - 2i\lambda^2(2\gamma|q|^2+1)]\sigma_3 - 8\gamma\lambda^3M - 4i\gamma\lambda^2\sigma_3M_x + 6i\gamma M^2M_x\sigma_3 + i\sigma_3M_x + i\gamma\sigma_3M_{xxx} + 2\lambda(M + \gamma M_{xx} - 2\gamma M^3).$$

мұндағы,

$$M = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -q^* & 0 \end{pmatrix} \;, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(1.3) және (1.4) бір уақытта орындалады, $\Phi_{xt} = \Phi_{tx}$ үйлесімділік шартын қанағаттандыруы керек, осылайша U және V теңдеуді қанағаттандыруы керек.

$$U_x - V_t + [U,V]. \quad (1.5)$$

(1.5) теңдеу Ли тобының құрылымдық теңдеуі немесе нөлдік қисықтық теңдеуі деп аталады.

Жақында жаңа локальді емес теңдеулер сериясы жарияланды және зерттелді. Локальді емес теңдеулердің ең тән түрі-PT симметриясы бар теңдеулер [3.4]. PT симметриясы бар теңдеу PT операторының бірлескен әрекеті кезінде теңдеудің инвариантты екенін білдіреді.

Абловиц пен Муслимани 2013 жылы алғашқы PT-симметриялы теңдеуді ұсынды. Олар $r(x, t) = q^{*}(-x, t)$ қатынасын таңдады, содан кейін PT симметриялы сызықтық емес Шредингер теңдеуін алды.

II. Локальді емес бейсызықты Шредингер теңдеуі

Алдымен төмендегіше PT – симметриясы түрлендіру енгіземіз

$$r(x,t) = \sigma q^{*}(-x,t) = \sigma E^{*}(-x,,t). \tag{2.1}$$

Жоғарыда көрсетілген (1.1) төртінші ретті Шредингер теңдеуін осы түрлендіру бойынша жазамыз

$$\begin{aligned} iE_t(-x,t) = -E_{xx}(-x,t) - 2E^2(-x,t)\sigma E^{*}(-x,t) \\ -\gamma[E_{xxxx}(-x,t) + 8|E|^2 E_{xx}(-x,t) + 2E^2(-x,t)\sigma E^{*}_{xx}(-x,t) + 4E(-x,t)|E_x|^2 \\ +6\sigma E^{*}(-x,t)E_x^2(-x,t) + 6|E|^4 E(-x,t)]. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Жоғарыда көрсетілген (1.2) төртінші ретті Шредингер теңдеуін осы түрлендіру бойынша жазамы

$$\begin{aligned} &-i\sigma E_t^{*}(-x,t) = -\sigma E^{*}_{xx}(-x,t) - 2\sigma^2 E^{*^2}(-x,t)E(-x,t) - \gamma\big[\sigma E^{*}_{xxxx}(-x,t) + \\ &8\sigma^2 E(-x,t)E^{*}(-x,t)E^{*}_{xx}(-x,t) + 2\sigma^2 E^{*^2}(-x,t)E^{*}_{xx}(-x,t) + \\ &4\sigma^2 E^{*}(-x,t)E_x(-x,t)E_x^{*}(-x,t) + 6\sigma^2 E(-x,t)E_x^{*^2}(-x,t) + \\ &6\sigma^3 E^2(-x,t)E^{*^2}(-x,t)E^{*}(-x,t)\big]\,. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Осы түрлендіру арқылы біздегі төртінші ретті Шредингер теңдеуінің локальды емес түрін алдық және ол жердегі $-\gamma = \gamma$ екенін көрдік.

Төртінші ретті локальды емес Шредингер теңдеуі үшін Лакс жұбын қайта жазайық:

$$\Phi_x = U\Phi, \tag{2.6}$$
$$\Phi_t = V\Phi. \tag{2.7}$$

мұндағы,

$$U = -i\lambda\sigma_3 + M,$$
$$\begin{aligned} V = [-3i\gamma|q|^4 + i|q|^2 - i\gamma(q^{*}q_{xx} + qq^{*}_{xx} - |q_x|^2) - 8i\gamma\lambda^4 - 2\lambda\gamma(qq_x^{*} - q_x q^{*}) \\ + 2i\lambda^2(2\gamma|q|^2 + 1)]\sigma_3 + 8\gamma\lambda^3 M + 4i\gamma\lambda^2\sigma_3 M_x - 6i\gamma M^2 M_x\sigma_3 + i\sigma_3 M_x - i\gamma\sigma_3 M_{xxx} \\ + 2\lambda(M + \gamma M_{xx} + 2\gamma M^3). \end{aligned}$$

Сонымен локальді емес төртінші ретті Шредингер теңдеуі үшін Лакс жұбын жазыдық, келесі бөлімде, осы Лакс жұбы белгілі бол,анда қолданылатын Дарбру ідісін қарастырамыз.

III. Дарбу түрлендіруі және локальді емес бейсызықты Шредингер теңдеудің солитондық шешімі

Дарбу түрлендіруі сызықты емес дифференциалдық теңдеулер дәл шешімдер табу үшін кешенді тәсіл болып есептелінеді.

Нақты шешімі бар теңдеулерді құрастырудың тиімді әдісі Дарбу түрлендіруі болып табылады. Бұл түрдің түрленуі алғаш рет Имшенецкиймен зерттелді және Дарбу түрлендіру тәсілі жүйелі түрде зертеледі. Кейіннен олар бірнеше рет дамытылды [5-8].

Лакс жұптарын төмендегіше түрлендіре аламыз.

$$\Phi'_x = U'\Phi' , \tag{3.1}$$
$$\Phi'_t = V'\Phi' . \tag{3.2}$$

(3.1) және (3.2) теңдеулердегі $\Phi' = L\Phi$ түрлендіруін қолданамыз және осы түрлендіруден x және t бойынша туындысын аламыз

$$\Phi'_x = L_x\Phi + L\Phi_x, \tag{3.3}$$
$$\Phi'_t = L_t\Phi + L\Phi_t . \tag{3.4}$$

Жоғарыдағы түрлендірудегі L матрицасының мәні төмендеегідей

$$L = \lambda N - S , \tag{3.5}$$

мұндағы:

$$N = \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{pmatrix} \quad \text{және} \quad S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix}.$$

(3.3), (3.4) формуламен (3.1), (3.2) формулаларды теңестіру арқылы,

$$L_x\Phi + L\Phi_x = U'\Phi' , \tag{3.6}$$
$$L_t\Phi + L\Phi_t = V'\Phi' . \tag{3.7}$$

(3.6), (3.7) теңдеулерге жоғарыдағы түрлендірулерді алып келіп қойсақ,

$$L_x\Phi + LU\Phi = U'L\Phi , \tag{3.8}$$
$$L_t\Phi + LV\Phi = V'L\Phi, \tag{3.9}$$

немесе

$$L_x + LU = U'L , \tag{3.10}$$
$$L_t + LV = V'L . \tag{3.11}$$

Біріншіден, біз оны жеңілдету үшін (3.10) ішіндегі N және S пішіндерін ауыстырамыз, осы жүйеге қатысатын симметриялы пішінді (2.1) біріктіреміз және әрбір λ дәрежесінің коэффициенттерін салыстырамыз, $\sigma = 1$ кезінде бар екенін анықтай аламыз

Осы туындыларды (3.10) ,(3.11) формулаларға қоя отырып,

$$\lambda_x N + \lambda N_x + (\lambda N - I)U = U'(\lambda N - I) , \tag{3.12}$$
$$\lambda_t N + \lambda N_t + (\lambda N - I)V = V'(\lambda N - I). \tag{3.13}$$

(3.12) формуланы ашып жазу арқылы біз төмендегі өрнекті ала аламыз .

$$\lambda_x N + \lambda N_x + (\lambda N - I)(-i\lambda\sigma_3 + M) = (-i\lambda\sigma_3 + M')(\lambda N - I),$$

$$N\colon\ \lambda_x = 0\ ;$$

$$\lambda^{1}\colon\ N_x = NM - NM';$$

$$\lambda^2\colon\ 0 = -i\lambda\sigma_3 + -i\lambda\sigma_3.$$

(3.13) формуланы ашып жазатын болсақ, төмендегіше жазамыз .

$$\lambda_t N + \lambda N_t + (\lambda N - I)[-3i\gamma|q|^4 + i|q|^2 - i\gamma(q^* q_{xx} + qq_{xx}^* - |q_x|^2) - 8i\gamma\lambda^4 - 2\lambda\gamma(qq_x^* - q_x q^*) - 2i\lambda^2(-2\gamma|q|^2 + 1)]\sigma_3 + 8\gamma\lambda^3 M + 4i\gamma\lambda^2\sigma_3 M_x - 6i\gamma M^2 M_x\sigma_3 + i\sigma_3 M_x - i\gamma\sigma_3 M_{xxx} + 2\lambda(M - \gamma M_{xx} + 2\gamma M^3) = \Big([-3i\gamma|q|^4 + i|q|^2 - i\gamma(q^* q_{xx} + qq_{xx}^* - |q_x|^2) - 8i\gamma\lambda^4 - 2\lambda\gamma(qq_x^* - q_x q^*) - 2i\lambda^2(-2\gamma|q|^2 + 1)]\sigma_3 + 8\gamma\lambda^3 M' + 4i\gamma\lambda^2\sigma_3 M'_x - 6i\gamma M'^2 M'_x\sigma_3 + i\sigma_3 M'_x - i\gamma\sigma_3 M'_{xxx} + 2\lambda\big(M' - \gamma M'_{xx} + 2\gamma M'^3\big)\Big)(\lambda N - I)\ ,$$

Жоғарыдағы теңдеуді төмендегіше жіктейміз

$$N\colon\ \lambda_t = 0\ ;$$

$$\lambda^{1}\colon\ N_t = -6i\gamma M^2 M_x\sigma_3 N + i\sigma_3 M_x N - i\gamma\sigma_3 M_{xxx} N - 2I(M - \gamma M_{xx} + 2\gamma M^3) = -6i\gamma M'^2 M'_x\sigma_3 N + i\sigma_3 M'_x N - i\gamma\sigma_3 M'_{xxx} N - 2I\big(M' - \gamma M'_{xx} + 2\gamma M'^3\big);$$

$$\lambda^2: -4i\gamma I\sigma_3 M_x = -4i\gamma I\sigma_3 M'_x;$$

$$\lambda^3: 4i\gamma N\sigma_3 M_x - 8\gamma I M' = 4i\gamma N\sigma_3 M'_x - 8\gamma I M;$$

$$\lambda^4: 8\gamma NM = 8\gamma NM';$$

N матрицасы үшін келесі теңдеулер болатыны анық:

$$N_x = N(M' - M), \tag{3.15}$$
$$N_t = -i\gamma\sigma_3 N\big(6M^2 M_x + M_x + M_{xxx} - 6M'^2 M'_x - M'_{xxx} - M'_x\big) - 2I\big(M - \gamma M_{xx} + 2\gamma M^3 + M' - \gamma M'_{xx} + 2\gamma M'^3\big)\ . \tag{3.16}$$

Енді біз төртінші ретті Шредингер теңдеуіне Дарбу түрлендіруін қолдану арқылы М-нің жаңа шешімін ала аламыз.

$$M' = M + N_x/N. \tag{3.17}$$

Төртінші ретті Шредингер теңдеуінің нақты шешімдерін құру үшін нақты N өрнектерін табу керек . Ол үшін біз мынаны болжаймыз,

$$N = H\Lambda^{-1}H^{-1}.$$

мұндағы H матрицасының мәні төмендегідей

$$H = \begin{pmatrix} \Psi_1(\lambda_1;t,x,y) & \Psi_1(\lambda_2;t,x,y) \\ \Psi_2(\lambda_1;t,x,y) & \Psi_2(\lambda_2;t,x,y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_{11}(x,t) & \Psi_{12}(x,t) \\ \Psi_{21}(x,t) & \Psi_{22}(x,t) \end{pmatrix}. \tag{3.18}$$

Осы жүйеде қолданылатын және s_{11}, s_{12} және s_{21}, s_{22} арасындағы қатынастармен біріктірілген симметриялы пішінге (2.1) сәйкес $\lambda_2 = \lambda_1^*$, және

$$\Psi_{22}(x,t) = \zeta \Psi_{11}^*(-x,t), \quad \Psi_{12}(x,t) = \zeta \Psi_{21}^*(-x,t), \quad \zeta = \pm 1.$$

Сондықтан,

$$N = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} \lambda_1 \Psi_{11}\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\lambda_1^*\Psi_{21}\Psi_{21}^*(-x,t) & -\sigma(\lambda_1-\lambda_1^*)\Psi_{11}\Psi_{21}^*(-x,t) \\ (\lambda_1-\lambda_1^*)\Psi_{11}^*(-x,t)\Psi_{21} & \lambda_1^*\Psi_{11}\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\lambda_1\Psi_{21}\Psi_{21}^*(-x,t) \end{pmatrix} \tag{3.19}$$

мұндағы,

$$\Delta = \Psi_{11}\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\Psi_{21}\Psi_{21}^*(-x,t).$$

Ары қарай тапқан N матрицасын (3.17) теңдеуге апарып қоямыз

$$\begin{pmatrix} 0 & q' \\ -q'^* & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -q^* & 0 \end{pmatrix} + \frac{\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} \lambda_1 \Psi_{11}\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\lambda_1^*\Psi_{21}\Psi_{21}^*(-x,t) & -\sigma(\lambda_1-\lambda_1^*)\Psi_{11}\Psi_{21}^*(-x,t) \\ (\lambda_1-\lambda_1^*)\Psi_{11}^*(-x,t)\Psi_{21} & \lambda_1^*\Psi_{11}\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\lambda_1\Psi_{21}\Psi_{21}^*(-x,t) \end{pmatrix}}{\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} \lambda_1 \Psi_{11}\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\lambda_1^*\Psi_{21}\Psi_{21}^*(-x,t) & -\sigma(\lambda_1-\lambda_1^*)\Psi_{11}\Psi_{21}^*(-x,t) \\ (\lambda_1-\lambda_1^*)\Psi_{11}^*(-x,t)\Psi_{21} & \lambda_1^*\Psi_{11}\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\lambda_1\Psi_{21}\Psi_{21}^*(-x,t) \end{pmatrix}_x} \tag{3.20}$$

$$q'(x,t) = q(x,t) + \frac{2\sigma i(\lambda_1-\lambda_1^*)\Psi_{11}(x,t)\Psi_{21}^*(-x,t)}{\Psi_{11}(x,t)\Psi_{11}^*(-x,t) - \sigma\Psi_{21}(x,t)\Psi_{21}^*(-x,t)}. \tag{3.21}$$

(3.21) формула локальді емес төртінші ретті Шредингер теңдеуінің бір солитондық шешімі

Қорытынды

Қорытындылай келе, бұл статьяда 4-ші ретті Шредингер теңдеуіне PT- симметриясын қолдану арқылы яғни, *q(x,t)=q(-x,t)* түрлендіруін қолдана отырып локальді емес Шредингер теңдеуін және оның Лакс жұбын алдық. Локальді емес 4-ші ретті Шредингер теңдеуіне Дарбу түрлендіруін қолдану арқылы бір солитондық шешімін алдық.

Зерттеу жұмысы Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитетінің жобасы аясында дайындалған (ЖТН жобасы: AP19675202).

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1 Ablowitz M.J, Kaup D.J., Newell A.C., and Segur H., The inverse scattering transform Fourier analysis for nonlinear problems. Stud. Appl. Math. 1974, v. 53, Issue: 4, p. 249315.

2 Ablowitz M.J. and Musslimani Z.H., Integrable nonlocal nonlinear Schrodinger equation. Phys. Rev. Lett. 2013, v. 110, p. 064105.

3 Ablowitz M.J. and Musslimani Z.H., Inverse scattering transform for the integrable nonlocal nonlinear Schrodinger equation. Nonlinearity, 2016, v. 29, p.915946.

4 Ablowitz M.J. and Musslimani Z.H., Integrable nonlocal nonlinear equations. Stud. Appl. Math. 2016, v. 139, Issue: 1, p. 759.

5 Li M, Xu T. Dark and antidark soliton interactions in the nonlocal nonlinear Schrödinger equation with the self-induced parity-time-symmetric potential. Phys Rev E. 2015, 91:033202.

6 Yang B, Yang JK. Transformations between nonlocal and local integrable equations. arXiv:1705.00332.
7 Ablowitz M. J, Musslimani Z H. Integrable nonlocal nonlinear equations. Stud Appl Math. 2017. v. 139, p. 7–59.
8 Imai K. Generlization of Kaup Newell inverse scattering formulation and Darboux transformation. J Phys Soc Jpn. 1999, v. 68. p. 355

УДК 524.834

ЧИСТО КИНЕТИЧЕСКАЯ К-ЭССЕНЦИЯ

Хамит Аяулым Қуандыққызы
ayaulym.khamit02@mail.ru
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, магистрант 1 курса физико-технического факультета
Астана, Казахстан
Научный руководитель – Алтайбаева А. Б.

Согласно современным астрономическим данным, наша Вселенная находится в стадии ускоренного расширения. Существует множество различных астрофизических и космологических моделей, представляющих данное ускорение. Основной моделью, описывающей этот процесс, является модель темной энергии и темной материи. В этих моделях часто используется зависимость между плотностью энергии (ρ) и давлением (p), выраженная уравнением состояния вида $\rho = wp$, где ω - параметр уравнения состояния жидкости.

В настоящее время в космологии и астрофизике возникает значительный интерес к рассмотрению различных моделей, включая те, которые включают скалярные поля, к-эссенцию и т.д. Это связано с тем, что уравнения и решения, полученные в моделях с использованием скалярных полей, обычно являются относительно простыми, что позволяет проводить качественный анализ и получать ясную интерпретацию результатов.

Мы изучаем К-эссенцию, темную энергию, описываемую единым, реальное скалярное поле φ, минимально связанное, но с неканоническим кинетическим членом. В общем случае действие k-эссенции имеет вид

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2k}R + L_m\right), \tag{1а}$$

$$L_m = K(X,\varphi). \tag{1б}$$

где g является детерминантом метрического тензора, R является скалярной тензора Риччи, κ - параметр характерезующий пространственную кривизну Вселенной и $K(X,\phi)$ является лагранжианом k - эссенции.

Рассмотрим выражение (1) в контексте метрики Фридмана–Робертсона–Уокера.

$$ds^2 = dt \;\; - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \tag{2}$$

Здесь ds – элемент длины, dt – элемент времени, a (t) – масштабный фактор, $dx^2 + dy^2 + dz^2$ – элемент пространственной длины.