ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

5. Yu. Kolomoitsev, On moduli of smoothness and averaged differences of fractional order, Fract. Calc. Appl. Anal. 20(4) (2017), 988–1009.

6. M. K. Potapov, B. Simonov Connection between moduli of smoothness in the metrics of Lp and C, Vestnik Moskov. Univ. Ser. Mat. Mekh. 1 (2015), 3–15

7. M. K. Potapov, B.V. Simonov Strengthened Ul'yanov's inequalities for partial moduli of smoothness for functions from spaces with various metrics, Vestnik Moskov. Univ. Ser. Mat. Mekh. 3 (2019), 26 – 39.

8. M.K. Potapov, B.V. Simonov Estimates of partial moduli of smoothness in metrics of Lp1∞ and L∞p2 through partial moduli of smoothness in metrics of Lp1p2 , Moscow Univ. Math. Bull. 75 (2020), 1—15.

9. M.K. Potapov, B.V. Simonov Interconnection of partial smoothness moduli in various mixed metrics Vestnik Moskov. Univ. Ser. Mat. Mekh. 5 (2021), 19–31.

10. B. Simonov, S. Tikhonov Sharp Ul'yanov-type inequalities using fractional smoothness, J. Approx. Theory, 162(9) (2010), 1654-1684.

11. S. Tikhonov Weak type inequalities for moduli of smoothness: the case of limit value parameters, J. Fourier Anal. Appl. 16(4) (2010), 590–608.

12. P. Ul'yanov The imbedding of certain function classes Hωp ,Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 32(3) (1968), 649–686.

14. P. Ul'yanov Imbedding theorems and relations between best approximations (moduli of continuity) in different metrics, Mat. Sb. (N.S.) 81 (123) (1970), 104–131. [37] A. Zigmund Trigonometric series, Mir, Moscow.

УДК 517.929

БІР ЖАРЫМ СЫЗЫҚТЫ ФОРМАСЫНЫҢ СЕКТОРИАЛДЫЛЫЛЫҒЫ ТУРАЛЫ

Нұржан Сырлыбек Балтабайұлы
nngmath@mail.ru
Л.Н.Гумилеватындағы ЕҰУ 7M05401-Математика білім беру бағдарламаның
II курс магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі –Б.С. Кошкарова

Дифференциалдық операторлар теориясында анықтау және зерттеу әдістерінің бірі бір жарым сызықты және квадраттық формалармен қауымдастырылған операторларды құру әдісі болып табылады. Белгілі болғандай, $q[u,f]$ секториалды формасымен туындайтын L операторы да секториалды оператор болады. Секториалды оператор деп спектрі комплексті жазықтықтың ашық секторында орналасқан және резольвентасы кез келген үлкендірек сектордан тыс жоғарыдан бірқалыпты шектелген Банах кеңістігіндегі сызықтық операторды атайды [1].Операторларды зерттеу үлкен теориялық және практикалық маңызға ие, өйткені операторлар теориясы анализдің үлкен бөлігін қамтиды, қолданбалы мәселелерде көптеген қолданбаларға ие және үнемі жаңарып отырып, ғылымның көптеген салаларында қолданылады.Секториалды операторлардың эллиптикалық және параболалық дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер теориясында қосымшалары бар [2], [3]. Сонымен қатар, симметриялы емес формамен байланысты операторларды зерттеу әрбір жағдайда ерекше көзқарас талап етеді және теориялық қызығушылық тудырады. Соңғы жылдарда бұл бағыттағы кейбір жұмыстарды атап өтейік [4]-[6].

Бұл жұмыстың мақсаты

$$q[u,f] = q_0[u,f] + iq_1[u,f], u,f \in C_0^2[a,b], (1)$$

форманы зерттеу және оның секториалдылылығын дәлелдеу болып табылады. Мұндағы

$$q_0[u,f]=\int_a^b\left(\rho^2(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\overline{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}}+w_0(x)u\bar{f}\right)dx\ ,\qquad q_1[u,f]=\int_a^b w_1(x)u\bar{f}dx,$$

$\rho>0, w=w_0+iw_1, w_0=\mathrm{Re}w>0, w_1=\mathrm{Im}w$функциялары $L_{2,loc}[a,b]$кеңістігінде анықталған.

Айталық, H гильберттік кеңістік берілсін, D ∈ H – сызықты ішкі кеңістік.

Анықтама 1 [7]. Комплексмәнді$q[u,f]$функциясы бір жарым сызықты формасы деп аталады, егер ол әрбір бекітілген $f\in D$үшін u ∈ Dбойынша сызықты және әрбір бекітілген $u\in D$үшін $f\in D$бойынша жарты сызықты болса.

qформасының анықталу облысымен қоса Dішкі кеністіктіD(q) арқылы белгілейміз.

Анықтама2 [7]. $q[u,f]$ формасы симметриялы болады, егер келесі тепе-теңдік орындалса:

$$q[u,f]=\overline{q[f,u]},\mathrm{u},f\in\mathrm{D}(q).\ (2)$$

Лемма. (1) формула арқылы анықталған qформасы бір жарым сызықты симметриялы емес болады.

Дәлелдеуі. Алдымен 1-анықтама бойынша qформасының бір жарым сызықтылығын көрсетеміз. Шынымен де, бірінші аргумент бойынша$\forall u_1,u_2\in D(q)$және $\forall\alpha_1,\alpha_2\in\mathbb{Z}$ үшін

$$q[\alpha_1u_1+\alpha_2u_2,f]=q_0[\alpha_1u_1+\alpha_2u_2,f]+iq_1[\alpha_1u_1+\alpha_2u_2,f]=$$

$$=\int_a^b\left(\rho^2(x)\frac{d^2(\alpha_1u_1+\alpha_2u_2)}{dx^2}\overline{\frac{d^2f}{dx^2}}+\Big(\big(w_0(x)+iw_1(x)\big)\Big)(\alpha_1u_1+\alpha_2u_2)\bar{f}\right)dx=$$

$$=\alpha_1q[u_1,f]+\alpha_2q[u_2,f].$$

Ал$\forall f_1,f_2\in D(q)$және $\forall\alpha_1,\alpha_2\in\mathbb{Z}$ үшін

$$q[u,\alpha_1f_1+\alpha_2f_2]=q_0[u,\alpha_1f_1+\alpha_2f_2]+iq_1[u,\alpha_1f_1+\alpha_2f_2]=$$

$$=\int_a^b\left(\rho^2(x)\frac{d^2u}{dx^2}\overline{\frac{d^2(\alpha_1f_1+\alpha_2f_2)}{dx^2}}+\Big(\big(w_0(x)+iw_1(x)\big)\Big)u\overline{(\alpha_1f_1+\alpha_2f_2)}\right)dx=$$

$$=\bar{\alpha}_1q[u,f_1]+\bar{\alpha}_2q[u,f_2],$$

яғни, екінші аргумент бойынша сызықтылығытолық орындалмайды.

Ары қарай, 2-анықтама бойынша (2) формуланының орындалатынды тексереміз:

$$\overline{q[f,u]}=\overline{q_0[f,u]+\imath q_1[f,u]}=\overline{\int_a^b\left(\rho^2(x)\frac{d^2f}{dx^2}\overline{\frac{d^2u}{dx^2}}+\big(w_0(x)+\imath w_1(x)\big)f\bar{u}\right)dx}=$$

$$=\int_a^b\overline{\left(\rho^2(x)\frac{d^2f}{dx^2}\overline{\frac{d^2u}{dx^2}}+\big(w_0(x)+\imath w_1(x)\big)f\bar{u}\right)}dx\ =$$

$$= \int_a^b \left(\rho^2(x) \overline{\frac{d^2 f}{dx^2}} \frac{d^2 u}{dx^2} + \big(w_0(x) - i w_1(x)\big) \bar{f} u \right) dx \ \neq q[u, f],$$

яғни (1) формасы симметриялы емес. ■

Анықтама3 [7].$q[u] = q[u, u]$функциясы $q[u, f]$ формамен қауымдастырылған квадраттық форма деп аталады.

Анықтама4 [7]. $u \in D(q)$, $\|u\| = 1$ болғанда $q[u]$ функциясының қабылдайтын мәндер жиыны qформасының мәндердің сандық облысы деп аталады және $\theta(q)$ арқылы белгіленеді.

$\theta(q)$– комплекс жазықтықта дөңесжиынболады.

Анықтама5 [7]. q формасы сол жағынан шектелген болады, егер$\theta(q)$ облысы $\operatorname{Re} \zeta \geq \gamma$түрдегі жарты жазықтықтың ішкі жиыны болса.

Анықтама6 [7]. q формасы сол жағынан секториалды шектелген немесе жай секториалды деп аталады, егер $\theta(q)$келесі түрдегі ішкі жиын болса:

$$|\arg(\zeta - \gamma)| \leq \theta, 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \gamma \text{нақты}. \quad (3)$$

(3) шартынан келесі теңсіздіктер орындалатынын білдіреді

$$\operatorname{Re} q[u] \geq \gamma, \operatorname{Im} q[u] \leq (\operatorname{tg} \theta)(\operatorname{Re} q[u] - \gamma)[u]. \quad (4)$$

Айталық,

$$\|u\|_W = \left(\int_a^b \left(\rho^2(x) \left| \frac{d^2 u}{dx^2} \right|^2 + w_0(x) |u|^2 \right) dx \right)^{1/2} \quad (5)$$

болсын. $W = W_2^2(\rho, w_0)$ арқылы D классының (5) норма бойынша тұйықталуын белгілейміз.

Теорема.Айталық,ρ, w_0, $w_1 \in L_{2,loc}(I)$, w_0, $w_1 > 0$, $w = w_0 + i w_1$. және$u \in D(q)$ болсын. Онда $D \subset W$анықталу облысы бар (1) түрдегі формасы секториалды болады.

Дәлелдеуі:

6-анықтама бойынша (1) түрдегі формасы секториалдыболуы үшін оның квадраттық формасы (4) шартын қанағаттандыру керек. Квадраттық форманы жазып аламыз

$$q[u] = q[u, u] = q_0[u, u] + i q_1[u, u] =$$

$$= \int_a^b \left(\rho^2(x) \left| \frac{d^2 u}{dx^2} \right|^2 + \big(w_0(x) + i w_1(x)\big) |u|^2 \right) dx \,.$$

Онда (5) формуланың негізінде

$$\operatorname{Re} q[u] = \int_a^b \left(\rho^2(x) \left| \frac{d^2 u}{dx^2} \right|^2 + w_0(x) |u|^2 \right) dx \ = \|u\|_W^2 \geq 0.$$

Ал жорамалы бөлігі үшін алатынымыз

$$\mathrm{Im}q[u] = \int_a^b w_1(x)|u|^2dx = \||w_1|u\|_2^2,$$

онда $W \subset L_2$кеңістіктердің енуіне байланысты

$$\mathrm{Im}q[u] = \||w_1|u\|_2^2 \leq C\|u\|_W^2 = C\mathrm{Re}q[u].$$

Яғни, q формасысекториалды. ■

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1.https://en.wikipedia.org/wiki/Sectorial_operator

2. Tanabe H. Equations of Evolution: Monographs. – Pitman, 1979. – 260 p.

3. Atsushi Y. Sectorial operators // Abstract Parabolic Evolution Equations and their Applications: Springer Monographs in Mathematics, 2009, P. 55-116.

4.Arlinskii Y., Popov A. On m-sectorial extensions of sectorial operators // Journal of Mathematical Phisics, Analysis Geometry, 2017, Vol. 13, No. 3, P. 205-241.

5. Chill R., Krol S. Note on the Kato property of sectorial forms // Journal of Operator Theory, 2022, 88(1), P. 191-204.

6.Fishbacher C. A Birman-Krein-Vishik-Grubb Theory for Sectorial Operators // Complex Analysis and Operator Theory, 2019, Vol. 13, No. 8, P. 3623-3658.

7. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. – Москва: Мир, 1972. http://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Kato1972ru.pdf

УДК 517.98

ВЕЙЛЬ ТИПТЕС ОПЕРАТОРДЫҢ $p \leq q$ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ ШЕНЕЛГЕНДІГІ

Өтеген Ә.Ш.

alisher_utegenov01@bk.ru

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

Жетекші: ф.-м.ғ.к., PhD, доцент Абылаева А.М.

$I = (a, b), 0 \leq a < b \leq \infty, 0 < \alpha < 1$және uмен vбарлық жерде дерлік I – интервалында локальды интегралданатын және оң функциялар болсын. Сондай-ақ, $1 < p < \infty, 0 < q < \infty$және $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ болсын.

$L_{p,w}$– салмақты Лебег кеңістігінде нормасы ақырлы болатын:

$$\|f\|_{p,w} := \left(\int_a^b |f(x)|^p w(x)dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

I – интервалында өлшенетін барлық $f: I \to R$– функцияларын белгілейік.

Сонымен қатар, $W: I \to R$– теріс емес, қатаң өсетін және I – интервалында локальды абсолютті үзіліссіз функция болсын. Мұндағы барлық $x \in I$ үшін $\frac{\mathrm{d}W(x)}{dx}$=$\mathrm{w}(x)$ болады.

Сәйкесінше, біз T операторын $L_{p,w} = L_{p,w}(I)$ кеңістігінен $L_{q,v} = L_{q,v}(I)$ кеңістігіне бейнелейтіндей: