ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

қолданылады.Сонымен қатар, алгоритмдер барлық жұмыстардың мәліметтерді талдау, түсіну және пайдалану кезінде негізгі рөлдерін ойдаудың маңызды бөлігі болып табылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1 Коэльо Л.П., Ричарт В. Построение систем машинного обучения на языке Python. 2016. 302 с.
2 А.Бурков. Машинное обучение без лишних слов / Вып. «Питер», 2020 г. 200 с.
3 https://www.opennet.ru/opennews/art.shtml?num=53314
4 https://habr.com/ru/company/samsung/blog/657031/

УДК 530

СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС УАҚЫТ БОЙЫНША ӨЗГЕРЕТІН КЕШЕУІЛДЕГЕН ЖҮЙЕЛЕРДІҢ КЛАССЫ ҮШІН КЕҢ АУҚЫМДЫ ШЫҒЫС КЕРІ БАЙЛАНЫСЫ АРҚЫЛЫ ОРНЫҚТАНДЫРУ

Қарсабек Аида Асыланқызы

karsabekaida@gmail.com

Қазақстан, Астана, Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ «Математикалық және компьютерлік модельдеу» мамандығының 2 курс магистранты

Ғылыми жетекші – Doctor of science (Жапония), PhD (Қазақстан), Профессор Әлімхан Қилан.

Аннотация

Бұл мақалада шығыс кері байланысы арқылы уақыт бойынша өзгеретін кешеуілдеген сызықтық емес жүйелер класын кең ауқымды тұрақтандыру мәселесі қарастырылады. Анықталмаған сызықтықтар көпмүшелік өсу жағдайын қанағаттандырады деп болжаймыз. Бастапқыда номиналды жүйені бұзушы сызықтықсыз кең ауқымды тұрақтандыру үшін шығыс кері байланыс тұрақтандырғышын әзірлеу керек. Содан кейін, біртекті үстемдік тәсілін және Ляпунов-Красовскийдің сәйкес функционалдығын қолдана отырып, жабық тізбекті жүйенің кең ауқымды асимптотикалық тұрақтылығын қамтамасыз ету үшін ұсынылған кері байланыс тұрақтандырғышына масштабтау коэффициенті енгізіледі. Ұсынылған дизайн схемасының тиімділігін көрсететін модельдеудің екі мысалы келтірілген.

Кілт сөздер: уақыт бойынша өзгеретін кідіріс, біртекті үстемдік, шығыс кері байланысы, сызықтық емес жүйелер.

Кіріспе

Сызықты емес уақыт бойынша өзгеретін кешеуілдеген жүйелердің класы үшін кең ауқымды шығыс кері байланысы арқылы орнықтандыру мәселесі сызықтық емес басқару мамандары қауымдастығының үлкен назарын аударды және оның қорытындысы ретінде бірқатар зерттеу нәтижелері және олардағы сілтемелер алынды. Алайда, жұмыста көрсетілгендей, әдетте бөлу принципі жалпы сызықтық емес жүйелер үшін орындалмайды. Сондықтан қолданыстағы кең ауқымды нәтижелер белгілі бір шарттарды қажет етеді. Болжамдардың әртүрлі түрлерінің ішінде бір жалпы шарт ол - өлшенбейтін күйлерді белгісіздікпен байланыстыру мүмкін емес. Бұл жағдайды шешу үшін сызықтық өсу жағдайында кері байланыс басым болатын жобалау әдісі ұсынылды. Кейінірек біртекті үстемдік тәсілін қолдана отырып, жоғары ретті өсу жағдайында кең ауқымды кері байланысты тұрақтандыру мәселесін шештік. Бұл жұмыста белгісіз шығыс функциялары бар сызықтық емес жүйелер үшін кең ауқымды шығыс кері байланысты тұрақтандыру міндеті қарастырылды.

Классикалық теоремалардың шарттарын қанағаттандыратын функционалдылықты немесе Ляпунов функцияларын пайдалану, тіпті сызықтық жүйелер үшін де үлкен қиындықтарға тап болады немесе қатаң коэффициенттік тұрақтылық жағдайларына әкеледі. Егер жүйе автономды болмаса, сондай-ақ жүйенің өлшемдерінің жоғарылауымен, оның ішінде функцияның туындысы бағаланатын жиынтық құрылымының күрделенуіне байланысты жағдай нашарлайды. Зерттелетін жүйенің қосымша қасиеттерін ескере отырып, функцияның шарттарын әлсірету жеткілікті тұрақтылық шарттарын алу процедурасын жеңілдетуге және осы шарттарды жақсартуға мүмкіндік береді. Осылайша, кешіктірілген жүйелерді зерттеу кезінде рұқсат етілген көмекші функциялар класын кеңейту тұрақтылық пен тұрақтандыру мәселелеріне тікелей әдісті қолданудың жаңа мүмкіндіктерін ашады және жүйелік талдаудың өзекті мәселесі болып табылады.

Негізгі бөлім

Осы әзірлемелерге қарамастан, уақыт бойынша өзгеретін кідірістері бар белгісіз сызықтық емес жүйелердің тұрақтылығын талдау теориясы әлі толық әзірленбеген. Бұл жұмыста біз сипатталған сызықты емес уақыт бойынша өзгеретін кешеуілдеген жүйелердің классы үшін кең ауқымды шығыс кері байланысы арқылы орнықтандыру мәселесін қарастырамыз:

$$\dot{z}_i(t) = z_{i+1}(t) + \phi_i\left(t, z(t), z\big(t - d_i(t)\big), v(t)\right), \quad i = 1, \dots, n-1,$$
$$\dot{z}_n(t) = v(t) + \phi_n\left(t, z(t), z\big(t - d_n(t)\big), v(t)\right),$$
$$y(t) = \theta z_1(t),$$
(1)

Бұл жерде $z(t) = (z_1(t), \dots, z_n(t))^T \in \mathbb{R}^n$, $v(t) \in \mathbb{R}, y(t) \in \mathbb{R}$ тиісінше кіруді және шығуды басқаратын жүйенің жай-күйі болып табылады.

$\phi_i: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, i = 1, \dots, n,$ үздіксіз сызықтық емес функциялар болып табылады. θ бұл белгісіз тұрақты $0 < \underline{\theta} \le \theta \le \bar{\theta}$ өрнегін қанағаттандырады. $d_i(t), i = 1, \dots, n,$ уақыт бойынша өзгеретін кідірістер $0 \le d_i(t) \le h_i$ және $d_i(t) \le \gamma_i < 1$ үшін h_i және γ_i тұрақтыларын қанағаттандырады, бұл тұрақтылар Борелдік өлшенетін функциялар, ал h-барлық уақыттың кешігуінің жоғарғы шекарасын білдіретін белгілі тұрақтылар, атап айтқанда, $0 < d_i(t) \le h, \quad i = 1, \dots, n$. Қарапайымдылық үшін осы жұмыстың қалған бөлігінде кідіріссіз күйлердегі t уақыт айнымалысы алынып тасталады.

Бастапқы қадамдар

Бұл бөлімде осы мақалада маңызды рөл атқаратын анықтамалар және бірнеше пайдалы леммалар бар.

Анықтама 2.1. $r_i > 0, i = 1, \dots, n$ нақты сандары және $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ бекітілген координаттары үшін:

$\Delta_{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$ кеңейтімі $\Delta_\varepsilon(x) = (\varepsilon^{r_1} x_1, \dots, \varepsilon^{r_n} x_n)$ арқылы анықталады. Барлық $\varepsilon > 0$ үшін r_i координаталық таразы деп аталады. Қарапайымдылық үшін біз кеңейту салмағын былай анықтаймыз: $\Delta = (r_1, \dots r_n)$.

$\mathrm{V} \in \mathcal{C}(\mathbb{R}^{\mathrm{N}}, \mathbb{R})$ функциясы τ біртекті дәрежесі деп аталады, егер нақты $\tau \ge 0$ саны болса:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n \backslash \{0\}, \qquad V\big(\Delta_\varepsilon(x)\big) = \varepsilon^\tau V(x_1, \dots, x_n).$$

$\boldsymbol{f} \in \boldsymbol{\mathcal{C}}(\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}, \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}})$ векторлық өрісі τ біртекті дәрежесі деп аталады, егер нақты $\tau \ge -min\{r_1, \dots, r_n\}$ саны болса, $i = 1, \dots, n$ үшін:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n \backslash \{0\}, \qquad f_i\big(\Delta_\varepsilon(x)\big) = \varepsilon^{\tau + r_i} f_i(x_1, \dots, x_n).$$

Біртекті p-норма тұрақты $p \ge 1$ үшін $\|x\|_{\Delta,p} = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^{p/r_i}\right)^{1/p}$ ретінде анықталады. Қарапайымдылық үшін біз $p = 2$ және $\|x\|_\Delta$ үшін $\|x\|_{\Delta,2}$ таңдаймыз.

Лемма 2.1. $V: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ бұл Δ ыдырау салмағына қатысты τ дәрежелердің біртекті функциясы. Содан кейін келесі мәлімдемелер жарамды:

$\partial V / \partial x_i$ $\tau - r_i$ біркелкі дәрежесі, ал r_i болса x_i-дің біркелкі салмағы;

Тұрақты $\bar{c}$ бар, сондықтан $V(x) \leq \bar{c}\|x\|_\Delta^\tau$.

Сонымен қатар, егер $V(x)$ оң анықталған болса, онда c > 0 тұрақты болады, мысалы $V(x) \geq \underline{c}\|x\|_\Delta^\tau$.

Лемма 2.1. $V : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ шығу тегі бар $\mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ доменінде анықталған үздіксіз оң анықталған функция болсын. Кейбір $r > 0$ үшін $B_r \subset \mathcal{D}$ болсын. Содан кейін, барлық $x \in B_r$ үшін $\alpha_1(|x|) \leq V(x) \leq \alpha_2(|x|)$ болатындай, $[0, r]$-де анықталған $\mathcal{K}$ класының α_1 және α_2 функциялары бар. Егер $\mathcal{D} = \mathbb{R}^n$ болса, α_1 және α_2 функциялары $[0, \infty]$-де анықталады және жоғарыда аталған теңсіздік барлық $x \in \mathbb{R}^n$ үшін сақталады. Сонымен қатар, егер $V(x)$ радиалды түрде шектелмеген болса, онда $\mathcal{K}_\infty$ класына жататын α_1 және α_2 таңдалуы мүмкін.

Лемма 2.1. c және d екі оң нақты сан болсын, кез келген оң $\gamma > 0$ саны үшін келесі теңсіздік $|x|^c|y|^d \leq \frac{c}{c+d}\gamma|x|^{c+d} + \frac{d}{c+d}\gamma^{-\frac{c}{d}}|y|^{c+d}$ болады.

Негізгі нәтижелер

Бұл бөлімде біз жүйе үшін шығыс кері байланыс тұрақтандырғышын құру үшін біртекті үстемдік тәсілін қолданамыз (1). Атап айтқанда, біз алдымен номиналды жүйе үшін біртекті шығыс кері байланыс тұрақтандырғышын сызықтықсыз құрастырамыз. Содан кейін, біз сызықтық еместерге үстемдік ету үшін бақылаушы мен контроллердегі масштабты күшейтуді қолданамыз. Біріншіден, біз келесі сызықтық жүйе $\dot{x}_i = x_{i+1},\ \ i = 1, \dots, n-1,\ \ \dot{x}_n = u,\ \ y = \theta x_1$ үшін шығыс кері байланыс тұрақтандырғышын құрастырамыз, мұнда $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ сәйкесінше күйлер, басқару кірісі және шығысы болып табылады. θ бұл $0 < \underline{\theta} \leq \theta \leq \overline{\theta}$ қанағаттандыратын белгісіз тұрақты шама. Тәсілдерді қолдана отырып, біз (3) үшін біртекті шығыс кері байланыс тұрақтандырғышын жасаймыз, ол келесі леммада сипатталған.

Лемма 3.1. Кез келген $\tau \geq 0$ тұрақтылары үшін α_i және β_i, $i = 1, \dots, n$, тұрақтылары бар, мысалы,

$$r_1 = 1, \quad r_{i+1} = r_i + \tau, \ \ i = 1, \dots, n, \tag{4}$$

ретінде анықталған r_i тұрақтылары бар келесі біртекті

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i &= \hat{x}_{i+1} - \alpha_i \hat{x}_1^{r_{i+1}}, \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{\hat{x}}_n &= u - \alpha_n \hat{x}_1^{r_{n+1}}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$u = -\beta_n \left(\hat{x}_n^{\frac{r_{n+1}}{r_n}} + \beta_{n-1}^{\frac{r_{n+1}}{r_n}} \left(\hat{x}_{n-1}^{\frac{r_{n+1}}{r_{n-1}}} + \dots + \beta_{2n}^{\frac{r_{n+1}}{r_3}} \left(\hat{x}_2^{\frac{r_{n+1}}{r_2}} + \beta_1^{\frac{r_{n+1}}{r_2}} y^{\frac{r_{n+1}}{r_1}} \right) \dots \right) \right), \tag{6}$$

шығыс кері байланыс тұрақтандырғышы жүйені (3) кең ауқымды асимптотикалық тұрақты етеді. Қарапайымдылық үшін бұл жұмыста q жұп бүтін сан және p тақ бүтін сан болатын $\tau = \frac{q}{p}$ деп есептейміз. Осыған сүйене отырып, r_i бөлгішінде де, алымында да тақ болады.

Дәлел. Дәлел кейбір модификациялары бар дәлеліне ұқсас. Бақылаушыға арналған $a_i, i = 1, \dots, n,$ (4) параметрлері таңдалады.

$$X \coloneqq (x_1, \dots, x_n, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)^T, \tag{7}$$

компактті белгісін анықтай отырып, жабық жүйені (3)-(5)

$$\dot{X} = F(X) = (x_1, \dots, x_n, u, f_1, \dots, f_n)^T, \tag{8}$$

түрінде қайта жазуға болады, мұндағы $f_i = \hat{x}_{i+1} - \alpha_i \hat{x}_1^{r_{i+1}},\ \ i = 1, \dots, n-1,$ және $f_i = u - \alpha_i \hat{x}_1^{r_{n+1}}$. Сонымен қатар,

$$\Delta = (r_1, \ldots, r_n, r_1, \ldots, r_n) = \left(\underbrace{1, 1+\tau, \ldots, 1+(n-1)\tau}_{for\ x_{1,\ldots,}x_n}, \underbrace{1, 1+\tau, \ldots, 1+(n-1)\tau}_{for\ \hat{x}_{1,\ldots,}\hat{x}_n} \right), \quad (9)$$

жою салмағын енгізу арқылы жүйенің (8) Δ-ға қатысты τ дәрежесінің біртекті екенін көрсетуге болады. Жүйе (8) кең ауқымды асимптотикалық тұрақты болғандықтан, Δ-ға қатысты біртекті $\mu = 2r_{n+1}$ дәрежелі Ляпунов $V(X)$ функциясы бар. 3.1 леммасына сәйкес $C_1 > 0$ тұрақтысы бар, ол

$$\dot{V}(X) = \frac{\partial V(X)}{\partial X} F(X) \leq -C_1 \|X\|_\Delta^{\mu+\tau}. \quad (10)$$

Сонымен қатар,

$$\left| \frac{\partial V(X)}{\partial X_i} \right| \leq C_2 \|X\|_\Delta^{\mu - r_i}, \quad i = 1, \ldots, n \quad (11)$$

сияқты $C > 0$ тұрақтысы бар. 3.1 леммасында орнатылған біртекті тұрақтандырғышпен бірге біз қазір шығу кері байланысы арқылы кең ауқымды асимптотикалық тұрақтандыру (1) үшін біртекті үстемдік тәсілін қолдануға дайынбыз. Сызықтық емес $\phi_i, i = 1, \ldots, n,$ мүшелері келесі болжамды қанағаттандырады.

Болжам 3.1. $c \geq 0$ және $t \geq 0$ тұрақтылары бар, олар $i = 1, \ldots, n$ үшін,

$$\left|\phi_i(t, z, z(t - d_i(t)), v)\right| \leq c \sum_{j=1}^{i} \left(\left|z_j\right|^{\frac{r_j+\tau}{r_j}} + \left|z_j(t - d_i(t))\right|^{\frac{r_j+\tau}{r_j}} \right), \quad (12)$$

мұндағы r_i (6) - де анықталған.

Теорема 3.1. 3.1 болжамында (1) шығу бойынша кері байланысты кең ауқымды тұрақтандыру мәселесі шешіледі.

Дәлел. Шығу бойынша кері байланыс тұрақтандырғышын құру 3.1 леммасында салынған шығу бойынша кері байланыс тұрақтандырғышына масштабтау күшейту коэффициентін енгізу арқылы жүзеге асырылады. Содан кейін біз жеткілікті үлкен пайда тұйық жүйені кең ауқымды асимптотикалық тұрақты ететінін көрсетеміз. Жалғастырмас бұрын

$$x_i = \frac{z_i}{L^{i-1}}, \quad i = 1, \ldots, n, \text{ және } u = \frac{v}{L^n} \quad (13)$$

координаттарының өзгеруін енгіземіз, мұндағы $L \geq 1$-кейінірек анықталатын тұрақты. (13)-ке сәйкес (1) жүйе

$$\dot{x}_i = Lx_{i+1} + \frac{\phi_i(\cdot)}{L^{i-1}}, \quad i = 1, \ldots, n-1,$$
$$\dot{x}_n = Lu + \frac{\phi_n(\cdot)}{L^{n-1}} \quad (14)$$

түрінде қайта жазылуы мүмкін.
Әрі қарай біз масштабты күшейту коэффициенті L

$$\dot{\hat{x}}_i = L\left(\dot{x}_{i+1} - \alpha_i \hat{x}_1^{r_{i+1}}\right), \quad i = 1, \ldots, n-1,$$
$$\dot{\hat{x}}_n = L\left(u - \alpha_n \hat{x}_1^{r_{n+1}}\right), \quad (15)$$

болатын бақылаушыны құрамыз, мұндағы $\alpha_i, i = 1, \ldots, n$ (4) сияқты.
Сонымен қатар, біз (5)-тегі реттегішті, атап айтқанда

$$v = L^n u = -L^n \beta_n \left(\hat{x}_n^{\frac{r_{n+1}}{r_n}} + \beta_{n-1}^{\frac{r_{n+1}}{r_n}} \left(\hat{x}_{n-1}^{\frac{r_{n+1}}{r_{n-1}}} + \cdots + \beta_2^{\frac{r_{n+1}}{r_3}} \left(\hat{x}_2^{\frac{r_{n+1}}{r_2}} + \beta_1^{\frac{r_{n+1}}{r_2}} y^{\frac{r_{n+1}}{r_1}} \right) \ldots \right) \right) \quad (16)$$

сияқты конструкцияны қолдана отырып жасаймыз. (7) белгілерінде тұйық жүйе (14), (15) және (16)

$$\dot{X} = LF(X) + \left(\phi_1(\cdot), \frac{\phi_2(\cdot)}{L}, \ldots, \frac{\phi_n(\cdot)}{L^{n-1}}, 0, \ldots, 0\right)^T \quad (17)$$

болады, мұндағы $F(X)$ (8) - де анықталғанмен бірдей. Егер $V(X)$ туындысын (17)-ден алсақ, онда біз

$$\dot{V}(X) \leq -LC_1\|X\|_\Delta^{\mu+\tau} + \frac{\partial V(X)}{\partial X}\left(\phi_1(\cdot), \frac{\phi_2(\cdot)}{L}, \dots, \frac{\phi_n(\cdot)}{L^{n-1}}, 0, \dots, 0\right)^T \quad (18)$$

аламыз.

2.1 болжамынан және $L \geq 1$ фактісінен $i = 1, \dots, n$ үшін

$$\left|\frac{\phi_i(\cdot)}{L^{i-1}}\right| \leq c\sum_{j=1}^{i}(\left|L^{j-1}x_j\right|^{\frac{r_i+\tau}{r_j}} + \left|L^{j-1}x_j\big(t - d_i(t)\big)\right|^{\frac{r_i+\tau}{r_j}})/\, L^{i-1}$$

$$\leq cL^{1-\frac{1}{r_i}}\sum_{j=1}^{i}(\left|x_j\right|^{\frac{r_i+\tau}{r_j}} + \left|x_j\big(t - d_i(t)\big)\right|^{\frac{r_i+\tau}{r_j}}),$$

$$\leq \hat{c}_1 L^{1-\frac{1}{r_i}}\left(\|X\|_\Delta^{r_i+\tau} + \left\|X\big(T - d_i(t)\big)\right\|_\Delta^{r_i+\tau}\right) \quad (19)$$

$\hat{c}_1 > 0$ тұрақтысы бар деп қорытынды жасауға болады. Бұл (11)-мен бірге

$$\dot{V}(X) \leq -L\left(C_1 - 2\hat{c}_1 C_2 \textstyle\sum_{i=1}^{n} L^{-\frac{1}{r_i}}\right)\|X\|_\Delta^{\mu+\tau} + \hat{c}_1 C_2 \textstyle\sum_{i=1}^{n} L^{-\frac{1}{r_i}}\left\|x\big(t - d_i(t)\big)\right\|_\Delta^{\mu+\tau} \quad (20)$$

әкеледі. Біз Ляпунов-Красовский

$$T_1(X) = V(X) + \hat{c}_1 C_2 \textstyle\sum_{i=1}^{n} \frac{L^{1-\frac{1}{r_i}}}{1-\gamma_i}\int_{t-d_i(t)}^{t}\|X(s)\|_\Delta^{\mu+\tau}\, ds \quad (21)$$

функционалдығын таңдаймыз. Ляпунов $V(X)$ функциясы үздіксіз, оң анықталған және радиалды түрде шектелмегендіктен, 3.1 леммасына сәйкес $\beta_1(\cdot)$ және $\alpha_{21}(\cdot)$ класының $\mathcal{K}_\infty$ екі функциясы бар, онда

$$\beta_1(|X|) \leq V(X) \leq \alpha_{21}(|X|). \quad (22)$$

3.1 леммасына сәйкес оң $\underline{c}$ және $\overline{c}$ тұрақтылары бар, $\mathcal{K}_\infty$ $\underline{\alpha_{22}}(\cdot)$ және $\overline{\alpha_{22}}(\cdot)$ класының функциялары, оң анықталған $U(X)$ функциясы, оның біркелкі дәрежесі μ +-ке тең, олай болса

$$\underline{c}\|X\|_\Delta^{\mu+\tau} \leq U(X) \leq \overline{c}\|X\|_\Delta^{\mu+\tau},$$
$$\underline{\alpha}_{22}(|X|) \leq U(X) \leq \overline{\alpha}_{22}(|X|). \quad (23)$$

$d_i(t): \mathbb{R}_+ \to [0, h_i]$ және (23) көмегімен

$$\hat{c}_1 C_2 \sum_{i=1}^{n}\frac{L^{1-\frac{1}{r_i}}}{1-\gamma_i}\int_{t-d_i(t)}^{t}\|X(s)\|_\Delta^{\mu+\tau}\, ds \leq \tilde{c}_1\sum_{i=1}^{n}\int_{t-d_i(t)}^{t}\overline{\alpha}_{22}\,(|X(s)|)ds$$

$$\leq \tilde{c}_1\sum_{i=1}^{n}\int_{-d_i}^{0}\overline{\alpha}_{22}\,(|X(\rho+\ t)|)d(\rho+t) \leq$$

$$\check{c}_1 \textstyle\sum_{i=1}^{n} \sup\limits_{-h_i\leq\rho\leq 0}\ \overline{\alpha}_{22}\,(|X(\rho+t)|) \leq \alpha_{22}\left(\sup\limits_{-h\leq\rho\leq 0}|X(\rho+t)|\right), \quad (24)$$

мұндағы $\tilde{c}_1, \check{c}_1$ оң тұрақтылар, $\alpha_{22}(\cdot)$ $\mathcal{K}_\infty$ класының функциясы болып табылады. Өйткені $|X| \leq \sup_{-h\leq\rho\leq 0}|X(\rho+t)|$, $\alpha_{21}(|X|) \leq \alpha_{21}(\sup_{-h\leq\rho\leq 0}|X(\rho+t)|)$. $\beta_2(\cdot) = \alpha_{21}(\cdot) + \alpha_{22}(\cdot)$ анықтау, (21), (22) және (24) бойынша $\beta_1(|X|) \leq T_1(X) \leq \beta_2(\sup_{-h\leq\rho\leq 0}|X(\rho+t)|)$ аламыз. (20), (21) және (24) болжамынан

$$\dot{T}_1(X) \leq -L\left(C_1 - 2\hat{c}_1 C_2 \sum_{i=1}^{n} L^{-\frac{1}{r_i}}\right)\|X\|_{\Delta}^{\mu+\tau} + \hat{c}_1 C_2 \sum_{i=1}^{n} L^{-\frac{1}{r_i}}\left\|X\big(t - d_i(t)\big)\right\|_{\Delta}^{\mu+\tau} +$$
$$\hat{c}_1 C_2 \sum_{i=1}^{n} \frac{L^{1-\frac{1}{r_i}}}{1-\gamma_i}\left(\|X\|_{\Delta}^{\mu+\tau} - (1-d_i)\left\|X\big(t-d_i(t)\big)\right\|_{\Delta}^{\mu+\tau}\right) \leq -L\left(C_1 - \hat{c}_1 C_2 \sum_{i=1}^{n} \frac{3-2\gamma_i}{1-\gamma_i} L^{-\frac{1}{r_i}}\right)\|X\|_{\Delta}^{\mu+\tau} \leq$$
$$-L\left(C_1 - \hat{c}_1 C_2 \sum_{i=1}^{n} \frac{3-2\gamma_i}{1-\gamma_i} L^{-\frac{1}{r_n}}\right)\|X\|_{\Delta}^{\mu+\tau} \tag{25}$$

шығады. Әлбетте, біз (25) оң жағы теріс анықталуы үшін жеткілікті үлкен L

$$L > L^* =: \max\left\{1, \left(\hat{c}_1 C_2 \sum_{i=1}^{n} \frac{3-2\gamma_i}{1-\gamma_i} / C_1\right)^{r_n}\right\} \tag{26}$$

кірісін таңдай аламыз. Демек, масштабталған біртекті бақылаушы (15) және реттеуші (16) жүйені (1) кең ауқымды асимптотикалық тұрақты етеді.

Қорытынды

Бұл жұмыста уақыт бойынша өзгеретін кідірістері бар сызықтық емес жүйелер класы үшін шығу бойынша кері байланысты кең ауқымды тұрақтандыру міндеті қарастырылған. Ляпунов-Красовскийдің біртекті үстемдігі мен функционалдығы тәсілі негізінде ұсынылған кері байланыс тұрақтандырғышына уақыт кідірісі бар сызықтық емес жүйені кең ауқымды асимптотикалық тұрақты етуге мүмкіндік беретін ауқымды күшейту енгізіледі. Ұсынылған дизайн процедурасының тиімділігін көрсету үшін модельдеудің екі мысалы келтірілген.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Qian CJ, Lin W. Smooth output feedback stabilization of planar systems without controllable/observable linearization. IEEETransAutom Control.2002;47(12): 2068–2073.
2. C. Qian, A homogeneous domination approach for global output feedback stabilization of a class of nonlinear systems, in: Proceedings of the 2005 American Control Conference, Portland, USA, 2005, pp. 4708–4715
3. Qian CJ, Li J. Global finite-time stabilization by output feedback for planar systems without observable linearization.IEEETransAutomControl.2005;50:885–890.
4. J.Y. Zhai, C. Qian, Global control of nonlinear systems with uncertain output function using homogeneous domination approach, Int. J. Robust Nonlinear Control 22 (14) (2012) 1543–1561.
5. Lei H, Lin W. Robust control of uncertain systems with polynomial nonlinearity by output feedback. Int JRobust Nonlinear Control.2009;19:692–723.
6. ShenYJ,Huang YH, Gu JS.Global finite-time observersfor Lipschitz nonlinear systems. IEEE Trans Autom Control. 2011;56:418–424.
7. Zhai JY, Song ZB. Global finite-time stabilization for a class of switched nonlinear systems via output feedback. Int J control Autom Syst.2017;15(5):1975–1982.
8. 998, pp. 399–404. [2] H. K. Khalil and F. Esfandiari, “Semiglobal stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback,” IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 38, pp.
9. Gao FZ, Wu YQ. Finite-time output feedback stabilisation of chained-form systems with inputs saturation. Int JControl.2017;90(7):1466–1477.
10. Gu K. Q., Kharitonov V. L., & Chen, J. (2003).Stability of time-delay systems. Berlin: Birkhauser.

УДК 338

ТЕЙЛ-ВЕЙДЖ ӘДІСІН ҚОЛДАНА ОТЫРЫП, КӨЛІК ЖӘНЕ ҚОЙМА БӨЛІМІНДЕГІ ЖАЛПЫ ӨНІМ БОЙЫНША 2022 ЖЫЛҒА БОЛЖАМ ЖАСАУ