ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024» XIX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS of the XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

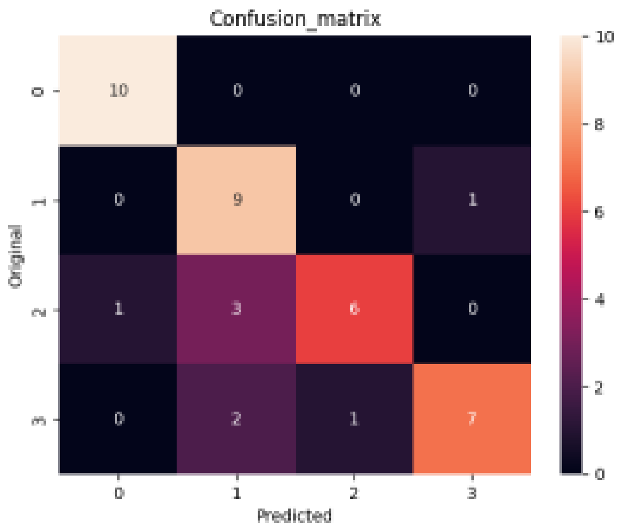
УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

Бұл әдіс, әдетте, әр оқу дәуірінде оқыту деректер пакеттерін ұсынатын итераторлар болып табылатын деректер генераторларын қолдана отырып, модельді оқыту үшін қолданылады.
Берілген код Машиналық оқыту моделін оқыту деректерінің генераторын қолдана отырып үйретеді, модельді жеке тексеру деректер жиынтығында тексереді және өнімділік жақсармаса, модельдің ең жақсы салмағын сақтау және оқуды мерзімінен бұрын тоқтату үшін кері қоңырауларды қолданады.

Бұл жолды тест суреттерін жүктеу және модельіңіздің жаңа, көрінбейтін деректерге қаншалықты жалпыланғанын бағалау үшін пайдалана аламыз.
Accuracy_score функциясы арқылы тест дәлдігі үшін шынайы және болжамды белгілер арасындағы дәлдікті есептейді және нәтижені басып шығарады. Бұл сіздің модельіңіздің көрінбейтін сынақ жиынтығында қаншалықты жақсы жұмыс істейтіндігінің сандық көрсеткішін ұсынады.
Бізде мұнда тесттің дәлдігі 0,8-ге тең, бұл сіздің модель сіздің тестілік деректер жиынтығыңыздағы даналардың 80% - ы үшін белгілерді дұрыс болжағанын білдіреді. Бұл жіктеу модельдерін бағалау үшін қолданылатын жалпы көрсеткіш және жоғары дәлдік әдетте жақсы өнімділікті көрсетеді.

Қысқаша айтқанда, бұл код сынақ деректеріне негізделген модельді болжау үшін шатасу матрицасын жасайды және оны жылу картасы арқылы көрсетеді. Жылу картасы модельдің жұмысындағы заңдылықтарды тез анықтауға мүмкіндік береді, мысалы, қай класстар бір-бірімен жиі шатастырылады. Бұл визуализация сіздің жіктеу моделіңіздің күшті және әлсіз жақтарын түсіну үшін пайдалы болуы мүмкін.
Мұнда алғашқы жолда "original" және "prediction" массивтер арқылы берілген мәліметтердің орындалған және болжалған деректері кездесетін және оның көрсеткіштерін анықтау үшін Confusion Matrix түрінде қолданылады.



Қателік матрицасын визуализациялау машиналық оқыту моделінің өнімділігін талдауға көмектеседі, Бұл модельәсіресе жіктеу есептерінде қай сыныптарда жиі қателесетінін анықтауды жеңілдетеді.

УДК 519.813.7

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ «ГОНКА ВООРУЖЕНИЙ»

Тулькибаев Чингис Куанышбаевич

2020

tulkibaev05@gmail.com

Студент 3 курса Механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Республика Казахстан
Научный руководитель – к.ф.-м.н., PhD, Аканова К.М.

Абстракт. В данной работе рассматривается решение задачи построения динамической модели «Гонка вооружений» для двух участников и трёх участников и оценка влияния изменений ее параметров на поведение модели. Для достижения поставленной цели применяются аналитический и численный метод Рунге-Кутта решения системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение модели. Алгоритм решения задачи и визуализация результатов вычисления посредством построения графиков реализованы на языке программирования Python с помощью дополнительных библиотек numpy и matplotlib. Полученные численные результаты имеют незначительные отклонения от результатов, полученных при аналитическом решении, которые можно оценить через изменяющие со временем параметры модели. Данная работа может найти применение в моделировании и анализе задач теории дифференциальных игр, связанных с конфликтами в международных отношениях и экономической политике государств.

Постановка задачи.

Задача построения математических моделей гонки вооружений довольна популярна и имеет много интерпретаций в теории игр [1]. Численный и качественный анализ таких задач проводится на основе основе модели Лотки–Вольтерра как модель конфронтации государств [2].

Пусть страна X вооружается, опасаясь потенциальной угрозы войны со стороны страны Y, которая в свою очередь, зная о росте затрат на вооружение у страны X, тоже увеличивает собственные расходы на вооружение. То есть каждая страна изменяет скорость роста своего вооружения пропорционально уровню затрат другой в зависимости от степени притязаний со стороны соседней страны или враждебности к ней, измеряемой расходами соседней страны. Также надо учитывать, что для каждой страны действует закон убывания предельной эффективности, который показывает, что чем больше расходов на вооружения, тем меньше скорость их роста. Необходимо найти точку баланса сил или точку компромиссного равновесия, если она существует.

Методика решения.

Пусть $x(t)$, $y(t)$ – расходы на вооружение стран в момент времени t, причем $x(t)$ и $y(t)$ должны быть неотрицательны. Исходя из вышеназванных предположений, модель скорости вооружения будет дана по формуле (1):

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha_1 y - \beta_1 x + \gamma_1 \\ \dot{y} = \alpha_2 x - \beta_2 y + \gamma_2 \end{cases} \tag{1}$$

где:

α_1, α_2 – положительные постоянные коэффициенты, обозначающие реакцию на угрозу со стороны соседней страны в виде роста затрат на вооружение;

β_1, β_2 – положительные постоянные коэффициенты, ограничивающие рост затрат;

$\gamma_1, \gamma_2 -$ постоянные, положительные знаки которых характеризируют существование притязания или враждебность, а отрицательные значения означают дружелюбие по отношению к другой стране или нежелание вступать в конфликт [3].

Первые слагаемые $\alpha_1 y \, и \;\; \alpha_2 x$ как раз и показывают реакцию каждой страны на наращивание затрат на вооружение другой страны. Вторые слагаемые $(-\beta_1 x) и \, (-\beta_2 y)$ накладывают ограничения на рост затрат.

За начальные условия приняты следующие: $x(t_0) \geq 0$ и $y(t_0) \geq 0$.

Вообще говоря, система, которая необходима для нахождения точки баланса, предполагает нулевую скорость роста количества вооружений, и тогда модель (1) выглядит как система неоднородных уравнений (2):

$$\begin{cases} \alpha_1 y - \beta_1 x + \gamma_1 = 0 \\ \alpha_2 x - \beta_2 y + \gamma_2 = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Общим решением системы линейных уравнений будет точка пересечения двух прямых на плоскости, которая и является той самой точкой баланса. Поскольку на x и y накладывается условие неотрицательности, то решение должно находиться только в первой четверти декартовой системы координат, что обеспечивается некоторыми конкретными значениями параметров. Поведение модели (1) и будет меняться в зависимости от разных значений параметров, при которых будет получена различная эволюция модели (2). Среди них требуется найти наилучший вариант, который позволит как можно быстрее найти равновесную точку компромисса, за которой нецелесообразно продолжать наращивание количества вооружения. Система параметров, задающих эволюцию модели, показана в таблице 1.

Таблица 1 – Система параметров, задающих эволюцию модели.

$\alpha_1 - \beta_1 > \alpha_2 - \beta_2$	$\gamma_1 > 0$	$\gamma_2 > 0$
$\alpha_1 - \beta_1 > \alpha_2 - \beta_2$	$\gamma_1 < 0$	$\gamma_2 < 0$
$\alpha_1 - \beta_1 > \alpha_2 - \beta_2$	$\gamma_1 < 0$	$\gamma_2 > 0$

Численное решение задачи.

Мы решим задачу численными методами, а именно: сперва последовательное построение графиков производных на плоскости оси x и оси y для нахождения точки баланса с выбранными параметров в среде numpy и matplotlib в Python [4]. Далее в той же среде решим дифференциальные уравнения четвёртого порядка методом Рунге-Кутта и построим графики функций заданной динамической системы. За начальные условия примем $x(t_0) = 0$, и $y(t_0) = 0$.

Рассмотрим несколько вариантов значений параметров модели.

1) Условие 1: $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 3, \; \beta_1 = 1, \; \beta_2 = 3, \; \gamma_1 = 1, \; \gamma_2 = 1$.

На рисунке 1 показан график производных при Условии 1.

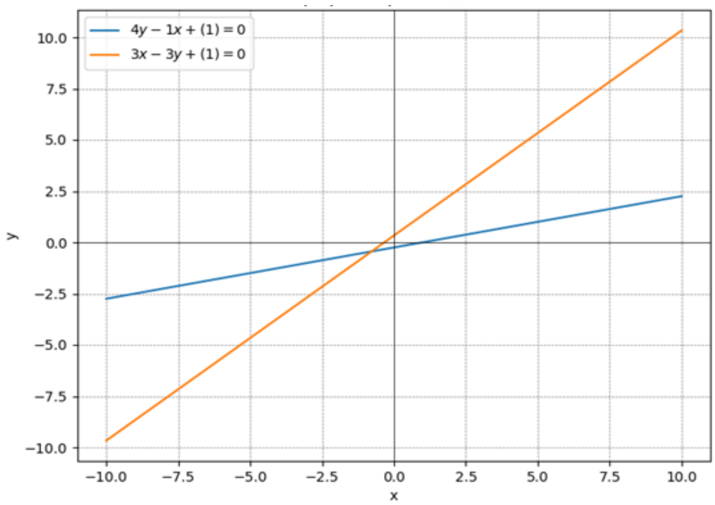


Рисунок 1 – Графики производных функций при Условии 1

Из графика производных видно, что при попаданий начальными условиями в первую четверть мы получаем экспоненциальный рост расходов двух сторон, причём обгоняет как раз та сторона, у которой рост расходов обеспечен разностью $(\alpha_1 - \beta_1)$.

2) Условие 2: $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 3,\ \beta_1 = 1,\ \beta_2 = 3,\ \gamma_1 = -1,\ \gamma_2 = -1.$

На рисунке 2 показан график производных при Условии 2.

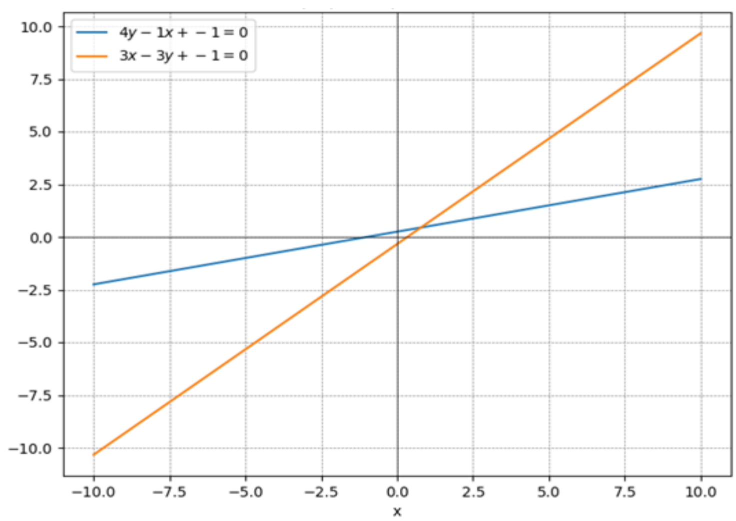


Рисунок 2 – Графики производных функций при Условии 2

Точка пересечения находится в первой четверти и равна $x = \frac{7}{9}, y = \frac{4}{9}$. В этом случае же при попаданий начальными условиям в область меньше точки пересечения, происходит обоюдное разоружение. Но, например, если взять за начальные условия: $x(t_0) = 5$, и $y(t_0) = 2{,}5$. Мы получим как и в первом случае экспоненциальный рост.

3) Условие 3: $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 3,\ \beta_1 = 1,\ \beta_2 = 3,\ \gamma_1 = 1,\ \gamma_2 = -1.$

На рисунке 3 показан график производных при Условии 3.

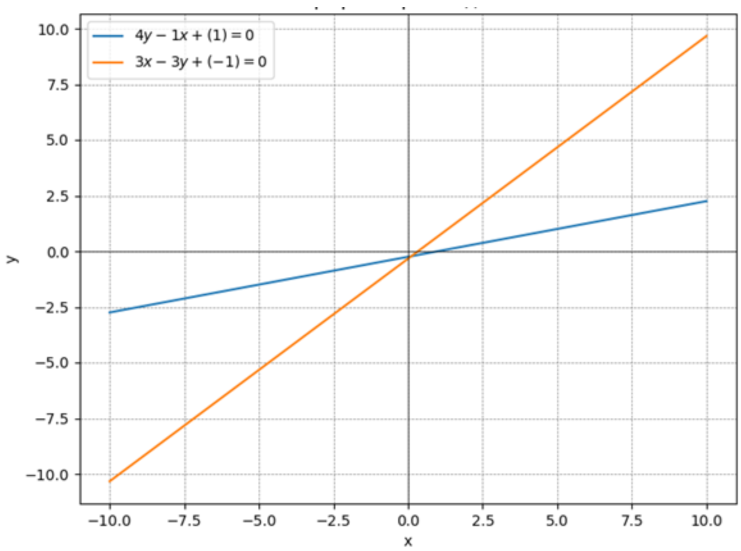


Рисунок 3 – Графики производных функций при Условии 3

Точка пересечения попадает в четвертую четверть.

4) Условие 4: $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 3,\ \beta_1 = 1,\ \beta_2 = 3,\ \gamma_1 = -1,\ \gamma_2 = 1.$

В этом случае точка пересечения попадает во вторую четверть. В обоих случаях мы попадаем начальными условиями в области, где мы получаем такой же экспоненциальный рост, как и ранее.

На рисунке 4 показан график производных при Условии 4.

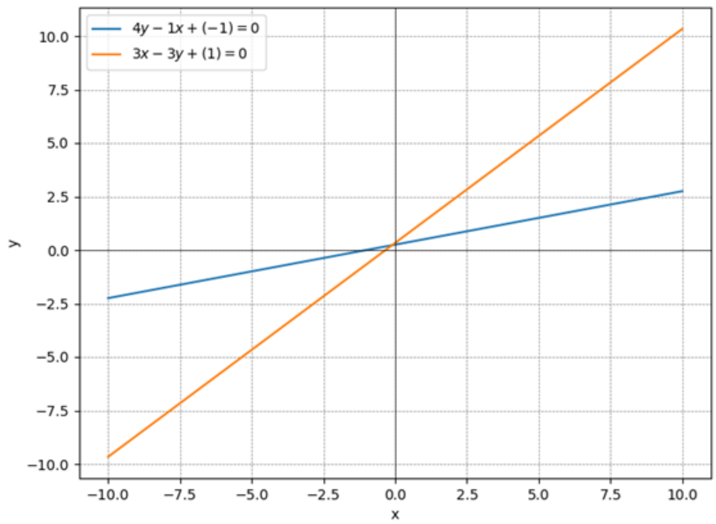


Рисунок 4 – Графики производных функций при Условии 4

При численном решении задачи найден только один набор параметров, при которых точка пересечения попадает в первую четверть. Этот набор параметров: $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 3,\ \beta_1 = 1,\ \beta_2 = 3,\ \gamma_1 = -1,\ \gamma_2 = -1$. Попадание точки пересечения в первую четвертью обеспечено значениями параметров $\gamma_1 = -1,\ \gamma_2 = -1$. При таких параметрах начальные условия $x(t_0) = 0$, и $y(t_0) = 0$ приводят к обоюдному разоружению двух сторон. Область между прямыми, где находится данные начальные условия можно интерпретировать как область разоружения.

Тогда при указанных параметрах $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 3$, $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 3$, наша задача: выбрать такие параметры γ_1, γ_2, чтобы размер пересечения области разоружения и первой четверти был максимальным. Так как в этом случае набор возможных начальных условий для разоружения расширяется, а сама точка пересечения или баланса попадает в первую четверть.

Случаи 3 и 4 можно интерпретировать как то, что одна страна с дружелюбными намерениями готова на уступки и соглашения, в то время как вторая или не согласна на уступки и соглашения, или нарушит соглашения сразу же после их подписания. Случай 1 выражается отсутствием у участников намерений к соглашениям по снижению расходов или соглашения ставящий фиксированные расходы на оборону. Остановить в таких случаях гонку вооружений очень сложно.

Также кроме рассмотренных условий, существует условие, при которых работа с параметрами γ_1, γ_2 может быть сведена к минимизации предела полезности расходов. Такое условие это разница $\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2 < 0$. В таких условиях динамическая модель ведёт страны или к пределу полезности увеличений расходов на оборону, или к пределу полезности уменьшений расходов. В таких системах от параметров γ_1, γ_2 как раз зависит значение данных пределов полезности, также от них зависит расположение точки баланса. Точка баланса при таких условиях находится в первой четверти только в случае положительных значений параметров γ_1, γ_2 [4].

Заключение. Численные решения динамической задачи показали, что модель «Гонки вооружения» учитывает восприятие расходов между соседними странами и параметры достоверно показывают развитие модели. Также получен вывод о том, что взаимосвязь между параметрами отражает действительное восприятие военных расходов во времени между странами, это связано с тем, что модель именно, что учитывает восприятие и последующую реакцию стран в модели при взятых параметрах.

При взятых параметрах влияние имеет начальные условия, которыми в начале руководятся страны, хотя существует такие параметры вне зависимости от начальных условий начинается экспоненциальный рост расходов, или же обратное независимо от начальных условий происходит обоюдное разоружение.

Такими условиями могут выступать рассмотренный нами случаи 1, 3 и 4 или условия, при которых параметры подчиняются разности $\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2 < 0$. В таких фиксированных условиях влияние начальных условий и расположение точки равновесия зависит от параметров γ_1, γ_2, как это было показано с областью разоружения. Это можно объяснить тем, что при добрососедских отношениях, как во 2-ом случае, существует возможность между странами договориться о разоружении или о фиксированных расходах.

В случае если условием выступает разность $\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2 < 0$ странам состоящих в добрососедских или нейтральных отношениях выгоднее снизить до минимума свои расходы, а для стран с притязаниями друг на друга в таких условиях существует возможность договориться о фиксированных расходах или о полном разоружении.

Интерпретировать же случаи 3 и 4 можно тем, что только одна из сторон готова идти на уступки и договориться, т.е. прийти к компромиссу [5]. Приложение такой модели при достаточном основании использовать её даёт возможность прогнозировать взятую ситуацию или в международной политике, или при конкуренции политических партий, или даже при экономической борьбе [6].

Список использованных источников

1 Возмищева Т. Г., Модифицированная модель войны или сражения и гонки вооружения на основе модели Лотки–Вольтерра как модель конфронтации государств: численный и качественный анализ //Информационное общество: образование, наука, культура и технологии будущего. Выпуск 4 (Труды XXIII Международной объединенной научной конференции «Интернет и современное общество», IMS-2020, Санкт-Петербург, 17 – 20 июня 2020 г. Сборник научных статей. — СПб: Университет ИТМО, 2020. С. 72-91. DOI: 10.17586/2587-8557-2020-4-72-91.

2 Радаева И. Н., Никиташенко В.Н. Одна из математических моделей гонки вооружений // Вестник науки и творчества. 2018. №10 (34). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/odna-iz-matematicheskih-modeley-gonki-vooruzheniy (дата обращения: 04.04.2024).

3 Шикин Е.В. , Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. – М.: Дело, 2002, 440 с.

4 Буйначев С.К. Основы программирования на языке Python: учебное пособие/ С.К. Буйначев, Н.Ю. Боклаг. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 91 с. ISBN 978-5-7966-1198-9.

5 Андреев В. В. Математические модели анализа социально-экономических систем // Вестник ЧГУ. 2003. №2. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskie-modeli-analiza-sotsialno-ekonomicheskih-sistem (дата обращения: 07.04.2024).

Липоватая М. С. Способы прогнозирования международных отношений // Коммуникология. 2016. №4. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sposoby-prognozirovaniya-mezhdunarodnyh-otnosheniy (дата обращения: 07.04.2024).