

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.5.013

MSC 68

Вопросы управления процессом тонкого помола в планетарной мельнице*С. К. Атанов¹, А. З. Бигалиева^{1,2}, Н. К. Апачиди², А. В. Русак³*¹ Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилёва, Казахстан, 010000, Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2² Карагандинский технический университет, Казахстан, 100000, Караганда, пр. Нурсултана Назарбаева, 56³ Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Российская Федерация, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

Для цитирования: Атанов С. К., Бигалиева А. З., Апачиди Н. К., Русак А. В. Вопросы управления процессом тонкого помола в планетарной мельнице // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2020. Т. 16. Вып. 3. С. 277–292. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2020.306>

Работа посвящена исследованию управляемых процессов помола в планетарной мельнице. Рассматривается возможность непрерывного контроля тонкости (тонины) помола с использованием законов автоматического управления, синтезированных на базе оптимизационного подхода. Сформирована математическая модель объекта управления в линейном стационарном приближении. Проведено сравнение динамики полученной модели с данными натурных экспериментов по основным критериям качества динамических процессов. Для данной модели осуществлен синтез линейно-квадратичного регулятора, представляющего собой комбинацию фильтра Калмана, формирующего оптимальную среднеквадратичную оценку вектора состояния объекта, с линейно-квадратичным оптимальным регулятором по состоянию. В статье представлены детали реализации принятого подхода и приведены результаты моделирования динамических процессов для рассмотренной замкнутой системы управления.

Ключевые слова: линейное квадратичное гауссово управление, линейно квадратичный регулятор, фильтр Калмана, оценка, планетарная мельница.

1. Введение. Планетарные мельницы являются специализированными механическими устройствами, используемыми на промышленном производстве для осуществления тонкого и сверхтонкого помола различных материалов. В настоящее время управление процессами помола в таких мельницах осуществляют стандартные промышленные ПИ-регуляторы [1, 2]. Однако ограничения и сложности с их настройкой и эксплуатацией, требующие повышенных расходов на обслуживание, а также не

всегда удовлетворительное качество процессов управления определяют мотивацию к применению более эффективных обратных связей.

Развитие современной теории управления, а также компьютерной техники и компьютерных технологий обуславливает возможность практического использования регуляторов с многоцелевой структурой [3–6] для управления планетарными мельницами. Такие регуляторы базируются на знании математической модели (model-based [4]) объекта управления, что позволяет существенно повысить эффективность и улучшить качество процессов управления помолом.

Особо отметим, что в состав многоцелевых структур входят асимптотические наблюдатели (в частности, фильтры Калмана), которые применяются для формирования оценок вектора состояния (без непосредственного измерения его компонент). Это приводит к значительному снижению затрат на обслуживание и эксплуатацию системы благодаря сокращению количества датчиков, необходимых для реализации регуляторов с многоцелевой структурой.

Данная статья — первый шаг в формировании теории и практических методов синтеза многоцелевых обратных связей для систем автоматического управления помолом в планетарных мельницах. Здесь за основу принят простейший вариант подобных регуляторов, представляемых известной идеологией [5–7] линейно квадратичной (LQG) оптимизации.

2. Промышленная планетарная мельница МПП-04. В качестве базового объекта управления, рассматриваемого в работе, принята промышленная планетарная мельница МПП-04, которая расположена в Караганде (Казахстан) и используется ТОО «КМЗ им. Пархоменко». С ее помощью решаются различные практические задачи в области переработки техногенных отходов медеплавильного производства для выделения металлической меди.

В испытательной лаборатории инженерного профиля «Комплексное освоение ресурсов минерального сырья» (Республиканское государственное предприятие на праве хозяйственного ведения) Карагандинского государственного технического университета установлено [8], что наибольшая извлекаемость металлов из шлака медеплавильного производства достигается с тонкостью помола (тониной) 80–125 мкм (рис. 1).

Планетарная мельница МПП-04 представляет собой сложную конструкцию, состоящую из корпуса, внутри которого находится блок помольных барабанов в количестве 4 штук. Помольные барабаны крепятся на крестовине, насаженной на центральный вал. Сверху корпус закрыт крышкой, что обеспечивает безопасную работу установки. Приводом в МПП-04 служит асинхронный электродвигатель мощностью 22 кВт, работающий в режиме постоянной или переменной скорости [8].

Работа в МПП-04 осуществляется следующим образом. К центральному валу посредством рычажной системы присоединены помольные барабаны. При вращении центрального вала помольные барабаны под действием центробежной силы прижимаются к корпусу. За счет сил трения между корпусом и боковой поверхностью помольного барабана осуществляется вращение последних вокруг собственной оси. Таким образом, помольный барабан получает два вида движения: переносное вокруг центрального вала и относительное вокруг собственной оси. Центробежное ускорение мелющих тел, находящихся в барабане, определяется угловой скоростью вращения центрального вала и угловой скоростью собственного вращения барабана с учетом кориолисова ускорения.

Мельница оснащена прибором гранулометром, предназначенным для непрерывного автоматического контроля гранулометрического состава шлама без отбора проб. Такой контроль производится непосредственно в потоке, что обеспечивает непрерывное определение и отображение на дисплее измеряемой информации, которая представляет собой величину процентного содержания контрольных классов крупности частиц в пульпе. Далее соответствующие сигналы выдаются на регулирующие устройства с передачей данных по каналам связи. Эти данные могут быть непосредственно использованы специалистами по управлению для реализации системы управления помолом с помощью обратной связи.

3. Линейная математическая модель объекта управления. Для формализованного представления планетарной мельницы как объекта управления необходимо построить ее математическую модель. Многочисленные эксперименты показывают, что решение практических задач по управлению качеством помола может быть осуществлено с использованием достаточно грубых моделей, базирующихся на линейном представлении процесса. В связи с этим будем считать, что планетарная мельница трактуется как линейный стационарный (ЛТИ) объект с одним входом и одним выходом. Как известно [4], такие объекты моделируются уравнениями пространства состояний или уравнениями в изображениях (по Лапласу или по Лорану). В последнем случае исчерпывающей характеристикой модели служит ее передаточная функция, которая может быть найдена либо аналитическим, либо экспериментальным путем.

В данном случае для построения модели системы будем применять метод параметрической идентификации, состоящий в том, что структура передаточной функции фиксируется, но остается возможность настройки ее числовых параметров. Их значения подбираются так, чтобы поведение модели как можно точнее повторяло поведение объекта, наблюдаемое в эксперименте.

В работе [8] описан ход экспериментальных исследований, проводившихся на планетарной мельнице. Эксперимент и обработка его результатов осуществлялись с использованием метода центрального композиционного планирования. В качестве входной переменной u примем отклонение тонины помола от желаемого значения, а как выходную переменную y — отклонение объема входящего в мельницу потока от номинального значения. В табл. 1 представлены значения переходной характеристики объекта, полученные экспериментально, в виде его реакции на ступенчатое единичное входное воздействие.

Для формирования структуры передаточной функции предварительно введем в рассмотрение дифференциальное уравнение, характеризующее динамику тонкого помола, принимая его порядок равным трем, что вполне достаточно для грубого, но адекватного описания процесса. Это уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_2 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t). \quad (1)$$

Записывая уравнение (1) в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим передаточную функцию $H(s)$ объекта управления

$$H(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^3 + a_0 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (2)$$

где постоянные коэффициенты $a_2, a_1, a_0, b_2, b_1, b_0$ подлежат поиску с использованием представленных выше экспериментальных данных.

Таблица 1. Значения переходной характеристики объекта в виде его реакции на ступенчатое единичное входное воздействие

t_1, c	0	t_9, c	40	t_{17}, c	80
$y_1, \%$	0	$y_9, \%$	76.75	$y_{17}, \%$	96.36
t_2, c	5	t_{10}, c	45	t_{18}, c	85
$y_2, \%$	12.92	$y_{10}, \%$	81.00	$y_{18}, \%$	96.10
t_3, c	10	t_{11}, c	50	t_{19}, c	90
$y_3, \%$	26.10	$y_{11}, \%$	86.53	$y_{19}, \%$	95.70
t_4, c	15	t_{12}, c	55	t_{20}, c	95
$y_4, \%$	39.85	$y_{12}, \%$	91.88	$y_{20}, \%$	95.10
t_5, c	20	t_{13}, c	60	t_{21}, c	100
$y_5, \%$	49.26	$y_{13}, \%$	97.23	$y_{21}, \%$	92.30
t_6, c	25	t_{14}, c	65	t_{22}, c	105
$y_6, \%$	58.49	$y_{14}, \%$	97.79	$y_{22}, \%$	90.15
t_7, c	30	t_{15}, c	70	t_{23}, c	110
$y_7, \%$	67.71	$y_{15}, \%$	97.82	$y_{23}, \%$	89.90
t_8, c	35	t_{16}, c	75	t_{24}, c	115
$y_8, \%$	71.40	$y_{16}, \%$	98.00	$y_{24}, \%$	87.60

В принципе такой поиск может быть выполнен при помощи любой процедуры параметрической идентификации [9]. Однако частность рассматриваемой ситуации позволяет применить специализированный грубый, но достаточно простой практический подход, существо которого состоит в следующем.

Прежде всего, используя любой метод дискретизации модели (1) (по Эйлеру, по Тастину и др.) с периодом $\Delta t = h$, осуществим переход к разностному уравнению, представляющему объект, функционирующий в дискретном времени $n \in N^1$. Применив понятие обратных конечных разностей $\nabla y[n] = y[n] - y[n - 1]$, $\nabla u[n] = u[n] - u[n - 1]$, это уравнение запишем следующим образом:

$$y[n] + \alpha_1 y[n - 1] + \alpha_2 y[n - 2] + \alpha_3 y[n - 3] = \beta_0 u[n] + \beta_1 u[n - 1] + \beta_2 u[n - 2] + \beta_3 u[n - 3]. \quad (3)$$

Особо отметим, что коэффициенты данного уравнения взаимно однозначно связаны с искомыми коэффициентами передаточной функции (2) (такая связь определяется методом дискретизации). Это значит, что если каким-либо путем найдены коэффициенты $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \beta_3, \beta_2, \beta_1, \beta_0$ уравнения (3), то по ним можно однозначно определить искомые коэффициенты $a_2, a_1, a_0, b_2, b_1, b_0$ для передаточной функции $H(s)$ (2).

В свою очередь, для поиска коэффициентов уравнения (3) можно непосредственно использовать экспериментальные данные, представленные в табл. 1. Действительно, будем рассматривать полученную экспериментально конечную последовательность $y_e = \{y_e[n]\}$, $n = \overline{0, 23}$, значений выходной переменной при единичном входном управляющем воздействии $u_e = \{u_e[n]\}$, $u_e[n] \equiv 1$.

Для упрощения вычислений положим $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$. Тогда из уравнения (3) следует, что

$$y_e[n_1] + \alpha_1 y_e[n_1 - 1] + \alpha_2 y_e[n_1 - 2] + \alpha_3 y_e[n_1 - 3] = \beta_0 u_e[n_1],$$

$$y_e[n_2] + \alpha_1 y_e[n_2 - 1] + \alpha_2 y_e[n_2 - 2] + \alpha_3 y_e[n_2 - 3] = \beta_0 u_e[n_2],$$

...

$$y_e[n_N] + \alpha_1 y_e[n_N - 1] + \alpha_2 y_e[n_N - 2] + \alpha_3 y_e[n_N - 3] = \beta_0 u_e[n_N],$$

где указаны моменты дискретного времени $n_1 = 3, n_2 = 4, \dots, n_N = 23$.

Здесь представлено максимальное число соотношений, которые, в силу (3), связывают между собой значения входов и выходов объекта управления. Нетрудно видеть, что эти соотношения представляют собой линейную алгебраическую систему относительно неизвестных коэффициентов, которые можно объединить в вектор $\mathbf{c}_e = (\alpha_3 \ \alpha_2 \ \alpha_1 \ \beta_0)^T \in E^4$:

$$\mathbf{A}_e \mathbf{c}_e = \mathbf{b}_e, \quad (4)$$

где

$$\mathbf{A}_e = \begin{pmatrix} y_e[n_1 - 1] & y_e[n_1 - 2] & y_e[n_1 - 3] & -1 \\ y_e[n_2 - 1] & y_e[n_2 - 2] & y_e[n_2 - 3] & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_e[n_N - 1] & y_e[n_N - 2] & y_e[n_N - 3] & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_e = \begin{pmatrix} y_e[n_1] \\ y_e[n_2] \\ \dots \\ y_e[n_N] \end{pmatrix}.$$

Обратим внимание на то, что система (4) имеет 21 уравнение и 4 неизвестных, причем ранг ее матрицы полный столбцовый. Такая система не совместна; однако методом наименьших квадратов (операция $\mathbf{A}_e \setminus \mathbf{b}_e$ в MATLAB) находим вектор

$$\mathbf{c}_e^0 = (-1.235 \ 0.1029 \ 0.2175 \ 7.713)^T,$$

минимизирующий норму невязки для системы (4). Этот вектор определяет коэффициенты модели (3), которые в среднем наилучшим образом приближают ее выходные значения к экспериментальным данным. Передаточная функция для дискретной системы (3) с найденными величинами коэффициентов имеет вид

$$H_d(z) = \frac{7.713z^3}{z^3 - 1.235z^2 + 0.1029z + 0.2175}. \quad (5)$$

И, наконец, от передаточной функции (5) перейдем к соответствующей системе непрерывного времени (функция $d2c$ в MATLAB, реализующая метод Тастина), т. е. к искомой передаточной функции (2):

$$H(s) = \frac{3.638s^3 + 4.365s^2 + 1.746s + 0.2328}{s^3 + 0.9026s^2 + 0.07618s + 0.002577}. \quad (6)$$

Однако заметим, что функция (6) не является строго правильной дробью, что не совсем удобно для дальнейших расчетов. В связи с этим осуществим в ручном режиме корректировку ее коэффициентов в числителе и знаменателе. В результате получим выражение

$$H(s) = \frac{141.0s^2 - 1.500s + 2.400}{s^3 + 8.500s^2 + 0.5500s + 0.02600}. \quad (7)$$

Передаточная функция (7) и принимается далее в качестве характеристики математической модели в tf-форме

$$y = H(s)u \quad (8)$$

рассматриваемого объекта управления.

Для подтверждения состоятельности построенной модели (7), (8) прежде всего найдем корни ее характеристического полинома

$$s_1 = -8.435, \quad s_{2,3} = -0.03240 \pm 0.04510j.$$

Поскольку все три корня находятся в открытой левой полуплоскости, объект управления является асимптотически устойчивым.

Теперь построим переходную характеристику для модели и сравним ее с переходной характеристикой, полученной экспериментально (рис. 2). Сравнение свидетельствует о вполне приемлемом качестве идентификации. Таким образом, динамика идентифицированной модели (7), (8) в достаточной мере приближена к поведению объекта, наблюдаемого в ходе эксперимента.

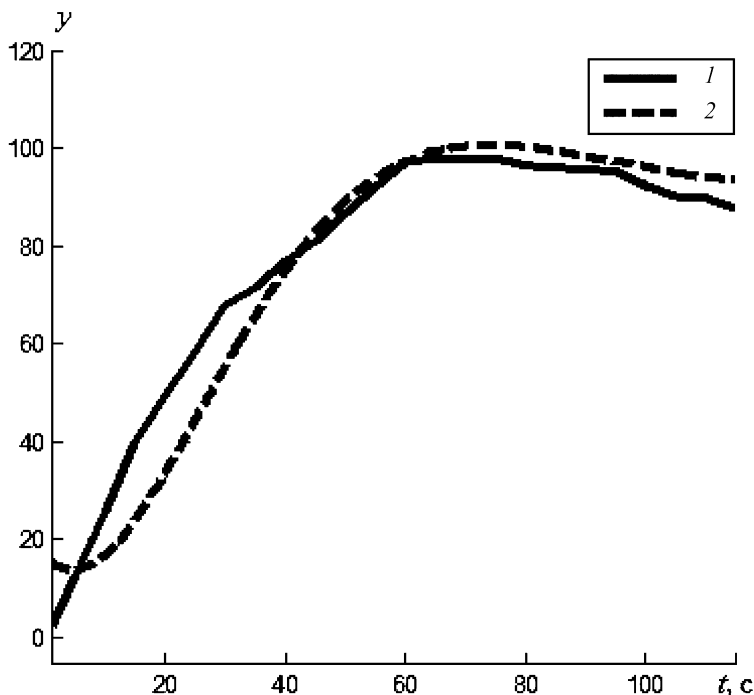


Рис. 2. Графики переходных характеристик для эксперимента (кривая 1) и найденной модели (7), (8) (кривая 2)

4. Методы линейно интегральной квадратичной и линейно интегральной квадратичной гауссовской оптимизации в управлении помолом. Цель управления процессом помола состоит в формировании обратной связи (регулятора), который гарантирует устойчивость замкнутой системы и выполнение необходимых требований к контролируемым переменным и управляющим воздействиям.

Содержательный смысл процесса управления здесь определяется тем, что независимо от внешних возмущений и шумов в измерениях замкнутая система должна стремиться к достижению желаемой величины тонины помола при ограничении объема входного потока, поступающего в мельницу. Для предложенной выше математической модели мельницы как объекта управления это определяет требования $y(t) \rightarrow 0$ и $u(t) \rightarrow 0$ при условии $t \rightarrow \infty$.

Одним из известных подходов к построению регуляторов, обеспечивающих достижение указанной цели, служит теория интегрального квадратичного и среднеквадратичного синтеза [4], включающая методологию решения задач линейно интегральной

квадратичной (LQR) и линейно интегральной квадратичной гауссовской (LQG) оптимизации.

Отмеченные задачи формулируются по отношению к ЛТИ-объекту управления с математической моделью, заданной в пространстве состояний уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{v}(t).\end{aligned}\tag{9}$$

Здесь переменные $\mathbf{x} \in E^n$, $\mathbf{u} \in E^m$ и $\mathbf{y} \in E^k$ соответственно представляют собой векторы состояния, управляющих воздействий и измеряемых переменных. Все матрицы в уравнениях (9) имеют постоянные компоненты. Векторы $\mathbf{w} \in E^r$ и $\mathbf{v} \in E^k$ определяют внешнее воздействие и погрешность в измерениях соответственно. Функции $\mathbf{w}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ трактуются как гауссовские векторные белые шумы с заданными постоянными матрицами \mathbf{S}_w и $\gamma^2\mathbf{S}_v$ спектральных плотностей мощностей. Постоянный множитель $\gamma^2 \in (0, \infty)$ регулирует соотношение между интенсивностями возмущения и шума.

Обратная связь для объекта (9) формируется в виде динамического регулятора с математической моделью в tf-форме

$$\mathbf{u} = \mathbf{W}(s)\mathbf{y}.\tag{10}$$

На движениях замкнутой системы (9), (10) зададим среднеквадратичный функционал

$$I = I(\mathbf{W}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + c_0^2\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)]dt,\tag{11}$$

где весовые матрицы \mathbf{Q} и \mathbf{R} являются симметрическими, причем первая из них неотрицательно определенная, а вторая — положительно определенная. Весовой множитель $c_0^2 \in (0, \infty)$ представляется положительным вещественным числом. Этот множитель при заданных матрицах \mathbf{Q} и \mathbf{R} регулирует соотношение между точностью и интенсивностью управления в замкнутой системе.

Формализованная постановка задачи LQG-синтеза имеет вид

$$I = I(\mathbf{W}) \rightarrow \min_{\mathbf{W} \in \Omega},\tag{12}$$

здесь Ω — множество передаточных матриц обратной связи (10) размером $m \times k$ с дробно-рациональными компонентами, для которых замкнутая система (9), (10) асимптотически устойчива.

Решение задачи LQG-оптимального синтеза (12) базируется на *принципе разделения* [3, 4]. Согласно этому утверждению, решение исходной задачи распадается на решение двух задач более простого вида. Первая из них представляет собой задачу LQR-оптимизации синтеза, а вторая — задачу синтеза фильтра Калмана.

Задача LQR-оптимизации состоит в синтезе регулятора

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}\tag{13}$$

по состоянию объекта

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}\tag{14}$$

с интегральным квадратичным функционалом

$$I_1 = I_1(\mathbf{K}) = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + c_0^2 \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt.$$

Формализованная постановка этой задачи имеет вид

$$I_1 = I_1(\mathbf{K}) \rightarrow \min_{\mathbf{K} \in \Omega_K}, \quad \mathbf{K}_0 = \arg \min_{\mathbf{K} \in \Omega_K} I_1(\mathbf{K}),$$

где Ω_K — множество постоянных матриц \mathbf{K} , для которых замкнутая система (13), (14) асимптотически устойчива.

Задача синтеза фильтра Калмана состоит в построении оптимального асимптотического наблюдателя для объекта (9) в виде

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C} \mathbf{z} - \mathbf{D} \mathbf{u}) \quad (15)$$

с такой матрицей \mathbf{L} , чтобы при действии белых шумов $\mathbf{w}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ ошибка $\xi(t) := \mathbf{x}(t) - \mathbf{z}(t)$ наблюдения была наименьшей. Определяя меру этой ошибки значениями функционала

$$I_2 = I_2(\mathbf{L}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{x}(t) - \mathbf{z}(t))^T (\mathbf{x}(t) - \mathbf{z}(t)) dt,$$

приведем формализованную постановку задачи:

$$I_2 = I_2(\mathbf{L}) \rightarrow \min_{\mathbf{L} \in \Omega_L}, \quad \mathbf{L}_0 = \arg \min_{\mathbf{L} \in \Omega_L} I_2(\mathbf{L}).$$

Здесь Ω_L — множество постоянных матриц \mathbf{L} , для которых устойчив асимптотический наблюдатель (15). Этот наблюдатель с указанной матрицей $\mathbf{L} = \mathbf{L}_0$ именуется *фильтром Калмана*.

Решения обеих задач, как известно [5, 6], представляются в следующем виде:

$$\mathbf{K}_0 = -\frac{1}{c_0^2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}, \quad \mathbf{L}_0 = -\frac{1}{\gamma^2} \mathbf{P} \mathbf{C}^T \mathbf{S}_v^{-1}, \quad (16)$$

где \mathbf{S} и \mathbf{P} — симметрические положительно определенные матрицы, являющиеся решениями алгебраических уравнений Риккати

$$-\frac{1}{c_0^2} \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} + \mathbf{Q} = 0$$

и

$$-\frac{1}{\gamma^2} \mathbf{P} \mathbf{C}^T \mathbf{S}_v^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P} + \mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}^T + \mathbf{S}_w = 0$$

соответственно.

Для найденных матриц \mathbf{K}_0 и \mathbf{L}_0 формируется оптимальный LQG-регулятор (10) с математической моделью в ss-форме

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}_0 - \mathbf{L}_0 \mathbf{D} \mathbf{K}_0 + \mathbf{B} \mathbf{K}_0) \mathbf{z} + \mathbf{L}_0 \mathbf{y}, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{K}_0 \mathbf{z}. \end{aligned} \quad (17)$$

Заметим, что передаточная матрица регулятора (17) определяется по формуле

$$W(s) = K_0(Es - A + L_0 + L_0DK_0 - BK_0)^{-1}L_0.$$

Блок-схема замкнутой системы с LQG-регулятором приведена на рис. 3. Этот регулятор построен таким образом, чтобы замкнутая им система имела желаемые свойства в смысле устойчивости, ослабления внешнего воздействия, подавления помехи и хорошей собственной динамики по выходной переменной y . Последнее обстоятельство особо важно для обеспечения заданной тонины помола.

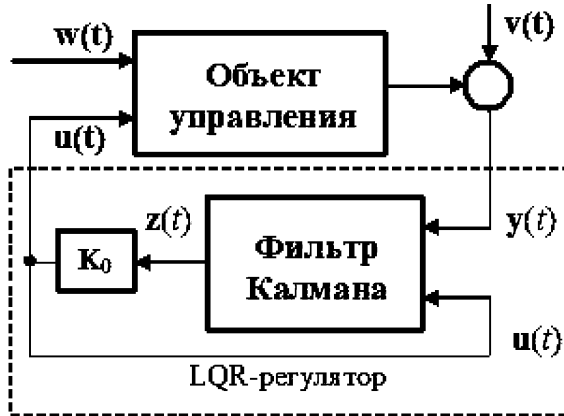


Рис. 3. Блок-схема замкнутой системы (9), (17)

Осуществим конкретизацию предложенного подхода для системы управления помолом.

Прежде всего представим линейную математическую модель планетарной мельницы в виде (9), учитывая ее передаточную функцию $H(s)$ (7), полученную выше.

Преобразование модели (8), имеющей tf-форму, в уравнения пространства состояний, выполненное в среде MATLAB, приводит к соотношениям

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{g}w(t), \\ y &= \mathbf{c}\mathbf{x} + v(t). \end{aligned} \quad (18)$$

Векторы и матрицы, входящие в (18), имеют следующие численные представления, соответствующие (7):

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (x_1 \quad x_2 \quad x_3)^T \in E^3, \\ \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} -8.500 & -0.5500 & -0.2080 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1250 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 16.00 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} 48.00 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{c} &= (8.813 \quad -0.09380 \quad 1.200). \end{aligned}$$

Укажем физический смысл компонент вектора \mathbf{x} в представленном варианте уравнений состояния объекта. Здесь $x_1(t)$ — скорость ротора мельницы, $x_2(t)$ — усилия между корпусом и боковой поверхностью помольного барабана, $x_3(t)$ — мера крупности размолотых частиц.

Уравнения (18) являются частным вариантом модели (9) со скалярными входами и выходами и трехмерным вектором состояния.

Нетрудно проверить, что объект (18) полностью управляемый по входу u и полностью наблюдаемый по выходу y , что свидетельствует о существовании решений задач LQR и LQG для любых вариантов задания функционала (11) и матриц \mathbf{S}_w и $\gamma^2 \mathbf{S}_v$ в указанных выше пределах.

В данном случае функционал (11) принимает следующий вид:

$$I = I(\mathbf{W}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + c_0^2 u^2(t)] dt, \quad (19)$$

где весовая матрица \mathbf{Q} имеет размерность 3×3 .

Обратим внимание на то обстоятельство, что выбор этой матрицы, а также множителя c_0^2 в (19) чаще всего осуществляется неформальным путем. Определенные практические рекомендации по их заданию приведены в работе [6]: обычно это делается методом проб и ошибок на основе экспертной оценки качества динамических процессов в замкнутой системе. В центре внимания всегда находятся стремление к обеспечению проектных требований и максимизация степени устойчивости.

Обычно матрица весов исходно выбирается диагональной, $\tilde{\mathbf{Q}} = \text{diag}(q_1 \quad q_2 \quad q_3)$, причем относительная величина элемента q_k ($k = \overline{0, 3}$) пропорциональна стремлению к подавлению компоненты $x_k(t)$ в переходном процессе. Поскольку в данном случае особый интерес представляет выходная координата $y = \mathbf{c} \mathbf{x}$, матрица весов принимается в виде $\mathbf{Q} = \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{c}$.

Величина множителя c_0^2 растет, если необходимо ослабить интенсивность работы управления, и уменьшается, если ее следует увеличить.

Экспериментально удалось установить, что наилучшая устойчивая реакция системы на изменение крупности размолотых частиц на выходе, при возмущении ступенчатыми изменениями неоднородности качества измельчаемого шлама, достигается при таком выборе параметров функционала (19):

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 77.66 & -0.8262 & 10.58 \\ -0.8262 & 0.0088 & -0.1125 \\ 10.58 & -0.1125 & 1.440 \end{pmatrix}, \quad c_0^2 = 1000.$$

В этом случае для объекта (18) с функционалом находим следующую матрицу \mathbf{K}_0 (16) оптимального LQR-регулятора:

$$\mathbf{K}_0 = (-0.07064 \quad -0.01907 \quad -0.02711).$$

Как было отмечено выше, второй задачей, которую необходимо решить для формирования LQG-регулятора (17), является синтез фильтра Калмана. Отметим, что необходимость в его построении с содержательной точки зрения определяется двумя важнейшими обстоятельствами.

Во-первых, при проведении любых инструментальных измерений возникает проблема недостаточной точности. В настоящее время известны два пути решения этой проблемы: повышение точности измерительных приборов и проведение статистической обработки измеренной информации.

Во-вторых, для планетарной мельницы имеется явный дефицит измеряемой информации, поскольку измеряются не все компоненты вектора \mathbf{x} состояния, а только

выходная переменная y . Это определяет необходимость в восстановлении недостающей информации с помощью асимптотического наблюдателя.

Обе проблемы снимаются с использованием фильтра Р. Калмана, предложенного им в 1961 г., который до настоящего времени определяет наиболее часто применяемый алгоритм для оценки полного состояния системы по зашумленным измерениям датчиков.

Для синтеза указанного фильтра для объекта (18) следует дополнить исходные данные вероятностными характеристиками скалярного внешнего возмущения $w(t)$ и скалярной помехи $v(t)$ в измерениях. В качестве их математических моделей, как было отмечено ранее, принимаются гауссовские белые шумы.

Будем считать, что указанные случайные процессы взаимно не коррелированы и имеют нулевые средние значения со спектральными плотностями мощности $S_w = 3000$ и $\gamma^2 S_v = 0.3$ соответственно. Указанные данные получены на основе проведенных экспериментов с реальными установками.

Для объекта (18) с приведенными исходными данными находим следующую матрицу \mathbf{L}_0 (16) коэффициентов фильтра Калмана:

$$\mathbf{L}_0 = (0.1109 \quad 0.0062 \quad 0.0404)^T.$$

В результате вычислений полностью синтезирован LQG-регулятор (17), уравнения которого в скалярном виде представляются выражениями

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -10.61z_1 - 0.8447z_1 - 0.7749z_1 + 0.1109y, \\ \dot{z}_2 &= 0.9455z_1 + 5.79 \cdot 10^{-4}z_1 - 0.007418z_1 + 0.006182y, \\ \dot{z}_3 &= -0.3560z_1 + 0.1288z_1 - 0.04848z_1 + 0.04040y, \\ u &= -0.07064z_1 - 0.01907z_2 - 0.02711z_3. \end{aligned} \tag{20}$$

5. Примеры динамических процессов для планетарной мельницы МПП-04. Рассмотрим результаты имитационного моделирования в среде MATLAB—Simulink процессов управления помолом для планетарной мельницы МПП-04 с использованием LQG-регулятора (20).

Прежде всего проиллюстрируем идеальную динамику выхода системы на рабочий режим, определяемый номинальным значением выходной переменной $y_s = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 93.0$. Пока будем считать, что внешнее возмущение и шум в измерениях для объекта (9) отсутствуют, а движение определяется подачей ступенчатого командного сигнала $d_0 \cdot d(t)$, где $d_0 = 3.109$, $d(t) \equiv 1(t)$, в регулятор (20) через его выход:

$$u = \mathbf{K}_0 \mathbf{z} + d_0 \cdot d(t).$$

Соответствующий переходный процесс представлен графиком $y(t)$ на рис. 4. Для сравнения на нем также показан процесс выхода на рабочий режим для разомкнутого объекта (при условии $u(t) \equiv 0$).

Динамические характеристики указанных процессов представлены в табл. 2. Их сравнение позволяет заключить, что обратная связь в виде LQG-регулятора работает достаточно интенсивно, сокращая длительность переходного процесса.

Для иллюстрации качества функционирования фильтра Калмана рассмотрим результат оценивания состояния для объекта управления при подаче на управляющий вход ступенчатого единичного командного сигнала. При этом на объект воздействуют внешнее возмущение $w(t)$ и помеха $v(t)$ в измерениях с указанными выше вероятностными свойствами при условиях $S_w = 3000$ и $\gamma^2 S_v = 0.3$.

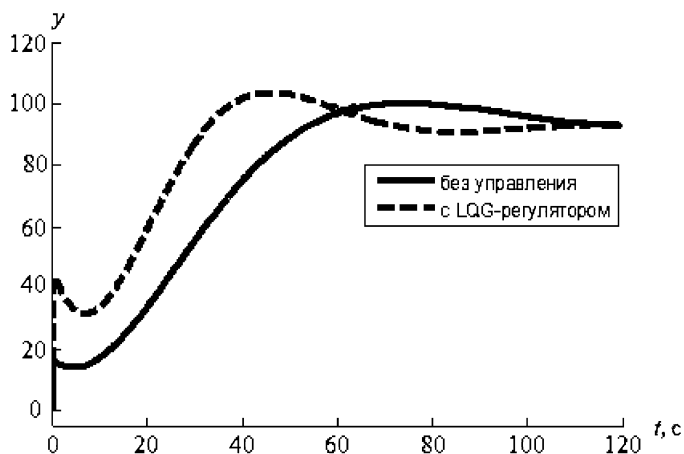


Рис. 4. Переходные процессы выхода на рабочий режим для замкнутой системы (9), (20) и для разомкнутого объекта (9)

Таблица 2. Динамические характеристики

Характеристики	Без регулятора	С LQG-регулятором
Перерегулирование, %	8.86	11.7
Длительность, с	110	87.8
Установившееся значение, %	93.0	93.0

На рис. 5 представлены графики трех функций, соответствующих измерениям выходной переменной y в процессе оценивания. Первая из них $y_0(t)$ определяет

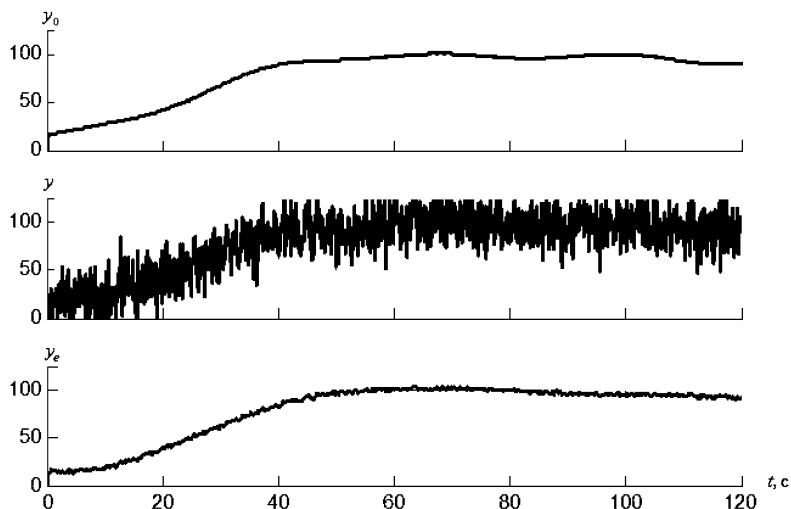


Рис. 5. Иллюстрация процесса фильтрации внешнего воздействия и шума в измерениях в процессе оценивания состояния объекта

идеальное измерение этой переменной, на которое влияет только возмущение $w(t)$. Вторая функция $y(t)$ соответствует реальному измерению выхода, зашумленного по-

мехой $v(t)$. Третья функция $y_e(t)$ представляет собой результат фильтрации измеряемой переменной.

Сопоставление приведенных кривых свидетельствует о достаточно высоком качестве фильтрации.

Теперь рассмотрим результирующий процесс выхода на рабочий режим замкнутой системы (9), (20) с учетом реальных условий функционирования, т. е. при действии на систему внешнего возмущения $w(t)$ и помехи $v(t)$ в измерениях. Соответствующий процесс представлен на рис. 6, а.

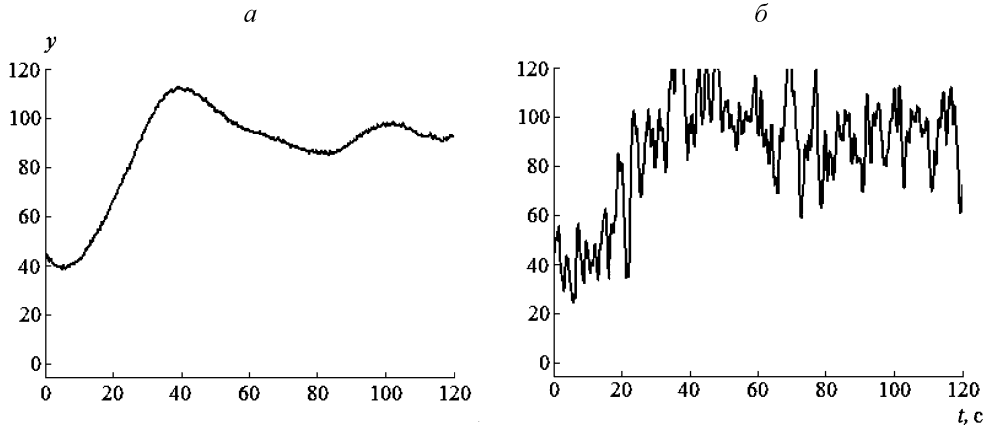


Рис. 6. Процесс выхода на рабочий режим для замкнутой системы (9), (20) с учетом действия возмущения и помехи в измерениях (а) и для объекта (9), замкнутого регулятором с неоптимальным наблюдателем (б)

Для сравнения на рис. 6, б показан аналогичный процесс для замкнутой системы с обратной связью вида (17) с той же матрицей \mathbf{K}_0 , что и для LQG-регулятора (20). Однако вместо фильтра Калмана здесь используется асимптотический наблюдатель с матрицей

$$\mathbf{L} = (-0.5890 \quad 0.8079 \quad 1.056)^T,$$

обеспечивающей заданное распределение корней $-1, -0.5, -3$ его характеристического полинома.

Поскольку такой регулятор не является оптимальным, видно, что для него процесс с очевидностью обладает гораздо худшим качеством, чем для LQG-регулятора.

На основании приведенных результатов имитационного моделирования для разработанной интеллектуальной системы управления в конкретных технологических ситуациях можно утверждать, что предложенный способ управления по сравнению с существующим в настоящее время традиционным (ручным) процессом измельчения шлака для медеплавильного производства является весьма эффективным.

6. Заключение. Данная работа посвящена вопросам моделирования, анализа и синтеза систем и процессов управления работой планетарных мельниц, которые широко используются в промышленности для выполнения тонкого и сверхтонкого помола различных материалов.

Полученные результаты позволяют существенно увеличить эффективность и улучшить качество функционирования указанных систем за счет применения многоцелевого подхода к формированию законов управления с обратной связью.

В работе реализован простейший подход к формированию многоцелевых регуляторов, базирующийся на идеях LQG-оптимизации. Работоспособность этого подхода проиллюстрирована на практическом примере управления помолом для планетарной мельницы МПП-04 с использованием имитационного моделирования в среде MATLAB–Simulink.

В дальнейшем предполагается осуществить развитие предлагаемых методов с учетом современных тенденций теории многоцелевых управляющих структур. Планируется также проведение практических экспериментов с реальными объектами управления и в реальных условиях их функционирования.

Литература

1. Сибирцева Н. Б., Потапенко А. Н., Семернин А. Н. Особенности автоматизации загрузки сырьевой мельницы в составе АСДУ // Изв. Самарск. науч. центра РАН. 2011. Т. 13. № 1(3). С. 641–645.
2. Лазарева О. В., Подкаменный Ю. А. Автоматизированный способ управления комплексом измельчения и классификации алмазосодержащих руд // Вестн. Иркутск. гос. техн. ун-та. 2014. № 4(87). С. 128–132.
3. Веремей Е. И. Среднеквадратичная многоцелевая оптимизация: учеб. пособие. СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2016. 407 с.
4. Веремей Е. И. Линейные системы с обратной связью: учеб. пособие. СПб.: Лань, 2013. 448 с.
5. Veremey E. I. Efficient spectral approach to SISO problems of H₂-Optimal Synthesis // Applied Mathematical Sciences. 2015. Vol. 9. N 79. P. 3897–3909.
6. Veremey E. I. Dynamical correction of positioning control laws // IFAC Proceedings (IFAC Papers Online). 2013. Vol. 9. Iss. 1. P. 31–36.
7. Chrif L., Kadda Z. M. Aircraft control system using LQG and LQR controller with optimal Estimation–Kalman filter design // Procedia Engineering. 2014. Vol. 80. P. 245–257.
8. Разработка технологии и комплекса технических средств извлечения металла из техногенного сырья: отчет о НИР (заключ.) / Рук. А. М. Газалиев; исполн.: Н. К. Апачиди и др. Караганда: Карагандин. технич. ун-т, 2015. 71 с. № ГР 0113 РК00155.
9. Алексеев А. А. Идентификация и диагностика систем: учеб. пособие. М.: Академия, 2009. 351 с.

Статья поступила в редакцию 14 января 2020 г.

Статья принята к печати 13 августа 2020 г.

Контактная информация:

Атанов Сабыржан Кубейсинович — д-р техн. наук, проф.; atanov5@mail.ru

Бигалиева Альфия Замировна — ст. преп.; alfija84@mail.ru

Апачиди Николай Константинович — ст. преп.; apachidi@bk.ru

Русак Алёна Викторовна — канд. техн. наук, доц.; alenrusak@yandex.ru

Process control issues of fine grinding in a planetary mill

S. K. Atanov¹, A. Z. Bigaliyeva^{1,2}, N. K. Apachidy², A. V. Rusak³

¹ L. N. Gumilyov Eurasian National University, 2, Satpayev ul., Nursultan, 010000, Kazakhstan

² Karaganda Technical University, 56, Nursultan Nazarbayev pr., Karaganda, 100000, Kazakhstan

³ St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, 49, Kronverksky pr., St. Petersburg, 197101, Russian Federation

For citation: Atanov S. K., Bigaliyeva A. Z., Apachidy N. K., Rusak A. V. Process control issues of fine grinding in a planetary mill. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2020, vol. 16, iss. 3, pp. 277–292.

<https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2020.306> (In Russian)

The article is devoted to the study of controlled grinding processes in a planetary mill. The possibility of continuous monitoring of the fineness of grinding by using the laws of automatic control, synthesized on the basis of the optimization approach, is considered. A mathematical model of the control object in the linear stationary approximation is formed. The dynamics of the obtained model is compared with data from field experiments according to the main quality criteria of dynamic processes. For this model, a linear-quadratic controller is synthesized, which is a combination of a Kalman filter that generates an optimal RMS estimate of the object's state vector with a linear-quadratic optimal state controller. The article provides details of the implementation of the adopted approach and presents the results of modeling dynamic processes for the considered closed-loop control system.

Keywords: linear quadratic gaussian control, linear-quadratic controller, Kalman filter, estimation, planetary mill.

References

1. Sibirceva N. B., Potapenko A. N., Semernin A. N. Osobennosti avtomatizacii zagruzki syr'evoj mel'nicy v sostave ASDU [Features of automation of loading of a raw mill as a part of ADMS]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk [Proceedings of Samarsk scientific centre of Russian Academy of Sciences]*, 2011, vol. 13, no. 1(3), pp. 641–645. (In Russian)
2. Lazareva O. V., Podkamennyj Yu. A. Avtomatizirovannyj sposob upravleniya kompleksom izmel'cheniya i klassifikaciialmazosoderzhashchih rud [Automated method for controlling the complex of grinding and classification of diamond-containing ores]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta [Vestnik of Irkutsk State Technical University]*, 2014, no. 4(87), pp. 128–132. (In Russian)
3. Veremey E. I. *Srednekvadratičnaya mnogocelevaya optimizaciya*. Učeb. posobie [Root-mean-square multi-purpose optimization. Textbook]. St. Petersburg, Izd-vo Sankt-Peterburgskogo Gosudarstvennogo Universiteta [Saint Petersburg State University Press], 2016, 407 p. (In Russian)
4. Veremey E. I. *Linejnye sistemy s obratnoj svyaz'ju*. Učeb. posobie [Linear feedback systems. Textbook]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2013, 448 p. (In Russian)
5. Veremey E. I. Efficient spectral approach to SISO problems of H₂-Optimal Synthesis. *Applied Mathematical Sciences*, 2015, vol. 9, no. 79, pp. 3897–3909.
6. Veremey E. I. Dynamical correction of positioning control laws. *IFAC Proceedings (IFAC Papers Online)*, 2013, vol. 9, iss. 1, pp. 31–36.
7. Chrif L., Kadda Z. M. Aircraft control system using LQG and LQR controller with optimal Estimation—Kalman filter design. *Procedia Engineering*, 2014, vol. 80, pp. 245–257.
8. *Razrabotka tekhnologii i kompleksa tehničeskikh sredstv izvlečeniya metalla iz tekhnogennogo syr'ya*. Otchyot o NIR (zaklyuch.) [Development of technology and complex of technical means for extracting metal from man-made raw materials. Report on research work (conclusion)]. Ruk. A. M. Gazaliev; ispoln. N. K. Apachidi i dr. Karaganda, Karagandinskii Tehničeskii Universitet, 2015, 71 p., no. GR 0113 RK00155 [Manag. A. M. Gazaliev; exec.: N. K. Apachidi et al. Karaganda, Karaganda Technical University Publ., 2015, 71 p., N GR 0113 RK00155]. (In Russian)
9. Alekseev A. A. *Identifikaciya i diagnostika sistem*. Učeb. posobie [Identification and diagnostics of systems. Textbook]. Moscow, Akademia Publ., 2009, 351 p. (In Russian)

Received: January 14, 2020.

Accepted: August 13, 2020.

Author's information:

Sabirzhan K. Atanov — Dr. Sci. in Technics, Professor; atanov5@mail.ru

Al'fia Z. Bigaliev — Senior Lecturer; alfja84@mail.ru

Nikolay K. Apachidy — Senior Lecturer; apachidi@bk.ru

Alena V. Rusak — PhD in Technics, Associate Professor; alenusak@yandex.ru