



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

КОНТОПУЛОС ПОТЕНЦИАЛЫ МОДЕЛІНДЕ ЖҰЛДЫЗДАР ҚОЗҒАЛЫСЫН СИПАТТАУ

Батырова Гаухар Асатуллақызы

asatullaevna@mail.ru

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ Физика-техникалық факультетінің магистранты, Астана,
Қазақстан

Ғылыми жетекші – Д.И. Кенжалиев

Кіріспе. Ғаламның нақты потенциалы әлі дәл анықталған жоқ. Сондықтан жұлдыздардың қозғалыс ерекшеліктерін зерттегенде модельдік потенциалдарды пайдаланады. Бұл жағдайда Ғаламның потенциалдарын модель түрінде ұсынамыз. [1]. Бұл мақалада Ғаламның потенциалдарын модель түрінде ұсыну, біртіндеп жуықтау әдісін қолданып, Контопулос потенциалындағы дененің қозғалысын зерттеу. Ең жай модель-материалдық нүктенің гравитациялық өрісі. Бұл Ньютондық потенциалмен сипатталады және келесі түрде жазылады:

$$\Phi = -\gamma \frac{Mm}{R}. \quad (1)$$

Екінші модель: жұлдыздардың көптігін және тығыз орналасқандығын пайдаланып, тұтас ортаның ішіндегі жұлдызға әсер ететін күшті серпімділік күшпен модельдеу. Ол Ғаламның шетіне таман физикалық жағдайларды ескергенде, Гук потенциалына сызықсыз, шексіз аз ұйытқуды қосқанда потенциал мынадай түрде жазылады:

$$\phi = \frac{1}{2} (AR^2 + Bz^2) - \varepsilon Rz^2. \quad (2)$$

Осы потенциалдағы қозғалыстарды бірінші зерттеген атақты астроном-ғалым Контопулос болды. Бұл потенциалдың ерекшелігі: Ғаламның диск тәрізді құрылымы ескеріліп, жұлдыз қозғалысын екі өлшемді кеңістікте қарастырады.

Контопулос потенциалында жұлдыздың қозғалыс теңдеуінің шешімі. Біртіндеп жуықтау әдісін тек қандай да бір бейсызықты кішігірім мүшенің нөлге жақын болып, оны ескермеуге болған жағдайда ғана қолданылады [2]. Бұл теңдеуден R мен z бойынша туынды алып, теңдеудің оң сызықсыз мүшелерді қалдырып, қалғанын сол жағына жазамыз:

$$\begin{cases} \ddot{R} + AR = \varepsilon z^2 \\ \ddot{z} + Bz = 2\varepsilon Rz \end{cases} \quad (3)$$

Сызықсыз мүшелері $\varepsilon z^2, 2\varepsilon Rz$ басқа мүшелермен салыстырғанда өте аз болғандықтан, біртіндеп жуықтау әдісін қолдану керек. Шешімді мына түрде іздейміз:

$$\begin{cases} R = R^{(0)} + \varepsilon R^{(1)} + \varepsilon^2 R^{(2)} + \dots \\ z = z^{(0)} + \varepsilon z^{(1)} + \varepsilon^2 z^{(2)} + \dots \end{cases}, \quad (4)$$

(3)-теңдеудегі шешімді (4)-теңдеулер жүйесінің бірінші теңдеуіне қоямыз:

$$\ddot{R}^{(0)} + \varepsilon \ddot{R}^{(1)} + \varepsilon^2 \ddot{R}^{(2)} + \dots + AR^{(0)} + \varepsilon AR^{(1)} + \varepsilon^2 AR^{(2)} + \dots = \varepsilon z^{(0)2} + 2\varepsilon^2 z^{(0)} z^{(1)} + \varepsilon^3 z^{(1)2} + \dots, \quad (5)$$

Осы теңдеудегі сәйкес мүшелерді теріп жинап, бірнеше теңдеулер құрамыз:

$$\ddot{R}^{(0)} + AR^{(0)} = 0, \quad (6)$$

$$\varepsilon \ddot{R}^{(1)} + \varepsilon AR^{(1)} = \varepsilon z^{(0)2}, \quad (7)$$

$$\varepsilon^2 \ddot{R}^{(2)} + \varepsilon^2 AR^{(2)} = 2\varepsilon^2 z^{(0)} z^{(1)}. \quad (8)$$

Нөлінші жуықтау теңдеуі гармониялық тербелістер теңдеуі:

$$R^{(0)} = a \cos(\omega_1 t + \theta_1). \quad (9)$$

Дәл сондай жолмен z координатасына арналған нөлінші жуықтау теңдеуінің шешімі физикадан белгілі:

$$z^{(0)} = b \cos(\omega_2 t + \theta_2). \quad (10)$$

Бірінші жуықтау теңдеулердің шешімі:

$$\ddot{R}^{(1)} + AR^{(1)} = b^2 \cos^2(\omega_2 t + \theta_2). \quad (11)$$

Косинустың дәрежелерін төмендету формуласын пайдаланып, (4)-теңдеудің оң жағын түрлендіреміз:

$$\ddot{R}^{(1)} + AR^{(1)} = b^2 \left[\frac{1 + \cos(2\omega_2 t + 2\theta_2)}{2} \right] = \frac{b^2}{2} + \frac{b^2}{2} \cos(2\omega_2 t + 2\theta_2). \quad (12)$$

Оң жағындағы өрнектің түріне қарап, бірінші жуықтау теңдеуінің шешімін келесі түрде іздеген ыңғайлы:

$$R^{(1)} = C + D \cos(2\omega_2 t + 2\theta_2), \quad (13)$$

$$\ddot{R}^{(1)} + AR^{(1)} = AC + (AD - 4\omega_2^2 D) \cos(2\omega_2 t + 2\theta_2) = \frac{b^2}{2} + \frac{b^2}{2} \cos(2\omega_2 t + 2\theta_2). \quad (14)$$

Осы теңдеуді теңбе-теңдікке айналдыру үшін бос мүшелерді және косинус коэффициенттерін жеке теңестіріп, (16)-шешіміне C және D шамаларының табылған мәндерін қойып, бірінші жуықтау теңдеуінің шешімін жаза аламыз (нөлінші жуықтау теңдеуінен $\omega_2 = \sqrt{B}$)

$$R^{(1)} = \frac{b^2}{2A} + \frac{b^2}{2(A - 4B)} \cos(2\omega_2 t + 2\theta_2). \quad (15)$$

Дәл сондай жолмен z координатасына арналған теңдеудің бірінші жуықтау шешімін табамыз:

$$z = z^{(0)} + \varepsilon z^{(1)} + \varepsilon^2 z^{(2)} + \dots, \quad (16)$$

$$\ddot{z}^{(1)} + Bz^{(1)} = 2R^{(0)}z^{(0)} = 2ab \cos(\omega_1 t + \theta_1) \cos(\omega_2 t + \theta_2), \quad (17)$$

$$\ddot{z}^{(1)} + Bz^{(1)} = 2R^{(0)}z^{(0)} = ab \cos(\omega_1 t + \omega_2 t + \theta_1 + \theta_2) + ab \cos(\omega_1 t - \omega_2 t + \theta_1 - \theta_2), \quad (18)$$

$$z^{(1)} = E \cos(\omega_1 t + \omega_2 t + \theta_1 + \theta_2) + F \cos(\omega_1 t - \omega_2 t + \theta_1 - \theta_2), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}^{(1)} + Bz^{(1)} = & -E(\omega_1 + \omega_2)^2 \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2] - F(\omega_1 - \omega_2)^2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2] + \\ & + BE \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2] - BF \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2] = ab \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2] + \\ & + ab \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2], \end{aligned} \quad (20)$$

$$z^{(1)} = \frac{ab}{\sqrt{A}} \left(\frac{\cos[(\sqrt{A} + \sqrt{B})t + \theta_1 + \theta_2]}{\sqrt{A} + 2\sqrt{B}} + \frac{\cos[(\sqrt{A} - \sqrt{B})t + \theta_1 - \theta_2]}{\sqrt{A} - 2\sqrt{B}} \right). \quad (21)$$

Екінші жуықтау теңдеуі. Косинустардың көбейтіндісін косинустардың қосындысы мен айырмасына түрлендіру формуласын қолданамыз:

$$\begin{aligned} \ddot{R}^{(2)} + AR^{(2)} = & \frac{ab^2}{A + 2\sqrt{AB}} \cos[(\omega_1 + 2\omega_2)t + \theta_1 + \theta_2] + \\ & + \frac{ab^2}{A - 2\sqrt{AB}} \cos[(\omega_1 - 2\omega_2)t + \theta_1 - \theta_2] + \frac{2ab^2}{A - 4B} \cos(\omega_1 t + \theta_1), \end{aligned} \quad (22)$$

$$R^{(2)} = H \cos[(\omega_1 + 2\omega_2)t + \theta_1 + 2\theta_2] + G \cos[(\omega_1 - 2\omega_2)t + \theta_1 - 2\theta_2] + I \cos(\omega_1 t + \theta_1), \quad (23)$$

Осы теңдіктерде $\omega_1 = \sqrt{A}$, $\omega_2 = \sqrt{B}$ қатынастарды пайдаланып, H және G :

$$H = \frac{ab^2}{4\sqrt{AB}(\sqrt{A} + 2\sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})}, \quad G = \frac{ab^2}{4\sqrt{AB}(\sqrt{A} - 2\sqrt{B})(\sqrt{A} - \sqrt{B})}. \quad (24)$$

Сонымен R координатасы бойынша табылған екінші жуықтау шешімі мына күйде жазылады:

$$R^{(2)} = \frac{ab^2}{4\sqrt{AB}} \left\{ \frac{\cos[(\sqrt{A} + 2\sqrt{B})t + \theta_1 + 2\theta_2]}{(\sqrt{A} + 2\sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})} + \frac{\cos[(\sqrt{A} - 2\sqrt{B})t + \theta_1 - 2\theta_2]}{(\sqrt{A} - 2\sqrt{B})(\sqrt{A} - \sqrt{B})} \right\}. \quad (25)$$

Енді z координатасы бойынша екінші жуықтау теңдеуін шешуге кірісейік:

$$\ddot{z}^{(2)} + Bz^{(2)} = 2 \frac{a^2 b}{\sqrt{A}} \cos(\omega_1 t + \theta_1) \left\{ \frac{\cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2]}{\sqrt{A} + 2\sqrt{B}} + \frac{\cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2]}{\sqrt{A} - 2\sqrt{B}} \right\} +$$

$$+ 2b \cos(\omega_2 t + \theta_2) \left[\frac{b^2}{2A} + \frac{b^2}{2(A - 4B)} \cos(2\omega_2 t + 2\theta_2) \right], \quad (26)$$

$$\ddot{z}^{(2)} + Bz^{(2)} = \frac{a^2 b \cos[(2\omega_1 + \omega_2)t + 2\theta_1 + \theta_2]}{\sqrt{A}(\sqrt{A} + 2\sqrt{B})} +$$

$$+ \frac{a^2 b \cos[(2\omega_1 - \omega_2)t + 2\theta_1 - \theta_2]}{\sqrt{A}(\sqrt{A} - 2\sqrt{B})} + \frac{b^3}{2(A - 4B)} \cos(3\omega_2 t + 3\theta_2) +$$

$$+ \frac{4a^2 b A + 3b^3 A - 8b^3 B}{2A(A - 4B)} \cos(\omega_2 t + \theta_2). \quad (27)$$

Шешімді мына түрде іздеген ыңғайлы:

$$z^{(2)} = J \cos[(2\omega_1 + \omega_2)t + 2\theta_1 + \theta_2] + K \cos[(2\omega_1 - \omega_2)t + 2\theta_1 - \theta_2] +$$

$$+ L \cos(3\omega_2 t + 3\theta_2) + M \cos(\omega_2 t + \theta_2). \quad (28)$$

Осы теңдіктерде $\omega_1 = \sqrt{A}$, $\omega_2 = \sqrt{B}$ қатынастарды пайдаланып, J, K және L коэффициенттердің мәндерін табамыз:

$$J = -\frac{a^2 b}{4A(\sqrt{A} + 2\sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})}, K = -\frac{a^2 b}{4A(\sqrt{A} - 2\sqrt{B})(\sqrt{A} - \sqrt{B})}, L = -\frac{b^3}{16B(A - 4B)} = \frac{b^3}{16B(4B - A)}.$$

Сонымен z координатасы бойынша екінші жуықтау теңдеуінің шешімі:

$$z^{(2)} = -\frac{a^2 b}{4A(\sqrt{A} + 2\sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})} \cos[(2\sqrt{A} + \sqrt{B})t + 2\theta_1 + \theta_2] + \frac{b^3}{16B(4B - A)} \cos(3\sqrt{B}t + 3\theta_2) -$$

$$- \frac{a^2 b}{4A(\sqrt{A} - 2\sqrt{B})(\sqrt{A} - \sqrt{B})} \cos[(2\sqrt{A} - \sqrt{B})t + 2\theta_1 - \theta_2] \quad (29)$$

Қорытынды. Ғаламдағы өрісті Контопулос потенциалы арқылы модельдегендегі жұлдыздардың қозғалысы екі координата бойынша тербеліс болып табылады. Бұл қозғалыстар өзара бір-бірімен байланысты болады. Нәлінші және бірінші жуықтауда бұл байланыстар білінбейді, сондықтан оларды өзара тәуелсіз гармониялық осцилляторлардың тербелістері етіп қарастыруға болады. Олардың жиіліктері

$$\omega_1 = \sqrt{A}, \quad \omega_2 = \sqrt{B}.$$

Екінші жуықтауда Контопулос потенциалындағы R және z бойынша тербелістері өзара тәуелсіз болмайды, олай болса жиіліктер сәйкесінше $\sqrt{A}$ және $\sqrt{B}$ тербеліс жиіліктеріне тең емес. Бұларда ұйытқулар пайда болады, сол себепті шешімді төмендегідей қатар бойынша ізделінді:

$$\omega_1 = \sqrt{A} + \varepsilon \omega_1^{(1)} + \varepsilon^2 \omega_1^{(2)} + \dots$$

$$\omega_2 = \sqrt{B} + \varepsilon \omega_2^{(1)} + \varepsilon^2 \omega_2^{(2)} + \dots$$

Контопулос потенциалының әртүрлі резонансты жағдайларын қарастырып, қозғалыс

теңдеулерінің шешімдерін анықтауға болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Кенжалиев Д.И., Мырзакулов Р., «Статистикалық физика, термодинамика және физикалық кинематика негіздері», 2015, 352 б.
2. Антонов В.А. Теория орбит в звездных системах. «Астрономия» т.26 М., 1985, с. 56
3. Куликовский П.Г. Звездная астрономия 2-е изд. М. Наука. 1985, 272с.

ӘОЖ 521.11.2

WDVV ТЕҢДЕУІНІҢ ШЕШІМІ РЕТІНДЕ ФРОБЕНИУС АЛУАН ТҮРЛІГІ

Бекболатова Алуа Төлеутайқызы

dat_vko_93@mail.ru

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ Физика-техникалық факультетінің магистранты,

Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекші – Қ.Р. Мырзақұлов

1. Кіріспе

Соңғы жылдар аясында физика мен математиканың қарқынды дамуы, олардың түрлі ғылымдар саласы бола тұра, өзара тығыз байланыста екендігін көрсетті. Физикалық теориялар математикалық өрнектердің формулировкасы ғана емес, сонымен қатар олардың шешімі де болып табылады.

Ендігі кезекте алуан түрлілік ұғымын қалай қабылдаған жөн?

Алуан түрлілік ұғымын математикалық тілде алғаш рет Жер бетінің картографиялау процесі барысында Гаусс енгізді. Біз білетіндей карта белгілі бір координаталармен қатты қағаз бетіне түсіріледі, яғни Қағаз беттеріне түсірілген карталардың тұтастысы атлас деп аталады. Яғни, осы мәліметтерді көз алдымызға елестете отырып алуан түрлілік ұғымын қалыптастыра аламыз.

2. Фробениус алуан түрлілігі негіздері

Алғаш рет Фробениус алуан түрлілігін Б.Дубровин топологиялық өріс теориясының математикалық құрылымы негізінде енгізді. 90-жылдар басында Е.Виттен, Р.Дийкграф, Е.Верлинде, Н.Верлинде (қазіргі атауы WDVV) еңбектерінде, екі өлшемді топологиялық өріс теориясын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесін құрды. Б.Дубровин бұл тамаша жүйенің шешімі дифференциалды геометриялық құрылымды сипаттайтындығын аңғарып, оны ғылыми тілде «Фробениус алуан түрлілігі» деп атады. Фробениус алуан түрлілігі көпөлшемді алгебралық алуан түрлілікпен, дифференциалды геометриядағы интегралданатын жүйелер қосымшасымен, сонымен қатар математикалық физикамен байланыста [1]. Сонымен қатар бұл құрылым бір-бірінен алшақ математика бөлемдерін де байланыстырады: кванттық когомология, алгебралық геометрия, дискретті топтар, интегралданатын жүйелер және т.б.

Берілген симметриялық тензор үшін $\eta^{\alpha\beta} = \eta^{\beta\alpha}$ ассоциацияланған теңдеуі F функциясы үшін мына түрде болады

$$\frac{\partial^3 F(t)}{\partial t^\alpha \partial t^\beta \partial t^\lambda} \eta^{\lambda\mu} \frac{\partial^3 F(t)}{\partial t^\gamma \partial t^\delta \partial t^\mu} = \frac{\partial^3 F(t)}{\partial t^\gamma \partial t^\beta \partial t^\lambda} \eta^{\lambda\mu} \frac{\partial^3 F(t)}{\partial t^\alpha \partial t^\delta \partial t^\mu} \quad (1)$$

мұнда $t = (t^1, \dots, t^n)$ және индекстер 1 мен n аралығында өзгереді. Олар $e^1, \dots, e^n$ түзетін соңғы өлшемді алгебраның коммутативті көбейтіндісі, эквивалентті шарттар.