



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

6. Porsezian K., Mahalingam A., Shanmugha Sundaram P. 2000 Chaos, Solitons and Fractals 11 1261-1264.

УДК 517.95

ЕКІНШІ РЕТТІ ЕРЕКШЕ ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТИПТІ ТЕҢДЕУ ҮШІН ГУРСА ЕСЕБІ

Шекербек Айдана Ерболқызы

aidana.msdc@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика-математика факультетінің

1 курс магистранты, Қазақстан, Астана

Ғылыми жетекші – А.Ибатов

Әр түрлі математикалық модельдер көптеген жағдайларда гиперболаалық типті дифференциалдық теңдеулерге келтіріледі. Олар сандық әдістерінде тұтас ортаның механикасына байланысты есептерді шешкенде, соның ішінде газ динамикасын сипаттайтын теңдеулерді зерттеуде кең қолданыс тапқан. Төменде қарастырылған (1) ерекше гиперболаалық теңдеуі $\lambda = 0$ болғанда осыған дейін зерттелген [1] теңдеуді қамтиды. Ал, λ тұрақтысына басқа әр түрлі мәндер бере отырып, (1) теңдеуінің көптеген дербес жағдайларының шешімдерін алуға болады.

$$y^m u_{yy} - u_{xx} + \lambda y^{m-1} u_y = 0, \quad (1)$$

теңдеуін қарастырайық. Мұндағы, m, λ – тұрақтылар.

$$x \pm \frac{2}{2-m} y^{\frac{2}{2-m}} = \text{const}, \quad m \neq 2, \quad (2)$$

$$(2)$$

$$x \pm \ln y = \text{const}, \quad m = 2, \quad y = 0, \quad (3)$$

$$(3)$$

қисықтары (1) теңдеуінің нақты характеристикалары болып табылады. $y = 0$ түзуі теңдеудің ерекше характеристикасы, себебі оның бойында теңдеу параболаалық ерекшеленеді, бұған қоса ол $m < 2$ болғанда (2) қисығының орай жанаушысы, ал $m \geq 2$ үшін (2), (3) қисықтарының асимптотасы.

D - x, y тәуелсіз айнымалыларының жазықтығында

$$y = 0, \quad m \neq 2: \quad x - \frac{2}{m-2} y^{\frac{2}{m-2}} = -\frac{2}{m-2}, \quad x + \frac{2}{m-2} y^{\frac{2}{m-2}} = \frac{2}{m-2}$$

$$m = 2: \quad y = 0, \quad x - \ln y = 0, \quad x + \ln y = 0$$

характеристикаларымен шенелген бір байланысты облыс.

Бұл характеристикалардың D облысының шекарасын құрайтын бөліктерін сәйкесінше $\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2$ деп, ал $J_j, j=1,2$ - деп ұштарсыз абсцисса осіне түскен Γ_j ортогональ проекцияларын белгілейік.

Г у р с а е с е б і. (1) теңдеуінің D облысындағы

$$u|_{\Gamma_1} = \psi_1(x), \quad u|_{\Gamma_2} = \psi_2(x), \quad \psi_1(0) = \psi_2(0), \quad (4)$$

шекаралық шарттарын қанағаттандыратын $u(x, y)$ шешімін табу керек. Мұндағы, $\psi_j \in C(\overline{J_j}) \cap C^2(J_j)$. Есепті келесі үш жағдайға бөліп қарастырайық: $m = 2$, $m < 2$, $m > 2$.
 $m = 2$ болсын. Бұл жағдайда (1) теңдеуі

$$y^2 u_{yy} - u_{xx} + \lambda y u_y = 0$$

түрінде жазылады. Оны келесідей канондық түрге келтіреміз:

$$u_{\xi\eta} + \frac{1-\lambda}{4} (u_\eta - u_\xi) = 0$$

Ал, бұл теңдеу үшін Гурса есебі жақсы зерттелген.

Енді $m \neq 2$ болсын.

$$\xi = x + \frac{2}{m-2} y^{\frac{2-m}{2}}, \quad \eta = x - \frac{2}{m-2} y^{\frac{2-m}{2}} \quad (10)$$

характеристикалық координаталарындағы (1) теңдеуі Эйлер-Дарбу теңдеуіне

$$u_{\xi\eta} - \frac{\beta}{\eta - \xi} (u_\eta - u_\xi) = 0, \quad \beta = \frac{m-2\lambda}{2(m-2)}, \quad (11)$$

ал, (4) шекаралық шарттары келесі шарттарға ауысады

$$u|_{\eta=\eta_1} = \psi_1\left(\frac{\eta_1 + \xi}{2}\right), \quad u|_{\xi=\xi_1} = \psi_2\left(\frac{\eta + \xi_1}{2}\right), \quad (12)$$

мұндағы, $(\xi_1, \eta_1) = (\alpha, -\alpha)$, $\alpha = 2/(m-2) - (0,1)$ нүктесінің (10) бейнелеуі кезіндегі бейнесі.

(11) теңдеуі үшін R Риман функциясы белгілі болғандықтан, (11)-(12) теңдеуінің шешімі [2] төмендегідей түрде болады

$$\begin{aligned} u(\xi_0, \eta_0) = & -R(\xi_1, \eta_1; \xi_0, \eta_0) \psi_1\left(\frac{\eta_1 + \xi_1}{2}\right) + R(\xi_1, \eta_0; \xi_0, \eta_0) \psi_1\left(\frac{\eta_0 + \xi_1}{2}\right) + R(\xi_0, \eta_1; \xi_0, \eta_0) \times \\ & \times \psi_2\left(\frac{\eta_1 + \xi_0}{2}\right) + \int_{\eta_1}^{\eta_0} \left[\frac{\beta}{\eta - \xi_1} R(\xi_1, \eta; \xi_0, \eta_0) - \frac{\partial R(\xi_1, \eta; \xi_0, \eta_0)}{\partial \eta} \right] \psi_1\left(\frac{\eta + \xi_1}{2}\right) d\eta - \\ & - \int_{\xi_1}^{\xi_0} \left[\frac{\beta}{\eta_1 - \xi} R(\xi, \eta_1; \xi_0, \eta_0) - \frac{\partial R(\xi, \eta_1; \xi_0, \eta_0)}{\partial \xi} \right] \psi_2\left(\frac{\eta_1 + \xi}{2}\right) d\xi, \end{aligned}$$

$(\xi_0, \eta_0) - \eta_1 = \eta, \xi = \xi_1$ характеристикаларының арасында жатқан D облысының бейнесі болып табылатын облыстың кез келген нүктесі.

Бастапқы x, y айнымалыларына көше отырып, $m > 2$ үшін Гурса есебінің шешімі бірқатар қарапайым түрлендірулерден кейін келесі түрде жазылады

$$\begin{aligned}
u(x, y) = & -(2\alpha)^{2\beta} \psi_1(0) y^{\frac{2\beta}{\alpha}} \left[(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right]^{-\beta} \left[(x + \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right]^{-\beta} F(\beta, \beta, 1; \sigma_0) + \\
& + \left[(x + \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right]^{\beta} \psi_2 \left(\frac{(x - \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha}{2y^{\frac{1}{\alpha}}} \right) (2\alpha)^{-\beta} + \left[(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right]^{\beta} (2\alpha)^{-\beta} \psi_1 \left(\frac{(x + \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha}{2y^{\frac{1}{\alpha}}} \right) + \\
& + \beta(1 - \beta) \left[(\alpha + x) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha \right] \left[(x + \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha \right]^{-\beta} \int_0^1 \left[(2\alpha + (x - \alpha)t) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha t \right]^{2\beta-1} \times \\
& \times \left[(\alpha - x + (x - \alpha)t) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha(1 + t) \right]^{-\beta-1} F(\beta, \beta + 1, 2; \sigma_1) \psi_2 \left(\frac{(x - \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha t}{2y^{\frac{1}{\alpha}}} \right) \left[(x - \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right] dt + \\
& + \beta(1 - \beta) \left[(x - \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right] \left[(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right]^{-\beta} \int_0^1 \left[(2\alpha(x + \alpha)t) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha t \right]^{2\beta-1} \times \\
& \times \left[(x + \alpha - (x + \alpha)t) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha(1 + t) \right]^{-\beta-1} F(\beta, \beta + 1, 2; \sigma_2) \psi_1 \left(\frac{(x + \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha t}{2y^{\frac{1}{\alpha}}} \right) \left[(x + \alpha) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha \right] dt,
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\sigma_0 = \frac{(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha}{(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha} \cdot \frac{(\alpha + x) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha}{(\alpha + x) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha},$$

$$\sigma_1 = \frac{(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} + (x - \alpha) t y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha(t - 1)}{(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} + (x - \alpha) t y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha(t + 1)} \cdot \frac{(\alpha + x) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha}{(\alpha + x) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha},$$

$$\sigma_2 = \frac{(\alpha + x) y^{\frac{1}{\alpha}} - (x + \alpha) t y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha(t - 1)}{(\alpha + x) y^{\frac{1}{\alpha}} - (x + \alpha) t y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha(t + 1)} \cdot \frac{(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} - \alpha}{(\alpha - x) y^{\frac{1}{\alpha}} + \alpha}.$$

$$\begin{aligned}
\lim_{y \rightarrow 0} u(x, y) = & [\psi_1(-\infty) + \psi_2(\infty)] \left[2^{-\beta} - \beta(1 - \beta) \right] \int_0^1 t^{2\beta-1} (1 + t)^{-\beta-1} \times \\
& \times F\left(\beta, \beta + 1, 2; \frac{1-t}{1+t}\right) dt.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{y \rightarrow 0} u(x, y) = u(x, 0) = & [\psi_1(-\infty) + \psi_2(\infty)] \left[2^{-\beta} - 2^{1-2\beta} \beta(1 - \beta) \right] \int_0^1 (1 + t)^{\beta-2} \times \\
& \times F\left(2 - \beta, 1 - \beta, 2; \frac{1-t}{1+t}\right) dt.
\end{aligned} \tag{14}$$

(14) формуласынан $m > 2$ үшін Гурса есебі шешімінің $u(x, 0)$ шектік мәні ерекшелену түзуінде үнемі тұрақты болатындығы және ол (14) теңдігінің оң жағы нөлге тең болғанда, сонда тек сонда ғана нөлге тең болады, мысалы, егер $\psi_1(-\infty) = -\psi_2(\infty)$ болса. Ендеше, осы шартты сақтаған жағдайда, « $-\infty$ нүктесінен шығатын», Γ_0 мен Γ_1 характеристикаларында берілген біртекті Гурса есебінің сызықты тәуелсіз шешімдерінің ақырсыз көп жиыны бар болады.

(1)-(4) Гурса есебінің шешімінің орнатылған қасиеттерінен (1) теңдеуі үшін $m \geq 2$ болғанда шекаралық есептер D облысында, тіпті $\gamma_0 \subseteq \Gamma_0$ аумағын, ерекшелену түзуін қамтитын шекарасымен қосқандағы облыстарында қарастырып γ_0 -де ізделінді функцияның

немесе нормаль туындының мәндері берілсе, онда олар корректілі қойылмаған болады.

Енді $m < 2$ болсын. Онда Гурса есебінің шешімі келесі түрде болады

$$\begin{aligned}
 u(x, y) = & -(-2\alpha)^{2\beta} \psi_1(0) (x - \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)^{-\beta} (-\alpha - x - \alpha y^{-1/\alpha})^{-\beta} F(\beta, \beta, 1; \sigma_0) + \\
 & + (-\alpha - x - \alpha y^{-1/\alpha})^\beta (-2\alpha y^{-1/\alpha})^{-\beta} \psi_2\left(\frac{-\alpha + x + \alpha y^{-1/\alpha}}{2}\right) + \\
 & + (x - \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)^\beta (-2\alpha y^{-1/\alpha})^{-\beta} \psi_1\left(\frac{x - \alpha y^{-1/\alpha} + \alpha}{2}\right) + \beta(1 - \beta)(\alpha + x - \alpha y^{-1/\alpha}) \times \\
 & \times (-\alpha - x - \alpha y^{-1/\alpha})^{-\beta} \int_0^1 [-2\alpha - (x - \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)t]^{2\beta-1} \times \\
 & \times [x - \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha - (x + \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)t]^{-\beta-1} F(\beta, \beta + 1, 2; \sigma_1) \psi_2\left(\frac{(x + \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)t}{2}\right) \times \\
 & \times (x + \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha) dt + \beta(1 - \beta)(x + \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)(x - \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)^{-\beta} \times \\
 & \times \int_0^1 [-2\alpha + (x - \alpha y^{-1/\alpha} + \alpha)t]^{2\beta-1} [-\alpha - \alpha y^{-1/\alpha} - x + (x - \alpha y^{-1/\alpha} + \alpha)t]^{-\beta-1} \times \\
 & \times F(\beta, \beta + 1, 2; \sigma_2) \psi_1\left(\frac{(x - \alpha y^{-1/\alpha} + \alpha)t}{2}\right) (x - \alpha y^{-1/\alpha} + \alpha) dt,
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_0 &= \frac{\alpha - x - \alpha y^{-1/\alpha}}{\alpha - x + \alpha y^{-1/\alpha}} \cdot \frac{\alpha + x - \alpha y^{-1/\alpha}}{\alpha + x + \alpha y^{-1/\alpha}}, \\
 \sigma_1 &= \frac{\alpha + (x + \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)t - x - \alpha y^{-1/\alpha}}{\alpha + (x + \alpha y^{-1/\alpha} - \alpha)t - x + \alpha y^{-1/\alpha}} \cdot \frac{\alpha + x - \alpha y^{-1/\alpha}}{\alpha + x + \alpha y^{-1/\alpha}}, \\
 \sigma_2 &= \frac{\alpha - (x - \alpha y^{-1/\alpha} + \alpha)t + x - \alpha y^{-1/\alpha}}{\alpha - (x - \alpha y^{-1/\alpha} + \alpha)t + x + \alpha y^{-1/\alpha}} \cdot \frac{\alpha - x - \alpha y^{-1/\alpha}}{\alpha - x + \alpha y^{-1/\alpha}}.
 \end{aligned}$$

(19) өрнегінде $y \rightarrow 0$ ұмтылғанда шекке көшсек, келесіні аламыз

$$\begin{aligned}
 \lim_{y \rightarrow 0} u(x, y) = & -\frac{\Gamma(1-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)} (2\alpha)^{2\beta} (\alpha^2 - x^2)^{-\beta} \psi_1(0) - \frac{\beta \Gamma(1-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)} \times \\
 & \times (\alpha^2 - x^2) \left[(x - \alpha)^{-\beta} \int_{-\alpha}^x \frac{(z - \alpha)^{2\beta-1} \psi_1\left(\frac{z + \alpha}{2}\right) dz}{(z - x)^{\beta+1}} + (-\alpha - x)^{-\beta} \times \int_{\alpha}^x \frac{(-\alpha - z)^{2\beta-1} \psi_2\left(\frac{z - \alpha}{2}\right) dz}{(x - z)^{\beta+1}} \right] = \tau(x).
 \end{aligned}$$

Бұдан, (1) теңдеуі үшін

$$u|_{\Gamma_0} = \tau(x), \quad u|_{\Gamma_1} = \psi_1(x)$$

Гурса есебі оң жағындағы f функциясының $-1-\beta$ санының бүтін бөлігі $[-1-\beta]$ санына дейінгі ретті үзіліссіз туындылары бар болса, қайтымды болатын

$$\int_{\alpha}^x \frac{\psi^*(z) dz}{(x - z)^{\beta+1}} = f(x),$$

Абель интегралдық теңдеуіне келтірілген. Егер $f(x) \in C^{[-1-\beta]-3}(\Gamma_0)$ болса, бұл шешім $C^2(\Gamma_0)$

класына жатады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Елеев В.А., О некоторых краевых задачах для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода, Дифференц.уравнения, 1971, Том 7, № 1, 25-33
2. Б и ц а д з е А. В., Уравнения смешанного типа, М., изд. АН СССР, 1959.
3. Нахушев А.М., ДАН СССР, 187, №4, 736-739, 1969.
4. Нахушев А.М., Дифференц. уравнения, 6, № 1, 1970