



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

УДК 519.95

РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ПУНКТАМИ

Заурбек И.С.

Магистрант ЕНУ им. Л.Н.Гумилева
Научный руководитель А.А. Адамов

Абстракт.

В работе доказывается эквивалентность классической транспортной задачи и транспортной задачи с промежуточными пунктами. Составлена программа реализующий алгоритм нахождения оптимального плана транспортной задачи с промежуточными пунктами.

Введение.

Классическая транспортная задача известна как задача Монжа-Канторовича. Гаспар Монж [1] сформулировал классическую транспортную задачу в 1781 году. Л.В. Канторович [2] развил теорию и положил начало линейному программированию. Предлагаемый в работе алгоритм основан на возможности сведения поиска оптимального плана обобщенной задачи к решению классической транспортной задачи.

Транспортная задача в классическом понимании является задачей о нахождении оптимального плана перевозок однородных продуктов из источников к стокам. Обозначим через m количество источников, а через n – количество стоков. Положим, что объем поставок i -го источника равен $S_i > 0$ для $i = \overline{1, m}$, а объем потребления j -го стока равен $D_j > 0$ для $j = \overline{1, n}$. Пусть стоимость перевозки каждой единицы продукта от i -го источника к j -ому стоку равна c_{ij} . Далее, общий объем поставок всех источников равен общему объему потребления всех стоков. План перевозок обозначим через матрицу $X = \{x_{ij}\}_{i=1, j=1}^{m, n}$, элементы которой обозначают количество продуктов, перевозимых из i -го источника к j -ому стоку. Тогда математическая модель классической транспортной задачи примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = S_i, i = \overline{1, m}, \sum_{i=1}^m x_{ij} = D_j, j = \overline{1, n}, \\ x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Положим источники и стоки транспортной задачи за вершины ориентированного графа, причем вершины будут связаны ребром, если определена возможность перевозки из источника к стоку. Тогда, транспортную задачу можно будет представить в виде ориентированного графа (см. рисунок 1).

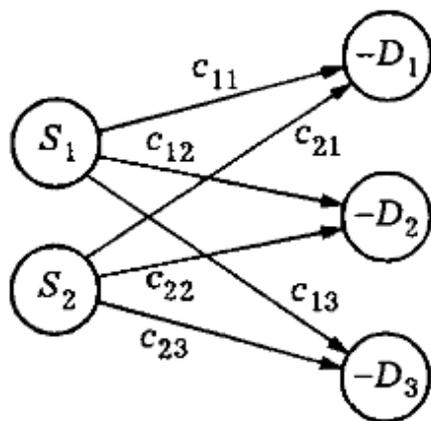


Рисунок 1.

Обобщением данной задачи является транспортная задача с промежуточными пунктами [3], где перевозки продуктов могут происходить не только напрямую от источника к стоку, но и через промежуточные пункты, которые, в зависимости от области приложения, могут представлять собой склады товаров, филиалы агентств, дата центры, серверы различного назначения и т.д. В транспортной задаче с промежуточными пунктами перевозки осуществляются от источников в промежуточные пункты или стокам, от промежуточных пунктов к другим промежуточным пунктам или стокам.

Отметим обозначения, используемые в транспортной задаче с промежуточными пунктами. Пусть даны n источников, m промежуточных пунктов и k стоков. Тогда у нас будет $n + m + k$ пунктов $\{P_i\}_{i=1}^{n+m+k}$, первые n из которых являются источниками, следующие m – это промежуточные пункты, а последние k являются стоками. Для каждого пункта P_i определим его мощность S_i :

- если P_i является источником, то его мощность S_i равна объему поставок;
- если P_i является стоком, то его мощность S_i равна отрицательному числу, по модулю равному объему потребления;
- если P_i является промежуточным пунктом, то его мощность S_i или равна излишку продукции, или равно отрицательному числу, по модулю равному недостатку продукции;

Рассмотрим особенность определения мощности промежуточного пункта на примере распределительной сети торговой компании, источниками которой являются оптовые базы, промежуточными пунктами – склады, а стоками – отдела продаж.

При росте спроса на продукцию, торговая компания, увеличивая предложение, не только начинает завозить больше продукции в отделы продаж, но и увеличивает запас на складах. В данном случае, на складах перед началом транспортировок будет наблюдаться недостаток продукции и мощность промежуточных пунктов будет отрицательной. При снижении спроса, компания будет стараться распродать продукцию, имеющуюся на складах. В этом случае, на складах перед началом транспортировок будет наблюдаться избыток продукции и мощность промежуточных пунктов будет положительной.

Обозначим стоимости и объемы перевозки из i -го источника/промежуточного пункта k_j -ому стоку/промежуточному пункту, как и для транспортной задачи, через c_{ij} и x_{ij} соответственно. Математическая модель классической транспортной задачи с промежуточными пунктами имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{n+m+k} \sum_{j=1}^{n+m+k} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_i = \sum_{j=1}^{n+m+k} x_{ji} - \sum_{j=1}^{n+m+k} x_{ij}, i = \overline{1, n+m+k}; \\ x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, n+m+k}, j = \overline{1, n+m+k}. \end{array} \right. \quad (2)$$

Транспортную задачу с промежуточными пунктами удобно записать в виде таблицы.

Пункты отправления перевозок	Пункты назначения перевозок						Поставка
	P_{n+1}	...	P_{n+m}	P_{n+m+1}	...	P_{n+m+k}	
P_1	c_{1n+1}		c_{1n+m}	c_{1n+m+1}		c_{1n+m+k}	S_1
...							
P_n	c_{nn+1}		c_{nn+m}	c_{nn+m+1}		c_{nn+m+k}	S_n
P_{n+1}	0		c_{n+1n+m}	$c_{n+1n+m+1}$		$c_{n+1n+m+k}$	
...							
P_{n+m}	c_{n+mn+1}		0	$c_{n+mn+m+1}$		$c_{n+mn+m+k}$	

Потребление				S_{n+m+1}		S_{n+m+k}
-------------	--	--	--	-------------	--	-------------

Таблица 1

Рассмотрим пример транспортной задачи с промежуточными пунктами, заданный в таблице 2.

Пункты отправления перевозок	Пункты назначения перевозок							Поставка
	Пункт 5	Пункт 6	Пункт 7	Пункт 8	Сток 9	Сток 10	Сток 11	
Источник 1	4	3						4
Источник 2		4		6				3
Источник 3	2		1					6
Источник 4		3					7	2
Пункт 5	0			3		5		
Пункт 6		0				6	9	
Пункт 7			0	2		4		
Пункт 8				0	7		12	

Потребление					6	7	4
-------------	--	--	--	--	---	---	---

Таблица 2

В таблице 2 указаны также мощности источников (см. столбец «Поставка») и стоков (см. строку «Потребление»). Пункты 5 – 8 указаны и в строках, и в столбцах согласно тому, что промежуточные пункты могут и принимать перевозки, так и передавать продукты дальше.

Чтобы свести рассматриваемый пример транспортной задачи с промежуточными пунктами, необходимо рассмотреть пункты 5 – 8, указанные в строках, как источники, а пункты, указанные в столбцах – как стоки. Далее надо указать их мощности и доказать

эквивалентность решений.

Определим максимум потока продуктов как сумму всех положительных мощностей.

$$M = \sum_{i \in \{i: C_i > 0\}} S_i,$$

где S_i – это мощность i -го промежуточного пункта. В обозначениях классической транспортной задачи (1) положим, что

$$D_i = M, V_i = M + S_i, c_{ii} = 0,$$

где индекс i пробегает по всем промежуточным пунктам. Данное определение промежуточных пунктов как источников и стоков позволяет сформулировать классическую транспортную задачу.

Теорема. Транспортная задача (1) и транспортная задача с промежуточными пунктами (2) эквивалентны, т.е. их оптимальные решения совпадают.

Доказательство. Для доказательства эквивалентности рассмотрим следующие равенства:

$$\sum_{i \in I_k} x_{ik} + x_{kk} = M, \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J_k} x_{kj} + x_{kk} = S_k + M, \quad (4)$$

где индекс k пробегает по всем промежуточным пунктам, а I_k – это множество индексов пунктов, на которые можно перевезти продукты из k -го промежуточного пункта, а J_k – это множество индексов пунктов, с которых может осуществляться перевозка на k -ый промежуточный пункт. Вычтем (3) из (4):

$$\sum_{j \in J_k} x_{kj} - \sum_{i \in I_k} x_{ik} = S_k. \quad (5)$$

Уравнение (5) задаёт ограничение для каждого промежуточного пункта, которое и необходимо для доказательства эквивалентности задач. Что и требовалось доказать.

Для решения примера воспользуемся программой, написанной нами на языке программирования JavaEE 8 и состоящей из следующих классов:

- Каждый экземпляр класса `ExtendedTransportationProblem` представляет собой транспортную задачу с промежуточными пунктами.
- Методы нахождения и оптимизирования планов перевозок описаны в классе `ExtendedTransportationProblemSolver`, что позволяет оптимизировать использование программой оперативной памяти.
- `ExtendedTransportationProblemGenerator` создает экземпляры класса `ExtendedTransportationProblem` на основе данных, поступающих в формате CSV.
- `GraphForExtendedTransportationProblem` представляет инструменты, необходимые для нахождения циклов при использовании метода потенциалов.
- В классе `UtilityMethods` собраны методы, полезные не только при решении транспортных задач с промежуточными пунктами.
- `ExtendedTransportationProblemReporter` создает файл, содержащий результаты решения задачи.

Полученный оптимальный план для рассмотренного примера транспортной задачи указан ниже.

	Transit5	Transit6	Transit7	Transit8	Outlet 9	Outlet10	Outlet11
Inlet 1	2	2	0	0	0	0	0

Inlet2	0	0	0	3	0	0	0
Inlet3	0	0	6	0	0	0	0
Inlet4	0	0	0	0	0	0	2
Transit 5	0	0	0	0	0	5	0
Transit6	0	0	0	0	0	0	2
Transit7	0	0	0	6	0	2	0
Transit8	0	0	0	0	6	0	0

Таблица 3

Список использованных источников

1. G. Monge. Mémoiresurlathéoriesdesdéblaisetdesremblais. Histoire del’AcadémieRoyale des Sciences de Paris, avec les Mémoires de Mathématique et de Physique pour la mêmeannée, 1781
2. Канторович Л. В. О перемещении масс. ДАН СССР, 1942.Т. 37, С. 227–229.
3. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций. Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана. Москва, 2000, С. 188-238

ӘОК 531.1

БІРӨСТІ ГИРОТҰРАҚТАНДЫРҒЫШ

Зиннат Ә.А., Сыздықова Д.Д.

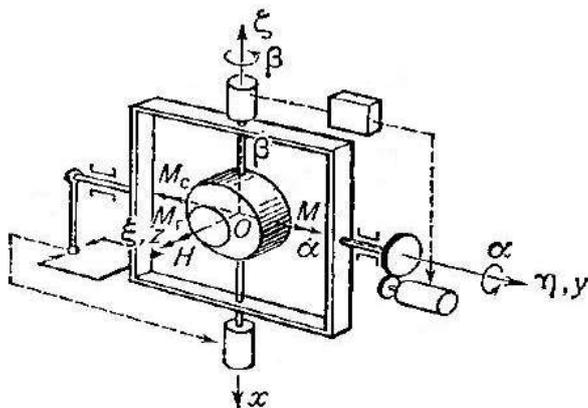
allsher94@mail.ru dana_94@inbox.ru

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университеті механика-математика факультетінің магистранты мен қызметкері, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – техн. ғыл. канд. Б.О. Бостанов

Үшөсті тұрақтандырғыштың қозғалыс теңдеуі

$$I_{y_{13}} \ddot{\beta}_1 + H_1 \dot{\alpha}_1 = -n \ddot{\beta}_1 - I_{y_{13}} (\ddot{\delta}_1 \sin \psi_2 + \ddot{\delta}_3) - H_2 (-\dot{\delta}_1 \cos \psi_2 \sin \psi_3 + \dot{\delta}_2 \cos \psi_3) \quad (1)$$

өрнегімен сипатталады. Мұндағы: $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ - гироскоптың салыстырмалы ауытқу бұрыштары, ал $\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2$ - сәйкесінше сол ауытқу бұрыштардың жылдамдығы, $\ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2, \ddot{\beta}_1, \ddot{\beta}_2$ - сәйкесінше сол ауытқу бұрыштардың үдеулері. ψ_2, ψ_3 - бұрылу бұрышы, $I_{y_{13}}$ - сәйкес келетін осьтердегі элементтің инерция моменті [1].



1-сурет. Бірөсті гиротұрақтандырғыш сызбасы