



«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14thApril 2017, Astana



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XII Международной научной конференции

студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

F 96

F 96

«Ғылым және білім — 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». — Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. — 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

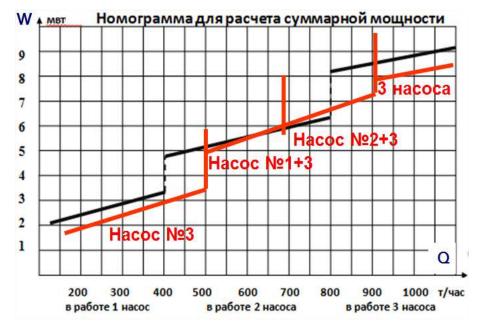


Рис. 3. Пример расчета оптимальных режимов работы насосной станции.

Результаты расчета наносятся на типовую расчетную номограмму, используемую персоналом насосной станции для управления насосами.

На номограмме показаны реальные характеристики наиболее экономичных режимов использования конкретного насосного оборудования. Вертикальными линиями обозначены моменты переключения режимов при изменении расхода.

Из номограммы видно, что реальный экономический эффект составляет 0,5 мегаватт, но на некоторых режимах может достигать и 1,4 мегаватта.

Вывод. Использование методов сплайн-аппроксимации нормативных энергетических характеристик насосного оборудования для построения расчетной модели насосной станции позволяет предоставить эксплуатационному персоналу необходимую информацию для организации наиболее экономичных режимов ее эксплуатации, что позволит обеспечить существенную экономию энергоресурсов.

Список использованных источников

- 1. Свечко М.В., Питолин В.Е. Создание расчетных моделей сложных энергетических объектов // Прикладные науки. Строительство. Серия F (Вестник ПГУ, Новополоцк) 2008.- №6.- С. 107-111.
- 2. Свечко М.В., Питолин В.Е. Метод сплайн аппроксимации и интерполяции графических характеристик сложных энергетических объектов в расчетных моделях // Фундаментальные науки. Серия С (Вестник ПГУ, Новополоцк) 2007.- №3.- С. 85-89.

УДК 531.1.383

ГИРОСТАБИЛИЗАТОР

Сыздыкова Д. Д., Зиннат А.А.

s dana 94@inbox.ru, al1sher94@mail.ru

Сотрудник и магистрант ЕНУ им. Л.Н. Гумилева Научный руководитель – канд. техн. наук Б.О. Бостанов

Индикаторный гиростабилизатор – это устройство для задания требуемой ориентации приборной платформы. Ориентация предписывается алгоритмом работы инерциальной

системы, в которую он входит. Возмущения, действующие на стабилизатор, технические несовершенства его изготовления и т.п. приводят к тому, что фактическая ориентация платформы не совпадает с предписанной – появляются погрешности ориентации платформы. Кинематическая схема гиростабилизатора представлена на рис.1. Гироскопы процессируют в пространстве под действием моментов, развиваемых датчиками моментов по осям подвесов гироскопов [1]. Платформа отслеживает положение гироскопов, при помощи специальной следящей системы. Входом в нее являются рассогласования платформы относительно гироскопов, измеряемые по осям подвесов гироскопов. Исполнительные органы системы – двигатели стабилизации – установлены по осям 1, 2, 3 карданова подвеса платформы.

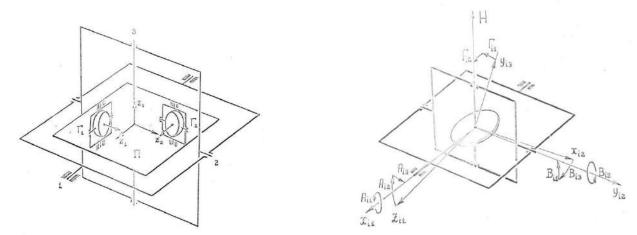


Рис.1. Гиростабилизатор Рис.2. Трехгранники Выведем уравнение движения гиростабилизатора.

Обозначим через $Oz_1z_2z_3$ трехгранник, связанный с платформой. Точку O поместим в точку, в которой пересекаются оси карданова подвеса платформы для невозмущенного, недеформированного положения системы u в отсутствие погрешностей ее изготовления. Оси $z_1z_2z_3$ образуют правый ортогональный трехгранник u в возмущенном положении платформы, в отсутствие погрешностей изготовления системы, совпадают соответственно с осями 1, 2, 3 подвеса.

Обозначим через $Ox_1x_2x_3$ положение трехгранника $Oz_1z_2z_3$, предписанное идеальным алгоритмом работы навигационный системы, в которую входит гиростабилизатор. $Ox_1x_2x_3$ может быть сопровождающим траекторным трехгранником, трехгранником географических осей в точке текущего местоположения объекта и т.п. Ориентацию трехгранника $Ox_1x_2x_3$ в абсолютном пространстве и его угловую скорость будем считать заданными функциями времени.

Угловое рассогласование трехгранников $z_1z_2z_3$ и $x_1x_2x_3$ - это искомая погрешность ориентации платформы.

Начнем с уравнений для гироскопов. Компоновку i-го гироскопа Γ_i на платформе зададим трехгранником $O_i z_{i1} z_{i2} z_{i3}$, жестко связанным с платформой. Точку O_i поместим в точку пересечения осей гироскопа, оси $z_{i1} z_{i2} z_{i3}$ параллельны осям трехгранника $z_1 z_2 z_3$, в невозмущенном положении гироскопа и при отсутсвии технологических несовершенств изготовления ось его наружного кольца совпадает с осью z_{i2} , ось собственного вращения – cz_{i3} .

Обозначим через $O_i x_{i1} x_{i2} x_{i3}$, $O_i y_{i1} y_{i2} y_{i3}$ трехгранники, связанные с наружным и внутренним кольцами подвеса гироскопа.

Положение $x_{i1}x_{i2}x_{i3}$ относительно $z_{i1}z_{i2}z_{i3}$ зададим тремя поворотами $A_{i1}A_{i2}A_{i3}$ вокруг

последовательных положений осей со вторыми индексами 2, 3, 1 (рис.2). Углы A_{i1} , A_{i3} - это погрешности установки оси наружного кольца. Положение трехгранника $y_{i1}y_{i2}y_{i3}$ относительно $x_{i1}x_{i2}x_{i3}$ зададим аналогично — углами B_{i1} , B_{i3} - погрешностями установки оси внутренного кольца относительно наружного и углом B_{i2} поворота внутреннего кольца в своей оси. Положение оси собственного вращения относительно внутреннего кольца зададим двумя углами Γ_{i1} , Γ_{i2} -погрешностями установки этой оси.

Уравнения гироскопа составим в форме уравнений кинетических моментов относительно осей x_{i1} и y_{i2} , для механических систем, участвующих во вращениях относительно этих осей. Примем собственный кинетический момент ротора постоянным, все элементы конструкции абсолютно жесткими. Предположим, что оси введенных трехгранников совпадают с главными центральными осями инерции элементов, с которыми они связаны (ротор и внутреннее кольцо принимаем за единый элемент).

Вычисления будем проводить с точностью до величин второго порядка малости по $A_{i1},...,\Gamma_{i2};A_{i1},B_{i2};\Omega_{z_1},\Omega_{z_2},\Omega_{z_3}$. Здесь A_{i1},B_{i2} -скорости изменения углов $A_{i1},B_{i2};\Omega_{z_1},\Omega_{z_2},\Omega_{z_3}$ - составляющие по своим осям абсолютной угловой скорости трехгранника $z_1z_2z_3$.

Проделав выкладки, получим

$$\begin{split} &\left(I_{x_{i1}}+I_{y_{i1}}\right)\frac{d}{dT}\left(\stackrel{\cdot}{A_{i1}}+\Omega_{z_{i1}}\right)+H_{i}\left(\stackrel{\cdot}{B_{i2}}+\Omega_{z_{i2}}\right)+N_{i2}\stackrel{\cdot}{A_{i1}}=L_{x_{i1}}+H_{i}\left[A_{i3}\Omega_{z_{i1}}-\left(A_{i1}+B_{i1}+\Gamma_{i1}\right)\Omega_{z_{i3}}\right]+\\ &+\left(I_{x_{i2}}-I_{x_{i3}}-I_{y_{i3}}\right)\Omega_{z_{i2}}\Omega_{z_{i3}}+I_{y_{i2}}\left(\stackrel{\cdot}{B}_{i2}+\Omega_{z_{i2}}\right)\Omega_{z_{i3}}+\\ &+\frac{d}{dT}\left[\left(I_{y_{i1}}-I_{y_{i3}}\right)\Omega_{z_{i3}}B_{i2}-I_{y_{i1}}\Omega_{z_{i2}}\left(A_{i3}+B_{i3}\right)-I_{x_{i1}}\Omega_{z_{i2}}A_{i3}+\left(I_{x_{i1}}+I_{y_{i1}}\right)\Omega_{z_{i3}}A_{i2}+I_{y_{i2}}\left(\stackrel{\cdot}{B}_{i2}+\Omega_{z_{i2}}\right)B_{i3}-H_{i}\Gamma_{i1}B_{i3}\right] \ 1.1)\\ &I_{y_{i2}}\frac{d}{dT}\left(\stackrel{\cdot}{B}_{i2}+\Omega_{z_{i2}}\right)-H_{i}\left(\stackrel{\cdot}{A}_{i1}+\Omega_{z_{i1}}\right)+N_{i2}\stackrel{\cdot}{B}_{i2}=L_{y_{i2}}+H_{i}\left[\left(A_{i3}+B_{i3}\right)\Omega_{z_{i2}}-\left(A_{i2}+B_{i2}+\Gamma_{i2}\right)\Omega_{z_{i3}}\right]+\\ &I_{y_{i2}}\frac{d}{dT}\left(\stackrel{\cdot}{B}_{i2}+\Omega_{z_{i2}}\right)-H_{i}\left(\stackrel{\cdot}{A}_{i1}+\Omega_{z_{i1}}\right)+N_{i2}\stackrel{\cdot}{B}_{i2}=L_{y_{i2}}+H_{i}\left[\left(A_{i3}+B_{i3}\right)\Omega_{z_{i2}}-\left(A_{i2}+B_{i2}+\Gamma_{i2}\right)\Omega_{z_{i3}}\right]+\\ \end{split}$$

$$+ \left(I_{y_{i3}} - I_{y_{i1}}\right) \left(A_{i1} + \Omega_{z_{i1}}\right) - \left(A_{i1} + \Omega_{z_{i1}}\right) + \left(A_{i2} - L_{y_{i2}} + H_{i}\right) \left(A_{i3} + B_{i3}\right) \Omega_{z_{i2}} - \left(A_{i2} + B_{i3}\right) + \left(I_{y_{i3}} - I_{y_{i1}}\right) \left(A_{i1} + \Omega_{z_{i1}}\right) \Omega_{z_{i3}} - I_{y_{i2}} \frac{d}{dT} \left[-\left(A_{i3} + B_{i3}\right) \Omega_{z_{i1}} + \left(A_{i1} + B_{i1}\right) \Omega_{z_{i3}} - A_{i1} B_{i3} \right]$$

Здесь T - время, H_i - кинетический момент гироскопа, I_{x_1} ,....- моменты инерции элементов конструкции относительно соответствующих осей связанных с ними трехгранников; $L_{x_{i1}}, L_{y_{i2}}$ - моменты внешних сил (помимо сил трения) относительно осей подвеса; N_{i1}, N_{i2} - коэффициенты сил вязкого трения в этих осях.

Будем далее считать гироскопы одинаковыми по своим массовым и динамическим характеристикам. При этом в обозначениях I_{x_1} ,...., H_i , N_{i1} ,... можно опустить индекс i: $I_{x_{i1}} = I_{x_1}$,..., $H_i = H$, $N_{i1} = N_1$,... (i = 1,2)

Приведем уравнения (1.1) к безразмерной форме, проделав нормализацию величин, входящих в (1.1)

$$t = \frac{T}{T_*}, \ \alpha_{i1} = \frac{A_{i1}}{A_*}, \ \beta_{i1} = \frac{B_{i1}}{B_*}, \ \gamma_{i1} = \frac{\Gamma_{i1}}{\Gamma_*}, \dots$$

$$\omega_{z_{i1}} = \frac{\Omega_{z_{i1}}}{\Omega_*}, \dots, \ l_{y_{i1}} = \frac{L_{y_{i1}}}{L_*}, \dots, \ i_{x_1} = \frac{I_{x_1}}{I_*}$$

$$(1.2)$$

Здесь T_* , A_* ,..., I_* - характерные значения соответствующих величин, выбираемые так, чтобы t, α_{i1} ,..., i_{x_1} не превосходили единицы. Тогда систама (1.1) принимае вид

$$\sigma \frac{d}{dt} \left(\omega_{z_{i1}} + \alpha_{i1} \right) + \left(\omega_{z_{i2}} + \beta_{i2} \right) + \therefore_{1} \alpha_{i1} = l_{x_{i1}} + \left[\alpha_{i3} \omega_{z_{i1}} - (\alpha_{i1} + \beta_{i1} + \gamma_{i1}) \omega_{z_{i3}} \right] + \left(i_{x_{2}} - i_{x_{3}} - i_{y_{3}} \right) \omega_{z_{i2}} \omega_{z_{i3}} + i_{y_{2}} \left(\omega_{z_{i2}} + \beta_{i2} \right) \omega_{z_{i3}} + \left[\frac{d}{dt} \left[\left(i_{y_{1}} - i_{y_{3}} \right) \omega_{z_{i3}} \beta_{i2} + \left(i_{x_{1}} + i_{y_{1}} \right) \omega_{z_{i3}} \alpha_{i2} - \left(i_{x_{1}} + i_{y_{1}} \right) \omega_{z_{i2}} \alpha_{i3} - i_{y_{1}} \omega_{z_{i2}} \beta_{i3} + i_{y_{2}} \left(\omega_{z_{i2}} + \beta_{i2} \right) \beta_{i3} \right] \right]$$

$$(1.3)$$

$$\begin{split} &\frac{1}{\sigma}\frac{d}{dt}\bigg(\omega_{z_{i2}}+\overset{\cdot}{\beta}_{i2}\bigg)-\bigg(\omega_{z_{i1}}+\overset{\cdot}{\alpha}_{i1}\bigg)+\overset{\cdot}{\ldots_{2}}\overset{\cdot}{\beta}_{i2}=l_{y_{i2}}+\varepsilon\bigg[(\alpha_{i3}+\beta_{i3})\omega_{z_{i2}}-(\alpha_{i2}+\beta_{i2}+\gamma_{i2})\omega_{z_{i3}}\bigg]+\\ &+\Big(i_{y_{3}}-i_{y_{1}}\bigg(\omega_{z_{i1}}+\overset{\cdot}{\alpha}_{i1}\bigg)\omega_{z_{i3}}-i_{y_{2}}\frac{d}{dt}\bigg[-\big(\alpha_{i3}+\beta_{i3}\big)\omega_{z_{i1}}+\big(\alpha_{i1}+\beta_{i1}\big)\omega_{z_{i3}}-\overset{\cdot}{\alpha}_{i1}\beta_{i3}\bigg]\bigg\}\\ &3\text{десь }&\sigma=\sqrt{\frac{I_{x_{i}}+I_{y_{i}}}{I_{y_{o}}}}\;,\;\;\kappa_{1}=\frac{N_{1}}{H},\;\;\kappa_{2}=\frac{N_{2}}{H}\end{split}$$

Уравнения для гироскопов Γ_1 и Γ_2 получаются, если в (1.3) задать выражения $\omega_{z_{i1}}$,..., $l_{x_{i1}}$, $l_{y_{i2}}$, отвечающие этим гироскопам.

Для гироскопа I_1 в (1.3) положим

$$i = 1, \, \omega_{z_{11}} = \omega_{z_3}, \, \omega_{z_{12}} = \omega_{z_1}, \, \omega_{z_{13}} = \omega_{z_2}$$

$$l_{x_{11}} = \omega_{x_1} + \varepsilon \left(\Delta \omega_{z_1} + v_1 \right) l_{y_{12}} = -\omega_{x_3} - \varepsilon \left(\Delta \omega_{z_3} + v_3 \right)$$
(1.4)

Для гироскопа Γ_2

$$i = 2, \, \omega_{z_{21}} = \omega_{z_3}, \, \omega_{z_{22}} = -\omega_{z_2}, \, \omega_{z_{23}} = \omega_{z_1},$$

$$l_{x_{21}} = -\omega_{x_2} + \varepsilon \left(\Delta \omega_{z_2} + v_2 \right) l_{y_{22}} = -m \left(\alpha_{11} - \alpha_{21} \right) + \varepsilon v_4$$

$$(1.5)$$

Подставив (1.4), (1.5) в (1.3), получим:

vравнения для гироскопа Γ_1

$$\frac{d}{dt}\left(\omega_{z_{3}} + \alpha_{11}\right) + \left(\omega_{z_{1}} + \beta_{12}\right) + \kappa_{1}\alpha_{11} = \omega_{x_{1}} + \left[\nu_{1} + \Delta\omega_{z_{1}} + \left[\alpha_{13}\omega_{z_{3}} - (\alpha_{11} + \beta_{11} + \gamma_{11})\omega_{z_{2}}\right] + \left(i_{x_{2}} - i_{x_{3}} - i_{y_{3}}\right)\omega_{z_{1}}\omega_{z_{2}} + i_{y_{2}}\left(\omega_{z_{1}} + \beta_{12}\right)\omega_{z_{2}} + \left\{\frac{d}{dt}\left[\left(i_{y_{1}} - i_{y_{3}}\right)\omega_{z_{2}}\beta_{12} + \left(i_{x_{1}} + i_{y_{1}}\right)\omega_{z_{2}}\alpha_{12} - \left(i_{x_{1}} + i_{y_{1}}\right)\omega_{z_{1}}\alpha_{13} - i_{y_{1}}\omega_{z_{1}}\beta_{13} + i_{y_{2}}\left(\omega_{z_{1}} + \beta_{12}\right)\beta_{13}\right]\right\} \\
\frac{1}{\sigma}\frac{d}{dt}\left(\omega_{z_{1}} + \beta_{12}\right) - \left(\omega_{z_{3}} + \alpha_{11}\right) + \kappa_{2}\beta_{12} = -\omega_{x_{3}} + \left\{-\nu - \Delta\omega_{z_{3}} + \left[\left(\alpha_{13} + \beta_{13}\right)\omega_{z_{1}} - \left(\alpha_{12} + \beta_{12} + \gamma_{12}\right)\omega_{z_{2}}\right] + \left\{+\left(i_{y_{3}} - i_{y_{1}}\right)\left(\omega_{z_{3}} + \alpha_{11}\right)\omega_{z_{2}} - i_{y_{2}}\frac{d}{dt}\left[-\left(\alpha_{13} + \beta_{13}\right)\omega_{z_{3}} + \left(\alpha_{11} + \beta_{11}\right)\omega_{z_{2}} - \alpha_{11}\beta_{13}\right]\right\}$$
VDABHEHUA ДЛЯ ГИРОСКОПА

$$\frac{d}{dt}\left(\omega_{z_{3}} + \alpha_{21}\right) + \left(-\omega_{z_{1}} + \beta_{12}\right) + \kappa_{1}\alpha_{21} = -\omega_{x_{2}} + \left[-\nu_{2} - \Delta\omega_{z_{2}} + \left[\alpha_{23}\omega_{z_{3}} - \left(\alpha_{21} + \beta_{21} + \gamma_{21}\right)\omega_{z_{1}}\right] - \left(i_{x_{2}} - i_{x_{3}} - i_{y_{3}}\right)\omega_{z_{1}}\omega_{z_{2}} + i_{y_{2}}\left(-\omega_{z_{2}} + \beta_{22}\right)\omega_{z_{1}} + \left[+\frac{d}{dt}\left[\left(i_{y_{1}} - i_{y_{3}}\right)\omega_{z_{1}}\beta_{22} + \left(i_{x_{1}} + i_{y_{1}}\right)\omega_{z_{1}}\alpha_{22} - \left(i_{x_{1}} + i_{y_{1}}\right)\omega_{z_{2}}\alpha_{23} - i_{y_{1}}\omega_{z_{2}}\beta_{23} + i_{y_{2}}\left(-\omega_{z_{2}} + \beta_{22}\right)\beta_{23}\right]\right\} \tag{1.7}$$

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d}{dt} \left(-\omega_{z_{2}} + \beta_{22} \right) - \left(\omega_{z_{3}} + \alpha_{21} \right) + \kappa_{2} \beta_{12} = -m(\alpha_{11} - \alpha_{21}) + \\
+ \varepsilon \left\{ v_{4} + \left[-(\alpha_{23} + \beta_{23})\omega_{z_{2}} - (\alpha_{22} + \beta_{22} + \gamma_{22})\omega_{z_{1}} \right] + \left(i_{y_{3}} - i_{y_{1}} \left(\omega_{z_{3}} + \alpha_{21} \right) \omega_{z_{1}} - \right) - \\
- i_{y_{2}} \frac{d}{dt} \left[-(\alpha_{23} + \beta_{23})\omega_{z_{3}} + (\alpha_{21} + \beta_{21})\omega_{z_{1}} - \alpha_{21} \beta_{23} \right] \right\}.$$

Составим уравнения кинетических моментов относительно осей 1, 2, 3 карданова подвеса платформы для механических систем, участвующих во вращениях относительно этих осей. Запишем в явном виде лишь малую часть членов этих уравнений

$$... = K_1 B_{12} + Q_1 ... = K_2 B_{22} + Q_2 ... = K_3 A_{11} + Q_3$$
 (1.8)

Здесь K_1, K_2, K_3 - статические коэффициенты следящих приводов по осям 1, 2, 3; Q_1, Q_2, Q_3 моменты возмущения по этим осям [2].

Предположим, что возмущения Q_i слагаются из «медленной» $\overline{Q_i} \left(\frac{T}{T_i} \right)$ и «быстрой» $\tilde{Q}_i \left(\frac{T}{T_2} \right)$

составляющих. Здесь T_1, T_2 - постоянные времени, характеризующие скорость изменения этих слагаемых. Пусть $T_1 >> T_*$, а $T_2 \sim T_*$, т.е. «быстрые» возмущения действуют в районе резонансных частот гиростабилизатора.

Для простоты далее примем $T_2 = T_*$. При нормализации уравнений (1.8) примем $Q_1 = Q_*q_1,...$, а $k_1 = K_1 \varepsilon / Q_* \sim 1...$, поскольку статические погрешности системы являются величинами порядка

Тогда (1.6) перейдет в
$$\dots = k_1 \beta_{12} + \overline{q}_1(\mu t) + \widetilde{q}_1(t)$$

$$\dots = k_2 \beta_{22} + \overline{q}_2(\mu t) + \widetilde{q}_2(t)$$

$$\dots = k_3 \alpha_{11} + \overline{q}_3(\mu t) + \widetilde{q}_3(t), \ \left(\mu = \frac{T_2}{T_1} <<1\right)$$

Дополнительно предположим, что введенные ранее явные функции времени ω_{x_1} , ω_{x_2} , ω_{x_3} также являются «медленными». Поэтому в (1.4), (1.5), (1.6) будем считать

$$\omega_{x_1} = \omega_{x_1} \left(\mu t \right), \quad \omega_{x_2} = \omega_{x_2} \left(\mu t \right), \quad \omega_{x_3} = \omega_{x_3} \left(\mu t \right)$$

Из системы (1.6), (1.7), (1.9) можно найти величины угловых скоростей $\omega_{z_1}, \omega_{z_2}, \omega_{z_3}$ платформы. Для изучения относительного движения трехгранников $z_1 z_2 z_3$ и $x_1 x_2 x_3$ по угловым параметрам выпишем соответствующие кинематические уравнения.

Элементы матрицы Ф связаны геометрическими соотношениями вида

$$\Phi_{11}^2 + \Phi_{12}^2 + \Phi_{13}^2 = 1$$

$$\Phi_{11}\Phi_{12} + \Phi_{12}\Phi_{21} + \Phi_{13}\Phi_{23} = 0, \dots$$

Выражения Φ_{11} , Φ_{22} , Φ_{33} заменим единицей. Тогда с погрешностью третьего порядка малости $\Phi_{12} = -\Phi_{21} - \Phi_{13}\Phi_{23}, \dots$

$$\Phi_{12} = -\Phi_{21} - \Phi_{13}\Phi_{23}, \dots \tag{1.12}$$

Исключим при помощи (1.12) часть переменных Φ_{12} ,... в скалярных соотношениях, отвечающих левой части (1.10)

$$-\frac{d\Phi_{21}}{dT} - \frac{d}{dT}(\Phi_{13}\Phi_{23}) = \dots, \tag{1.13}$$

Влияние квадратичных членов в уравнениях (1.3), (1.13) в дальнейшем будет учитываться осредненно, путем вычисления средних по времени значений от этих слагаемых.

Проделав выкладки с оговоренной точностью, получим

$$\frac{dA_{1}}{dT} = \Omega_{z_{1}} - \Omega_{x_{1}} - \Omega_{x_{2}} A_{3} + \Omega_{x_{3}} A_{2} + A_{2} \left(\Omega_{z_{3}} - \Omega_{x_{3}}\right)$$

$$\frac{dA_{2}}{dT} = \Omega_{z_{2}} - \Omega_{x_{1}} A_{3} + \Omega_{x_{3}} A_{1} + A_{3} \left(\Omega_{z_{1}} - \Omega_{x_{1}} \right)
\frac{dA_{3}}{dT} = \Omega_{z_{3}} - \Omega_{x_{1}} - \Omega_{x_{1}} A_{2} + \Omega_{x_{2}} A_{1} + A_{1} \left(\Omega_{z_{2}} - \Omega_{x_{2}} \right)$$
(1.14)

Проведем нормализацию уравнений (1.14), считая дополнительно к (1.2) характерные значения величин A_1, A_2, A_3 равными ε , а характерные значения величин $\Omega_{x_1}, \Omega_{x_2}, \Omega_{x_3}$ равными Ω_* .

Получим

$$\frac{d\alpha_{1}}{dt} = \omega_{z_{1}} - \omega_{x_{1}} + \varepsilon \left[-\omega_{x_{2}}\alpha_{3} + \omega_{x_{3}}\alpha_{2} + \alpha_{2}\left(\omega_{z_{3}} - \omega_{x_{3}}\right) \right]$$

$$\frac{d\alpha_{2}}{dt} = \omega_{z_{2}} - \omega_{x_{2}} + \varepsilon \left[\omega_{x_{1}}\alpha_{3} - \omega_{x_{3}}\alpha_{1} + \alpha_{3}\left(\omega_{z_{1}} - \omega_{x_{1}}\right) \right]$$

$$\frac{d\alpha_{3}}{dt} = \omega_{z_{3}} - \omega_{x_{3}} + \varepsilon \left[-\omega_{x_{1}}\alpha_{2} + \omega_{x_{2}}\alpha_{1} + \alpha_{1}\left(\omega_{z_{2}} - \omega_{x_{2}}\right) \right]$$
(1.15)

Система уравнений (1.6), (1.7), (1.9), (1.15) описывает движение гиростабилизатора вблизи трехгранника $x_1 x_2 x_3$. Эти уравнения отягощены излишними с точки зрения теории навигации подорбностями. В навигации рассматриваются «медленные» движения с характерными временами порядка периода Шулера и времени движения объекта по траектории. Уравнениями же (1.6), (1.7), (1.9), (1.15) описывается полный спектр движений гиростабилизатора, включая нутационные движения, высокочастотные вынужденные колебания и т.п. Получим из (1.6), (1.7), (1.9), (1.15) систему уравнений, которой описываются только «медленные» составляющие движения гиростабилизатора.

Список использованных источников

- 1. Новожилов И. В. Фракционный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1995. 224 с.
- 2. Сыздықова Д.Д. Екі дәрежелі роторлы дірілді гироскоптың қозғалыс теңдеуі. Сборник материалов XI международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование»-2016», Астана: http://enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obazovanie/, 2016- (қазақша, орысша, ағылшынша)

УДК 519.63

КЕРНЕУДЕГІ СЕРПІМДІЛІК ТЕОРИЯСЫНЫҢ ТЕҢДЕУІН САНДЫҚ ШЕШУ

Серікқазыева Әсем Дәүренқызы

asema.1720@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика-математика факультетінің математикалық және компьютерлік модельдеу мамандығының 4-курс студенті, Астана, Қазақстан Ғылыми жетекшісі – М. М. Букенов

Берілген жұмыс кернеудегі серпімділік теориясының теңдеуін сандық шешуге арналған.

Кернеудегі серпімділік теориясының үш өлшемді динамикалық есебі үшін ыдырату әдісінің негізінде схема құрастырылды. Ұсынылған схеманың консервативтілігі көрсетілді.

Сызықты серпімділік теориясының динамикалық есебін γ шекарасы бар $Q = \{D \times [0 \le t \le t_1]\}, D \subset R^3$ цилиндрінде қарастырайық, [1] сәйкес

$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + R^* \overline{\sigma} = \bar{f} , \qquad (1)$$