



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

выработает 3,797кВт тепла и минимальные затраты для обеспечения комфортного теплоснабжения коттеджа (4) составят 76 тг/ч. Аналогично при температуре (-20)°C (режим 3) Q=8,860кВт, ДВС загружен на 7,097%, ТН1 на 18,958% и ТН2 на 33,959%, выработка тепла составляет 0,923кВт, 2,844кВт и 5,094кВт соответственно, минимальные затраты с учетом тарифов и ограничений 82 тг/ч.

Решение поставленной задачи, позволяющее достичь цели оптимального управления ДВС и ТН, в дальнейшем применяется в разработке алгоритмов и программного обеспечения гибридной автономной системы комплексного энергоснабжения на базе ТГУ и других возобновляемых источников энергии таких, как солнечные коллектора.

Список использованных источников

1. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. // Учебное пособие для вузов. – 2-е издание, переработанное и дополненное. – М.: Энергия, 1980 – 424 с.
2. Цирлин А.М. Оптимальное управление технологическими процессами М.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Стояк В.В. Отчет о научно-исследовательской работе (заключительный). Разработка теоретических основ проектирования моноблочных тригенерационных установок и автономных систем энергоснабжения на их основе, в целях создания условий для серийного производства и широкого применения, как путь к многократному снижению расхода ископаемого топлива за счет вовлечения возобновляемых источников энергии. А.: АУЭС, 2014. – 273с.

УДК 004.414.23:681.51

ҮШПАРАМЕТРЛІ ҚҰРЫЛЫМДЫ – ОРНЫҚТЫЛЫҚ КЕСКІН КЛАСЫНДАҒЫ БЕЙСЫЗЫҚТЫ ОБЪЕКТІЛІ ЖОҒАРЫ ПОТЕНЦИАЛДЫ РОБАСТЫҚ ОРНЫҚТЫ БАСҚАРУ ЖҮЙЕСІН ЗЕРТТЕУ

¹Шакирова Раушан Еркінбекқызы, ²Есентаева Асель Казбековна

sh.raushan.91@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 2-ші курс магистранты, Астана қаласы, Қазақстан

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің оқытушысы, Астана қаласы, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Ж.Ж.Ермекбаева

Түйін

Көрсетіліп отырған жұмыста робастылық орнықтылықтың потенциалының жоғарылауына мүмкіндік беретін үшпараметрлі құрылымды-орнықтылық кескін класында робасты орнықты бейсызықты басқару жүйесін құру зерттелінген. Жүйенің робастылық орнықтылығын зерттеуасимптотикалық орнықтылық жайындағы Ляпунов теоремасына негізделген. Және де апаттар теориясының эллиптикалық омбиликасы қолданылған мысал келтірілген.

Түйін сөздер: ғарыштықұшу аппараты,робастық тұрақтылық, Ляпунов фнкция әдісі, эллиптикалықомбилика.

Қазіргі кезде автоматты басқару теориясының дамуы бейсызықты динамикалық басқару жүйелерін аналитикалық зерттеу әдістерін дамыту немесе жаңа әдістерді іздеумен сипатталады. Ғарыштық аппараттарды жобалау кезінде кездесетін кедергілердің бірі болып жоғары сапалы бақылау жүйесін құру және өндеу болып табылады[1].Сонымен қатар робастылық орнықтылық кедергілерін жалпы айтсақ, ол орнықтылықты сақтай отырып, жүйе параметрлерінің өзгеруінің шектеулерін көрсетуден тұрады [2].

Хаостық жүйелер белгісіздік модельдер класын құрайды. Бұл жүйелердің робастылық орнықтылық шарттары басқарылып отырылған жүйенің стационар күйлерінің орнықсыз облыстарының бар болуына мүмкіндік береді. Хаостық қозғалыстар үрдісінің дамуын басқару қоздырғышының көмегімен басу немесе алып тастау әлі күнге дейін шешілмеген мәселе [3,4]. “Робастылық” термині басқару объектісін сипаттау кезіндегі параметрлік немесе параметрлік емес шартында жүйенің орнықтылығын сақтау қабілеттілігі ретінде түсіндіріледі.

Бастапқы кезде жүйелердің хаостық қозғалысы математиктерге қызықты және тәжірибеде ешқашан пайда болмаған экзотикалық құбылыс деп саналатын[5]. Алайда соңғы кездерде динамиканың хаостық мүмкіндіктері көптеген бейсызықты жүйелерде анықталған. Бейсызықты объектілерде хаостық режимдер кейде пайдалы немес пайдасыз болып табылуы мүмкін. Осыдан бейсызықты объектілердің хаостылығын басқару, азайту немесе дамыту мәселелері туындады. Детерминделген хаос, нәтижесінде стационарлық күй орнықтылығын жоғалтатын ғарыштық ұшу аппараттарын(ҒҰА)бағдарлау және тұрақтандыру жүйелерінде пайда болады [6].

Атап айтқанда, параметрлердің өзгерісі мен үйлесімділігіне тәуелсіз ҒҰА тұрақтандыруға және бағдарды сенімді басқаруды қамтамасыз ететін қабілетті робасты басқару жүйелерін құру маңызды. Ұсынылып отырылған жоғары потенциалды робастылық орнықтылы динамикалық объектілерді құру концепциясы негізгі құрылымды – орнықты бейнелер зерттелген апаттар теориясы нәтижесіне негізделген жаңа бағыт болып табылады [7].

Бұл мақала жүйенің робастылық орнықтылық потенциалын барынша жоғарылатуға мүмкіндік беретін үшпараметрлі құрылымды-орнықтылық кескін класында белгісіз параметрлі жоғары потенциалды робастылық орнықтылықты басқару жүйелерін құруға жіне зерттеуге арналған.

Сызықты немесе бейсызықты басқару жүйелерінің робастылығын зерттеу үшін күй кеңістігіндегі А.М.Ляпунов теоремасының геометриялық интерпретациясына негізделген функцияларын құру әдістерін қолдануға болады[8].Ляпунов функциясы тензор жылдамдығы түрінде жүйенің жылдамдық компоненттері берілетін антиградиент, вектор-функция түрінде синтезделеді. Жүйенің стационарлық күйінің орнықтылық ауданын басқару объектісін белгісіз параметрлері бойынша қарапайым теңсіздіктер түрінде аламыз.

ҒҰА-ң бейсызықты басқару жүйесін қарастырайық:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{I_x}(I_y - I_z)x_2x_6 + \frac{1}{I_x}(-M_{xu} + M_{xf}) \\ \frac{dx_3}{dt} = x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} = \frac{1}{I_y}(I_z - I_x)x_4x_6 + \frac{1}{I_y}(-M_{yu} + M_{yf}) \\ \frac{dx_5}{dt} = x_6 \\ \frac{dx_6}{dt} = \frac{1}{I_z}(I_x - I_y)x_2x_3 + \frac{1}{I_z}(-M_{zu} + M_{zf}) \end{array} \right. \quad (1)$$

где I_x , I_y және I_z – ҒА инерциясының негізгі орталық моменттері келесі осьтерге қатысты x , y және z ; M_{xu} , M_{yu} , M_{zu} және M_{xf} , M_{yf} , M_{zf} – сәйкес осьтердегі басқару және қоздыру моменттерінің проекциялары.

Басқару заңы үшпараметрлі құрылымды-орнықтылық кескіні түрінде басқару заңы беріледі(эллиптикалық омбилика апаты) [9,10]:

$$\begin{cases} -M_{xu} + M_{xf} = -x_2^3 + 3x_1^2x_2 - k_{12}(x_1^2 + x_2^2) + k_1x_1 + k_2x_2 \\ -M_{yu} + M_{yf} = -x_4^3 + 3x_3^2x_4 - k_{34}(x_3^2 + x_4^2) + k_3x_3 + k_4x_4 \\ -M_{zu} + M_{zf} = -x_6^3 + 3x_5^2x_6 - k_{56}(x_5^2 + x_6^2) + k_5x_5 + k_6x_6 \end{cases} \quad (2)$$

(1) жүйесін келесі түрде жазамыз:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)x_2x_6 - ax_2^3 + 3ax_1^2x_2 - ak_{12}(x_1^2 + x_2^2) + ak_1x_1 + ak_2x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} = b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)x_4x_6 - bx_4^3 + 3bx_3^2x_4 - bk_{34}(x_3^2 + x_4^2) + bk_3x_3 + bk_4x_4 \\ \frac{dx_5}{dt} = x_6 \\ \frac{dx_6}{dt} = c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2x_6 - cx_6^3 + 3cx_5^2x_6 - ck_{56}(x_5^2 + x_6^2) + ck_5x_5 + ck_6x_6 \end{cases} \quad (3)$$

мұндағы $a = \frac{1}{I_x}, b = \frac{1}{I_y}, c = \frac{1}{I_z}$

(3) жүйесінің стационарлық күйін алгебралық теңдеулер жүйесінің табамыз:

$$\begin{cases} x_{2s} = 0 \\ a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)x_{2s}x_{6s} - ax_{2s}^3 + 3ax_{1s}^2x_{2s} - ak_{12}(x_{1s}^2 + x_{2s}^2) + ak_1x_{1s} + ak_2x_{2s} = 0 \\ x_{4s} = 0 \\ b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)x_{4s}x_{6s} - bx_{4s}^3 + 3bx_{3s}^2x_{4s} - bk_{34}(x_{3s}^2 + x_{4s}^2) + bk_3x_{3s} + bk_4x_{4s} = 0 \\ x_{6s} = 0 \\ c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_{2s}x_{4s} - cx_{6s}^3 + 3cx_{5s}^2x_{6s} - ck_{56}(x_{5s}^2 + x_{6s}^2) + ck_5x_{5s} + ck_6x_{6s} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

(4) теңдеуінен жүйенің стационар күйлерін табамыз

$$x_{1s} = 0, x_{2s} = 0, x_{3s} = 0, x_{4s} = 0, x_{5s} = 0, x_{6s} = 0, \quad (5)$$

және басқа стационарлық күйлер теңдеуді шешу арқылы табылады

$$\begin{cases} -ak_{12}x_{1s}^2 + ak_1x_{1s} = 0, & x_{2s} = 0 \\ -bk_{34}x_{3s}^2 + bk_3x_{3s} = 0, & x_{4s} = 0 \\ -ck_{56}x_{5s}^2 + ck_5x_{5s} = 0, & x_{6s} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Уравнения (6) имеет решений

$$x_{1s} = \frac{k_1}{k_{12}}, \quad x_{2s} = 0, \quad x_{3s} = \frac{k_3}{k_{34}}, \quad x_{4s} = 0, \quad x_{5s} = \frac{k_5}{k_{56}}, \quad x_{6s} = 0 \quad (7)$$

(3) жүйесінің (5) күйінің орнықтылығын Ляпунов функция әдісімен зерттейміз[11]. Вектор градиент компоненттерін келесі түрде табамыз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_1} &= 0, \quad \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_2} = -x_2, \dots, \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_6} = 0 \\ \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_1} &= -\frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_1^2 - ak_1x_1 \\ \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_2} &= ax_2^3 - \frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_2^2 - ak_2x_2 \\ \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_3} &= 0, \dots, \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_6} = -a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)x_2x_6 \\ \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_1} &= 0, \dots, \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_4} = -x_4, \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_5} = 0, \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_6} = 0 \\ \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_1} &= 0, \quad \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_3} = -\frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_3^2 - bk_3x_3 \\ \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_4} &= bx_4^3 - \frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_4^2 - bk_4x_4 \\ \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_5} &= 0, \quad \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_6} = -b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)x_4x_6 \\ \frac{\partial V_5(x)}{\partial x_1} &= 0, \dots, \frac{\partial V_5(x)}{\partial x_6} = -x_6 \\ \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_1} &= 0, \quad \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_2} = -\frac{1}{2}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2x_4, \quad \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_4} = -\frac{1}{2}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2x_4 \\ \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_5} &= -\frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_5^2 - ck_5x_5, \quad \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_6} = cx_6^3 - \frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_6^2 - ck_6x_6 \end{aligned}$$

Жылдамдық векторы компоненттерін жүйе күйінің вектор координаталары бойынша бөледі келесі түрде келтірейік:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \quad \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{x_2} = x_2, \dots, \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{x_6} = 0 \\ \left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{x_1} &= -\left(-\frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_1^2 - ak_1x_1\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{x_2} &= -(ax_2^3 - \frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_2^2 - ak_2x_2) \\
\left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{x_3} &= 0, \dots, \left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{x_6} = a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)x_2x_6 \\
\left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_3} &= 0, \dots, \left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_4} = x_4, \left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_5} = 0, \left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_6} = 0 \\
\left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_2} = 0, \left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_3} = -\left(-\frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_3^2 - bk_3x_3\right) \\
\left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_4} &= -(bx_4^3 - \frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_4^2 - bk_4x_4) \\
\left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_5} &= 0, \left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_6} = b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)x_4x_6 \\
\left(\frac{dx_5}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \dots, \left(\frac{dx_5}{dt}\right)_{x_5} = 0, \left(\frac{dx_5}{dt}\right)_{x_6} = x_6 \\
\left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_2} = \frac{1}{2}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2x_4, \left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_3} = 0 \\
\left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_4} &= \frac{1}{2}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2x_4 \\
\left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_5} &= -\left(-\frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_5^2 - ck_5x_5\right) \\
\left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_6} &= -(cx_6^3 - \frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_6^2 - ck_6x_6)
\end{aligned}$$

Ляпунов функциясынан толық туынды келесідей анықталады

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V(x)}{dt} &= \frac{\partial V(x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_j} \left(\frac{dx_j}{dt}\right)_{x_j} = -x_2^2 - \left(-\frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_1^2 - ak_1x_1\right)^2 - \\
&- \left(ax_2^3 - \frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_2^2 - ak_2x_2\right)^2 - a^2\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 x_2^2x_6^2 - x_4^2 - \\
&- \left(-\frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_3^2 - bk_3x_3\right)^2 - \left(bx_4^3 - \frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_4^2 - bk_4x_4\right)^2 - \\
&- b^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2 x_4^2x_6^2 - x_6^2 - \frac{1}{4}c^2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 x_2^2x_4^2 - \frac{1}{4}c^2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 x_2^2x_4^2 - \\
&- \left(-\frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_5^2 - ck_5x_5\right)^2 - \left(cx_6^3 - \frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_6^2 - ck_6x_6\right)^2
\end{aligned} \tag{8}$$

(8)Ляпунов функциясының уақыт бойынша толық туындысы теріс таңбалы функция болып табылады, яғни Ляпунов бойынша асимптотикалық орнықтылығының қажеттілік шарты әрқашан орындалады.

Ляпунов функциясының вектор компоненттерін келесідей құрастырамыз:

$$\begin{aligned}
V_1(x_1, \dots, x_6) &= -\frac{1}{2}x_2^2 \\
V_2(x_1, \dots, x_6) &= -\frac{1}{2}ax_1^3x_2 + \frac{1}{3}ak_{12}x_1^3 - \frac{1}{2}ak_1x_1^2 + \frac{1}{4}ax_2^4 - \\
&\quad -\frac{3}{4}ax_1^2x_2^2 + \frac{1}{3}ak_{12}x_2^3 - \frac{1}{2}ak_2x_2^2 - \frac{1}{2}a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)x_2x_6^2 \\
V_3(x_1, \dots, x_6) &= -\frac{1}{2}x_4^2 \\
V_4(x_1, \dots, x_6) &= -\frac{1}{2}bx_3^3x_4 + \frac{1}{3}bk_{34}x_3^3 - \frac{1}{2}bk_3x_3^2 + \frac{1}{4}bx_4^4 - \\
&\quad -\frac{3}{4}bx_3^2x_4^2 + \frac{1}{3}bk_{34}x_4^3 - \frac{1}{2}bk_4x_4^2 - \frac{1}{2}b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)x_4x_6^2 \\
V_5(x_1, \dots, x_6) &= -\frac{1}{2}x_6^2 \\
V_6(x_1, \dots, x_6) &= -\frac{1}{2}cx_5^3x_6 + \frac{1}{3}ck_{56}x_5^3 - \frac{1}{2}ck_5x_5^2 + \frac{1}{4}cx_6^4 - \frac{3}{4}cx_5^2x_6^2 + \\
&\quad + \frac{1}{3}ck_{56}x_6^3 - \frac{1}{2}ck_6x_6^2 - \frac{1}{4}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2^2x_4 - \frac{1}{4}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2x_4^2;
\end{aligned}$$

Ляпунов функциясын скалярлық түрде келесідей жазамыз:

$$\begin{aligned}
V(x_1, x_2, \dots, x_6) &= -\frac{1}{2}ax_1^3x_2 + \frac{1}{3}ak_{12}x_1^3 - \frac{1}{2}ak_1x_1^2 + \frac{1}{4}ax_2^4 - \frac{3}{4}ax_1^2x_2^2 + \frac{1}{3}ak_{12}x_2^3 - \\
&\quad -\frac{1}{2}(ak_2+1)x_2^2 - \frac{1}{2}a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)x_2x_6^2 - \frac{1}{2}bx_3^3x_4 + \frac{1}{3}bk_{34}x_3^3 - \frac{1}{2}bk_3x_3^2 + \frac{1}{4}bx_4^4 - \\
&\quad -\frac{3}{4}bx_3^2x_4^2 + \frac{1}{3}bk_{34}x_4^3 - \frac{1}{2}(bk_4+1)x_4^2 - \frac{1}{2}b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)x_4x_6^2 - \frac{1}{2}cx_5^3x_6 + \frac{1}{3}ck_{56}x_5^3 - \\
&\quad -\frac{1}{2}ck_5x_5^2 + \frac{1}{4}cx_6^4 - \frac{3}{4}cx_5^2x_6^2 + \frac{1}{3}ck_{56}x_6^3 - \frac{1}{2}(ck_6+1)x_6^2 - \frac{1}{4}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2^2x_4 - \\
&\quad -\frac{1}{4}c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)x_2x_4^2;
\end{aligned} \tag{9}$$

Апаттар теориясынан Морс леммасын қолдана отырып, Ляпунов функциясын квадраттық түрге ауыстыруға болады. (5) стационарлық күйінің маңайындағы (9) функциясының күрделі емес, бірақ күрделі сыйымдылықты бөлу үрдістерін жібере отырып және Гессе матрицасының элементтерін табу, квадраттық түрді төмендегідей жазамыз:

$$V(x_1, \dots, x_6) \approx -\frac{1}{2}ak_1x_1^2 - \frac{1}{2}(ak_2+1)x_2^2 - \frac{1}{2}bk_3x_3^2 - \frac{1}{2}(bk_4+1)x_4^2 - \frac{1}{2}ck_5x_5^2 - \frac{1}{2}(ck_6+1)x_6^2 \tag{10}$$

Ляпунов функциясының оң анықталған болу шартын, яғни теңдік күйінің (5) робастылық орнықтылығын келесідей аламыз;

$$ak_1 < 0, (ak_2+1) < 0, bk_3 < 0, (bk_4+1) < 0, ck_5 < 0, (ck_6+1) < 0 \tag{11}$$

Енді келесі стационарлық күйдің орнықтылығын зерттейік (7). Ол үшін теңдеу күйін (3) стационарлық күйге (7) қатысты жазамыз. Күрделі формалды бөлу үрдістерді және стационарлық нүктелердегі туындыларды жібере отырып, ауытқулы теңдеу күйін келесідей жазамыз:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -ax_2^3 + 3ax_1^2x_2 - ak_{12}(x_1^2 + x_2^2) + 6a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2 + (3a(\frac{k_1}{k_{12}})^2 + ak_2)x_2 - ak_1x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} = -bx_4^3 + 3bx_3^2x_4 - bk_{34}(x_3^2 + x_4^2) + 6b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4 + (3b(\frac{k_3}{k_{34}})^2 + bk_4)x_4 - bk_3x_3 \\ \frac{dx_5}{dt} = x_6 \\ \frac{dx_6}{dt} = -cx_6^3 + 3cx_5^2x_6 - ck_{56}(x_5^2 + x_6^2) + 6c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6 + (3c(\frac{k_5}{k_{56}})^2 + ck_6)x_6 - ck_5x_5 \end{array} \right. \quad (12)$$

Вектор градиентінің компоненттерін келесі түрде аламыз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_1} &= 0, \quad \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_2} = -x_2, \dots, \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_6} = 0 \\ \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_1} &= -\frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_1^2 - 3a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2 + ak_1x_1 \\ \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_2} &= ax_2^3 - \frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_2^2 - 3a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2 - (3a(\frac{k_1}{k_{12}})^2 + ak_2)x_2 \\ \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_3} &= 0, \dots, \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_6} = 0 \\ \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_1} &= 0, \dots, \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_4} = -x_4, \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_5} = 0, \frac{\partial V_3(x)}{\partial x_6} = 0 \\ \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_1} &= 0, \quad \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_3} = -\frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_3^2 - 3b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4 + bk_3x_3 \\ \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_4} &= bx_4^3 - \frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_4^2 - 3b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4 - (3b(\frac{k_3}{k_{34}})^2 + bk_4)x_4 \\ \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_5} &= 0, \quad \frac{\partial V_4(x)}{\partial x_6} = 0 \\ \frac{\partial V_5(x)}{\partial x_1} &= 0, \dots, \frac{\partial V_5(x)}{\partial x_6} = -x_6 \\ \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_1} &= 0, \dots, \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_5} = -\frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_5^2 - 3c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6 + ck_5x_5 \\ \frac{\partial V_6(x)}{\partial x_6} &= cx_6^3 - \frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_6^2 - 3c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6 - (3c(\frac{k_5}{k_{56}})^2 + ck_6)x_6 \end{aligned}$$

Жылдамдық векторы компоненттерін жүйе күйінің вектор координаталары бойынша белгілі келесі түрде келтірейік:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{x_2} = x_2, \dots, \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{x_6} = 0 \\
\left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{x_1} &= -\left(-\frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_1^2 - 3a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2 + ak_1x_1\right) \\
\left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{x_2} &= -(ax_2^3 - \frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_2^2 - 3a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2 - (3a(\frac{k_1}{k_{12}})^2 + ak_2)x_2) \\
\left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_3} &= 0, \dots, \left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_4} = x_4, \left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_5} = 0, \left(\frac{dx_3}{dt}\right)_{x_6} = 0 \\
\left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_2} = 0, \left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_3} = -\left(-\frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_3^2 - 3b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4 - (3b(\frac{k_3}{k_{34}})^2 + bk_4)x_4\right) \\
\left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_4} &= -(bx_4^3 - \frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_4^2 - 3b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4 - (3b(\frac{k_3}{k_{34}})^2 + bk_4)x_4) \\
\left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_5} &= 0, \left(\frac{dx_4}{dt}\right)_{x_6} = 0 \\
\left(\frac{dx_5}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \dots, \left(\frac{dx_5}{dt}\right)_{x_5} = 0, \left(\frac{dx_5}{dt}\right)_{x_6} = x_6 \\
\left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_1} &= 0, \dots, \left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_5} = -\left(-\frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_5^2 - 3c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6 + ck_5x_5\right) \\
\left(\frac{dx_6}{dt}\right)_{x_6} &= -(cx_6^3 - \frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_6^2 - 3c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6 - (3c(\frac{k_5}{k_{56}})^2 + ck_6)x_6)
\end{aligned}$$

Ляпунов функциясынан толық туынды келесідей анықталады

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V(x)}{\partial t} &= \frac{\partial V(x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_j} \left(\frac{dx_j}{dt}\right)_{x_i} = -x_2^2 - \\
&\quad - \left(-\frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_1^2 - 3a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2 + ak_1x_1\right)^2 - \\
&\quad - \left(ax_2^3 - \frac{3}{2}ax_1^2x_2 + ak_{12}x_2^2 - 3a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2 - (3a(\frac{k_1}{k_{12}})^2 + ak_2)x_2\right)^2 - x_4^2 - \\
&\quad - \left(-\frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_3^2 - 3b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4 + bk_3x_3\right)^2 - \\
&\quad - \left(bx_4^3 - \frac{3}{2}bx_3^2x_4 + bk_{34}x_4^2 - 3b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4 - (3b(\frac{k_3}{k_{34}})^2 + bk_4)x_4\right)^2 - x_6^2 - \\
&\quad - \left(-\frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_5^2 - 3c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6 + ck_5x_5\right)^2 - \\
&\quad - \left(cx_6^3 - \frac{3}{2}cx_5^2x_6 + ck_{56}x_6^2 - 3c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6 - (3c(\frac{k_5}{k_{56}})^2 + ck_6)x_6\right)^2
\end{aligned} \tag{13}$$

(13)Ляпунов функциясының уақыт бойынша толық туындысы теріс таңбалы функция болып табылады, яғни Ляпунов бойынша асимптотикалық орнықтылығының қажеттілік шарты әрқашан орындалады.

Ляпунов функциясының вектор компоненттерін келесідей құрастырамыз:

$$V_1(x_1, \dots, x_6) = -\frac{1}{2}x_2^2;$$

$$V_2(x_1, \dots, x_6) = -\frac{1}{2}ax_1^3x_2 + \frac{1}{3}ak_{12}x_1^3 - \frac{3}{2}a\frac{k_1}{k_{12}}x_1^2x_2 + \frac{1}{2}ak_1x_1^2 + \frac{1}{4}ax_2^4 - \frac{3}{4}ax_1^2x_2^2 + \\ + \frac{1}{3}ak_{12}x_2^3 - \frac{3}{2}a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2^2 - \frac{1}{2}(3a(\frac{k_1}{k_{12}})^2 + ak_2)x_2^2;$$

$$V_3(x_1, \dots, x_6) = -\frac{1}{2}x_4^2;$$

$$V_4(x_1, \dots, x_6) = -\frac{1}{2}bx_3^3x_4 + \frac{1}{3}bk_{34}x_3^3 - \frac{3}{2}b\frac{k_3}{k_{34}}x_3^2x_4 + \frac{1}{2}bk_3x_3^2 + \frac{1}{4}bx_4^4 - \frac{3}{4}bx_3^2x_4^2 + \\ + \frac{1}{3}bk_{34}x_4^3 - \frac{3}{2}b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4^2 - \frac{1}{2}(3b(\frac{k_3}{k_{34}})^2 + bk_4)x_4^2;$$

$$V_5(x_1, \dots, x_6) = -\frac{1}{2}x_6^2;$$

$$V_6(x_1, \dots, x_6) = -\frac{1}{2}cx_5^3x_6 + \frac{1}{3}ck_{56}x_5^3 - \frac{3}{2}c\frac{k_5}{k_{56}}x_5^2x_6 + \frac{1}{2}ck_5x_5^2 + \frac{1}{4}cx_6^4 - \frac{3}{4}cx_5^2x_6^2 + \\ + \frac{1}{3}ck_{56}x_6^3 - \frac{3}{2}c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6^2 - \frac{1}{2}(3c(\frac{k_5}{k_{56}})^2 + ck_6)x_6^2.$$

Ляпунов функциясын скалярлық түрде келесідей жазамыз:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_6) = -\frac{1}{2}ax_1^3x_2 + \frac{1}{3}ak_{12}x_1^3 - \frac{3}{2}a\frac{k_1}{k_{12}}x_1^2x_2 + \frac{1}{2}ak_1x_1^2 + \frac{1}{4}ax_2^4 - \frac{3}{4}ax_1^2x_2^2 + \\ + \frac{1}{3}ak_{12}x_2^3 - \frac{3}{2}a\frac{k_1}{k_{12}}x_1x_2^2 - \frac{1}{2}(3a(\frac{k_1}{k_{12}})^2 + ak_2 + 1)x_2^2 - \frac{1}{2}bx_3^3x_4 + \frac{1}{3}bk_{34}x_3^3 - \\ - \frac{3}{2}b\frac{k_3}{k_{34}}x_3^2x_4 + \frac{1}{2}bk_3x_3^2 + \frac{1}{4}bx_4^4 - \frac{3}{4}bx_3^2x_4^2 + \frac{1}{3}bk_{34}x_4^3 - \frac{3}{2}b\frac{k_3}{k_{34}}x_3x_4^2 - \\ - \frac{1}{2}(3b(\frac{k_3}{k_{34}})^2 + bk_4 + 1)x_4^2 - \frac{1}{2}cx_5^3x_6 + \frac{1}{3}ck_{56}x_5^3 - \frac{3}{2}c\frac{k_5}{k_{56}}x_5^2x_6 + \frac{1}{2}ck_5x_5^2 + \frac{1}{4}cx_6^4 - \\ - \frac{3}{4}cx_5^2x_6^2 + \frac{1}{3}ck_{56}x_6^3 - \frac{3}{2}c\frac{k_5}{k_{56}}x_5x_6^2 - \frac{1}{2}(3c(\frac{k_5}{k_{56}})^2 + ck_6 + 1)x_6^2. \quad (14)$$

Апаттар теориясынан [12] Морс леммасын қолдана отырып, Ляпунов функциясын квадраттық түрге ауыстыруға болады. (7) стационарлық күйінің маңайындағы (14) функциясының күрделі емес, бірақ күрделі сыйымдылықты бөлу үрдістерін жібере отырып және Гессе матрицасының элементтерін табу, квадраттық түрді төмендегідей жазамыз:

$$V(x_1, \dots, x_6) \approx \frac{1}{2}ak_1x_1^2 - \frac{1}{2}\left(3a\left(\frac{k_1}{k_{12}}\right)^2 + ak_2 + 1\right)x_2^2 + \frac{1}{2}bk_3x_3^2 - \frac{1}{2}\left(3b\left(\frac{k_3}{k_{34}}\right)^2 + bk_4 + 1\right)x_4^2 + \frac{1}{2}ck_5x_5^2 - \frac{1}{2}\left(3c\left(\frac{k_5}{k_{56}}\right)^2 + ck_6 + 1\right)x_6^2. \quad (15)$$

Ляпунов функциясының оң анықталған болу шартын, яғни теңдік күйінің робастылық орнықтылығын келесідей аламыз;

$$ak_1 > 0, \left(3a\left(\frac{k_1}{k_{12}}\right)^2 + ak_2 + 1\right) < 0, bk_3 > 0, \left(3b\left(\frac{k_3}{k_{34}}\right)^2 + bk_4 + 1\right) < 0 \\ ck_5 > 0, \left(3c\left(\frac{k_5}{k_{56}}\right)^2 + ck_6 + 1\right) < 0 \quad (16)$$

Сонымен, үшпараметрлі құрылымды-орнықтылық кескін класында құрастырылған, ҒҰА-ң бейсызқты модельдері үшін жоғары потенциалды робастылы орнықты басқару жүйесі белгісіз параметрлердің өзгеру шектерінің шексіз үлкен шектерінде орнықты болады және соған сәйкес жүйедегі детерминделген хаостан тууына кепілдік береді. (5) стационарлық күйлері ҒҰА-ң параметрлерінің (11) ауданында өзгеруі кезінде орнықты, ал (7) стационарлық күйлері (5) стационарлық күйлерінің орнықтылығын жоғалту кезінде орнықты және олар бір уақытта орнықты болып келмейді. ҒҰА-ң (7) стационарлық күйлері (16) теңсіздігі орындалған кезде орнықты болады.

Қолданылған әдебиеттер:

1. Dorato P., Rama K. Yedavalli. Recent Advances in Robust Control. – New York: IEEE, 1990. -95с.
2. Поляк Т.Б., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 201 с.
3. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с применением на языке Matlab. – СПб.: Наука 1999 – 468 с.
4. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом. Методы и пр – СПб.: Наука 1999 - 288 с.
5. Артюхин Ю.П., Каргу Л.И., Симаев В.Л. Системы управления космических аппаратов, стабилизированных вращением. – М.: Наука, 1979. – 296 с.
6. Бажинов И. К., Почукаев В. Н. Оптимальное планирование навигационных измерений в космическом полете. – М.: Машиностроение, 1976. – 287 с.
7. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. – М.: Наука, 2001, №6.
8. Лоскутов А.Ю., Хаос и управление динамическими системами. Нелинейная динамика и управление, 2001. -200 с.
9. Ашимов А.А., Бейсенби М.А. Структурно-устойчивые отображения в построении систем управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости. // Труды международной конференции «Проблемы информатики и управления», Бишкек, 19—22 сентября 2000 г., — с. 147—152.
10. Томпсон Дж., Майкл Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. М.: Мир, 1985 — 254 с.
11. Бейсенби М.А., Ержанов Б.А., Системы управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости. Астана:2002, — 164 с.
12. Гильмор Р. Прикладная теория катастроф. М.: Мир, 1981.