



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

УСЛОВИИ СХОДИМОСТИ КРАТНЫХ РЯДОВ ИЗ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ-УОЛША ФУНКЦИИ ИЗ КЛАССА ОГРАНИЧЕННОЙ ФЛУКТУАЦИИ

¹Ахажанов Талгат, ²Оспанова Динара, ³Смат Нұрлыбек
¹talgat_a2008@mail.ru ²dipusi@mail.ru ³shyrynka-1993@mail.ru

¹старший преподаватель кафедры высшей математики

²магистрант 2 курса кафедры высшей математики

³студент 4 курса механико-математического факультета
 ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Сначала приведем определение системы Уолша ([1]). Рассмотрим на полуинтервале $[0,1)$ функцию

$$r_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \in \left[0, \frac{1}{2}\right) \\ -1 & \text{при } x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right) \end{cases},$$

и продолжим ее периодически с периодом 1 на всю числовую ось. Определим функции $r_k(x) = r_0(2^k x)$, $k = 0, 1, 2, \dots$,

представляющие собой сжатия функции $r_0(x)$ в 2^k раз. Функции $r_k(x)$ называются функциями Радемахера.

Из определения также видно, что $r_k(x)$ имеет период $\frac{1}{2^k}$, постоянна на двоичных полуинтервалах

$$\left[\frac{m}{2^{k+1}}, \frac{m+1}{2^{k+1}}\right),$$

где m -любое целое число, и принимает на этих полуинтервалах попеременно значения 1 и -1.

Систему функций Уолша $\{w_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ мы получим в результате всевозможных перемножений между собой функций Радемахера. При этом договоримся о следующей нумерации функций Уолша (эту нумерацию принято называть нумерацией Пэли). Положим

$$w_0(x) = 1.$$

Чтобы определить $w_n(x)$ при $n \geq 1$, представим натуральное число n в двоичной записи, т.е. в виде

$$n = \sum_{i=0}^k \varepsilon_i 2^i,$$

где $\varepsilon_k = 1$ и $\varepsilon_i = 0$ или 1 при $i = 0, 1, \dots, k-1$. Очевидно, что $2^k \leq n < 2^{k+1}$, где $k = k(n)$.

Положим

$$w_n(x) = \prod_{i=0}^k (r_i(x))^{\varepsilon_i}$$

Таким образом, функции системы Уолша принимают лишь два значения: 1 и -1. В точках разрыва они непрерывны справа.

Пусть $1 \leq p < \infty$ и функция $f(x, y)$ определена на $[0,1]^2$. Через $\text{osc}(f, [0,1]^2)$ обозначим

$$\sup_{\substack{(x,y) \in [0,1]^2 \\ (x',y') \in [0,1]^2}} |f(x, y) - f(x', y')|,$$

а через $I_{j_1, j_2}^{n_1, n_2}$ -прямоугольник

$$\left[\frac{j_1 - 1}{2^{n_1}}, \frac{j_1}{2^{n_1}} \right) \times \left[\frac{j_2 - 1}{2^{n_2}}, \frac{j_2}{2^{n_2}} \right).$$

Положим по определению

$$\kappa_p(f, n_1, n_2) := \left(\sum_{j_1=1}^{2^{n_1}} \sum_{j_2=1}^{2^{n_2}} (\text{osc}(f, I_{j_1, j_2}^{n_1, n_2}))^p \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Тогда, если

$$F_p(f) := \sup_{\substack{n_1 \in P \\ n_2 \in P}} \kappa_p(f, n_1, n_2) < \infty,$$

то $f(x, y)$ называется функцией ограниченной p -флуктуации.

Понятие функции ограниченной p -флуктуации в одномерном случае было введено Онивером и Ватерманом [2]. Введем дискретный модуль непрерывности

$$F_p(f)_{n_1, n_2} = \sup_{\substack{k_1 \geq n_1 \\ k_2 \geq n_2}} \kappa_p(f, k_1, k_2).$$

Понятие дискретного модуля непрерывности в одномерном случае было введено С.С Волосивецем [3]. Множества функций $f(x, y)$, для которых $F_p(f) < \infty$, обозначается через $BFC_p[0, 1]^2$ ($1 \leq p < \infty$), а множества функций $f(x, y)$, для которых

$$F_p(f)_{n_1, n_2} \rightarrow 0$$

при $n_1, n_2 \rightarrow \infty$ - через $BFC_p[0, 1]^2$ ($1 < p < \infty$). Далее эти пространства рассматриваются при указанных ограничениях с нормой

$$\|f\|_{p, F} = \max(F_p(f), \|f\|_{\infty}).$$

В данном работе доказывается теорема об абсолютной сходимости двойных рядов, составленных из коэффициентов Фурье-Уолша.

Теорема 1. Пусть $f \in BFC_p[0, 1]^2$, $1 < p < \infty$, $1 < \beta < 2$. Тогда при $1 < p < 2$ для сходимости ряда

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} |\hat{f}(m, n)|^{\beta} \quad (1)$$

достаточно выполнения одного из двух условий

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (\kappa_p(f, m, n))^{\beta} (2^{m+n})^{1-\beta} < \infty$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{m, n}^{\beta}(f)_{p, F} (mn)^{-\beta} < \infty$$

если $2 \leq p < \infty$, то любое из двух условий

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (2^{m+n})^{1-\frac{\beta}{p}-\frac{\beta}{2}} F_p^{\beta}(f)_{m, n} < \infty$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{m, n}^{\beta}(f)_{p, F} (mn)^{\frac{\beta}{p}-\frac{\beta}{2}} < \infty$$

также вылечет сходимости ряда (1).

Список использованных источников

1. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов, В.А. Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения. – М.: Наука, 1987.
2. C.W. Onneweer and D.Waterman Uniform convergence of Fourier series on groups. //I Michigan . J. Math. , (18)1971, 265-273.
3. Волосивец С.С. Приближение функций ограниченной р-флуктуации полиномами по мультипликативным системам. // Analysis Mathematica, (21)1995, стр. 61-67.

ӘОЖ 517.946

ЕКІНШІ РЕТТІ БІР ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ ҚАЙТАРЫМДЫЛЫҒЫ ТУРАЛЫ

Ахметкалиева Р.Д.¹, Ертісхан А.²

akhmetkalieva_rd@enu.kz, anargul.ertskan@mail.ru

¹Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Іргелі математика кафедрасының аға оқытушысы

²Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ «6М060100-Математика» мамандығының
2-курс магистранты, Астана, Қазақстан

Көптеген практикалық есептер қасиеттері ізделінді шешімнің аралық (ортаңғы) туындысы бар мүшесінен тәуелді болатын эллиптикалық теңдеулерге алып келеді. Мұндай теңдеулер әдебиетте нұқсанды дифференциалдық теңдеулер деп аталады. Олардың қатарына, мысалы, аралық (ортаңғы) мүшесі бар және потенциалы төменнен шенелмеген Шредингер теңдеуі, еркін мүшесінің коэффициенті ізделінді функцияның туындысынан тәуелді болатын Кортвег де Фриз типті теңдеулер, сол сияқты, кедергісі жылдамдыққа пропорционал ортадағы тербелістің дифференциалдық теңдеуі жатады [1]. Нұқсанды дифференциалдық теңдеулер оларға сәйкес оператор симметриялы болған жағдайда [2-5] мақалаларында зерттелген. Бұл жұмыстарда оператордың өзіне-өзі түйінділігі, оның меншікті мәндерін бағалау, оның спектрінің құрылымын анықтау туралы есептер қарастырылған. Нұқсанды операторлардың табиғаты жартылай шенелген операторларға жақын бола бермейді, олардың қайтарымдылығы, оларға кері операторлардың компакттылығы, сонымен қатар, спектрлерінің құрылымы туралы басқа да мәселелер бүгінгі күнге дейін зерттелмеген. Нұқсанды оператордың қарапайым мысалы - «аралық» коэффициенттері өспелі бір өлшемді

$$ly = -y'' + r(x)y' + q(x)y, \quad x \in R,$$

түріндегі дифференциалдық оператор.

Нұқсанды l операторының спектрінің құрылымы жайлы мәселенің маңызды практикалық қолданылулары бар. l операторының симметриялы болмауы басқа мәселелермен қатар l операторының қайтарымдылығы туралы сұрақты да көтереді.

Айталық, l екі мәрте үзіліссіз дифференциалданатын және финитті функциялардың $C_0^{(2)}(R)$ жиынында анықталған

$$l_0 y = -y'' + r(x)y' + q(x)y$$

өрнегінің L_2 кеңістігіндегі тұйықталуы болсын. Мұндағы r үзіліссіз дифференциалданатын, ал $q \in L_{2,loc}(R)$.

$r = 0$ жағдайында l операторының L_2 кеңістігіндегі бөліктену мәселесі [6, 7] жұмыстарында, ал $q = 0$ болғанда [8] мақаласында қарастырылған.

Төмендегідей белгілеулер енгіземіз:

$$\alpha_{g,h}(t) = \|g\|_{L_2(0,t)} \|h^{-1}\|_{L_2(t,+\infty)} \quad (t > 0),$$