



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

$$\beta_{g,h}(\tau) = \|g\|_{L_2(\tau,0)} \|h^{-1}\|_{L_2(-\infty,\tau)} \quad (\tau < 0),$$

$$\gamma_{g,h} = \max \left(\sup_{t>0} \alpha_{g,h}(t), \sup_{\tau<0} \beta_{g,h}(\tau) \right),$$

мұндағы g және h - берілген функциялар.

Теорема. Айталық, r функциясы

$$r \in C_{loc}^{(1)}(R), \quad r \geq \delta > 0, \quad \gamma_{1,r} < \infty,$$

$$c^{-1} \leq \frac{r(x)}{r(\eta)} \leq c, \quad |x - \eta| \leq 1, \quad c > 1,$$

шарттарын, q функциясы

$$\gamma_{q,r} < 1$$

шартын қанағаттандырсын. Онда l операторы L_2 кеңістігінде қайтарымды болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГУ, 1999, 799 с.
2. Гасымов М.Г. О распределении собственных значений самосопряженных дифференциальных операторов // Докл.АН СССР, Т. 186, № 4, 1969, С. 753 - 756.
3. Костюченко А.Г. О некоторых спектральных свойствах дифференциальных операторов // Мат. Заметки, Т.1, №3, 1967, С. 365–378.
4. Костюченко А. Г., Саргсян И.С. Распределение собственных значений. – М.: Наука, 1979, 399 с.
5. Скачек Б.Я. Распределение собственных значений многомерных дифференциальных операторов // Функциональный анализ и его приложения, Т.9, № 1, 1975, С. 83-84.
6. Отелбаев М. О суммируемости с весом решения уравнения Штурма-Лиувилля // Математические заметки, Т.16, № 6, 1974, С. 969-980.
7. Скачек Б.Я. Распределение собственных значений многомерных дифференциальных операторов // Функциональный анализ и его приложения, Т.9, №1, 1975, С.83-84.
8. K.N. Ospanov, R.D. Akhmetkaliyeva, Separation and the existence theorem for second order nonlinear differential equation // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, **66**, 2012. P.1-12

ӘОЖ 512.55

ПОЛИНОМИАЛДЫ БЕЙНЕЛЕУ ЖӘНЕ УНИМОДУЛЯР ЖОЛ

Байменова Макпал

mako_bm86@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ «6М010900-Математика» мамандығының

магистранты, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекші – Ш.Ө.Абуталипова

k - өріс, $k[X] := k[X_1, \dots, X_n]$ - $X_1, \dots, X_n$ айнымалалрынан тәуелді көпмүшелер сақинасы болсын. Ал $F = (F_1, \dots, F_n): k^n \rightarrow k^n$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow (F_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, F_n(x_1, x_2, \dots, x_n))$$

түріндегі полиномиалды бейнелеу болсын. Мұндай полиномиалды бейнелеуді керіленетін деп атаймыз егер де $G = (G_1, G_2, \dots, G_n) : k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнелеуі табылып, $X_i = G_i(F_1, \dots, F_n)$, $1 \leq i \leq n$, болса. Енді бізге қажет бірнеше анықтамалар мен тұжырымдарды [1] еңбектен келтірейік.

Анықтама. Егер $F : k^n \rightarrow k^n$ керіленетін полиномиалды бейнелеу болса, онда $F_1, \dots, F_n$ жиынын $k[X]$ координаталық жүйесі деп атаймыз. Ал $f \in k[X]$ көпмүшелігін координата деп атаймыз егерде $F_2, \dots, F_n \in k[X]$ көпмүшеліктері табылып, $f, F_2, \dots, F_n \in k[X]$ координаталық жүйесі болса. Енді координаталық жүйенің бір қасиетін берейік.

Лемма. Егер $F : k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнелеу болса, онда F керіленуі үшін $k[X_1, \dots, X_n] = k[F_1, \dots, F_n]$ теңдігінің орындалуы қажетті және жеткілікті.

Сонымен бірге $JF(X) = \left(\frac{\partial F_i}{\partial X_j} \right)_{1 \leq i, j \leq n}$ арқылы F бейнелеуінің Якоби матрицасын

белгілейміз. Енді керілену проблемасына тоқталайық: « $F : k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнелеуінің керіленетінін не керіленбейтінін анықтауға болады ма?» Бұл проблеманың қажеттілік шарты мейлінше оңай тұжырымдалады. Алдымен F керіленетіндігінен $G(F(X)) = X$, мұндағы $X = (X_1, \dots, X_n)$, теңдігін аламыз, одан кейін тізбек ережесінен

$$JG(F(X))JF(X) = I.$$

Бұл теңдіктің екі жағынан да анықтауыш аламыз, яғни

$$\det JG(F(X)) \det JF(X) = 1.$$

Бұдан екі анықтауышта көпмүшелер болғандықтан, тек қана нөлден өзге тұрақты көпмүшелер ғана бұл теңдікті қанағаттандырады, яғни $JF \in k^*$. Сонымен, егер $F : k^n \rightarrow k^n$ керіленетін болса, онда $\det JF \in k^*$. Бұл шарт Якобиан шарты деп аталады.

Сонымен қатар Якобиан шартын қанағаттандыратын $F : k^n \rightarrow k^n$ берілген полиномиалды бейнелеуі Келлер бейнелеуі деп аталады. Келлер бейнелеуі керілене ме деген сұраққа әлі жауап табылған жоқ. Егер k - сипаттамасы $p > 0$ өріс болса, онда жауап теріс. Мысалы: $n=1$ және $F(X) = X - X^p \in k[X]$. Бұл жерде $\det JF = 1$, $F'(X) = 1 - px^{p-1} = 1$. F инъективті болмағандықтан ($F(0) = F(1) = 0$), оның кері бейнелеуі жоқ.

Енді k - сипаттамасы 0 тең өріс болсын, онда $n=1$ болғанда $F'(X) \in k^*$ шартынан $F(X) = \lambda X + \mu$ түрде болатындығы шығады, мұндағы $\lambda \in k^*$ және $\mu \in k$. Сол себепті F керіленеді және былай есептеледі:

$$G(X) = \lambda^{-1}X - \lambda^{-1}\mu,$$

$$G(F(X)) = G(\lambda X + \mu) = \lambda^{-1}(\lambda X + \mu) - \lambda^{-1}\mu = X,$$

яғни $n=1$ болған жағдайда $\det JF \in k^*$ шарты F -тің керіленуі үшін қажетті және жеткілікті шарт болып табылады. Алайда $n \geq 2$ болған жағдайда біз бұл тұжырымның дұрыс не теріс екенін білмейміз. Бұл проблема - әйгілі Якобиан гипотезасы.

k өрісінің орнына Z бүтін сандар сақинасын қарастырғанда жоғарыдағы проблемалардың аналогын 1939 жылы Келлер тұжырымдады [1]. Келлер проблемасының Якобиан гипотезасына эквивалент екенін аңғару қиын емес. Сондықтан да көптеген авторлар Якобиан гипотезасына Келлер проблемасы деп қарайды. Якобиан гипотезасы кейінірек Стив Смэйлдің «Келесі ғасырдың математикалық проблемалары» еңбегінде 18 ашық проблеманың 16-шысы болып кездеседі [2].

Біздің негізгі мақсатымыз – координатаның қарапайым қасиеті болатын келесі тұжырымды дәлелдеу.

Теорема. $f - k[X]$ - тің координатасы болса, онда $\frac{\partial f}{\partial X_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial X_n}$ унимодуляр жол болады, яғни $a_i \in k[X]$ табылып,

$$1 = a_1 \frac{\partial f}{\partial X_1} + a_2 \frac{\partial f}{\partial X_2} + \dots + a_n \frac{\partial f}{\partial X_n}$$

теңдігі орындалады.

Дәлелдеуі. $F = (f, F_2, \dots, F_n): k^n \rightarrow k^n$ керіленетін полиномиалды бейнелеу болсын, онда $f, F_2, \dots, F_n \in k[X]$ -тің координат жүйесі болады. $\det JF \in k^*$ шартынан

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial X_1} & \frac{\partial f}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial f}{\partial X_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial X_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_1} & \frac{\partial F_n}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial X_n} \end{vmatrix} = \alpha \in k^*$$

теңдігін аламыз. Енді теңдіктің сол жағындағы анықтауышты бірінші жолы бойынша жіктеп келесі өрнекті аламыз:

$$\frac{\partial f}{\partial X_1} \cdot g_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} \cdot g_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial X_n} \cdot g_n.$$

Ары қарай $\alpha^{-1} \cdot g_i = a_i$ деп алмастырсак, онда ізделінді теңдік шығады.

Осы дәлелдеген тұжырымға мысал ретінде келесі бейнелеуді қарастырайық. k - сипаттамасы 0-ге тең өріс, $F = (f, F_2): k^2 \rightarrow k^2$ бейнелеуі $f = X^n + X + Y$, $F_2 = X^n + Y$ көпмүшелерімен анықталатын болса, онда $G = (G_1, G_2) = (X - Y, Y - (X - Y)^n)$ кері полиномиалды бейнелеу және $f - k[X, Y]$ - тің координатасы болатындығына, ал $\frac{\partial f}{\partial X}, \frac{\partial f}{\partial Y}$ унимодуляр жол екендігіне көз жеткізу қиын емес.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Van den Essen A. Polynomial automorphisms and the Jacobian Conjecture. Progress in mathematics; Vol. 190. -Basel; Boston; Berlin: Birkhauser, 2000, p. 330
2. Smale S. Mathematical problems for the next century. Math. Intelligencer, 20(1998), №2, p. 7-15.

ӨОЖ 512.55

КӨП АЙНЫМАЛЫДАН ТӘУЕЛДІ КӨПМҮШЕЛІЛЕР САҚИНАСЫНДАҒЫ БӨЛУ АЛГОРИТМІ

Балабеков Мұса

musa_95.2012@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті механика-математика факультетінің
3-курс студенті, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі- Ш.Ө.Абуталипова

$k[x_1, \dots, x_n]$ - K өрісіндегі $x_1, \dots, x_n$ айнымалылардан тәуелді көпмүшелер сақинасы болсын. Біз бір айнымалыдан тәуелді көпмүшелер сақинасында бөлу алгоритімін білеміз [3]. Біздің мақсатымыз - $f \in k[x_1, \dots, x_n]$ көпмүшесін $f_1, \dots, f_n \in k[x_1, \dots, x_n]$ көпмүшелеріне бөлуді үйрену [1]. Яғни f -ті келесі түрде жазу: