ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л.Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY

ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2015» атты X Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ X Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS of the X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың Х Халық. ғыл. конф. = Х Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

мұндағы $B_k = \dfrac{1}{s(k)} \sum_{n=1}^{s(k)} a_n$.

Сондықтан

$$A_k \le c \cdot B_k \qquad (6)$$

5- теоремада дәлелдегеніміз бойынша

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))} \le c \cdot \sum_{k=1}^{\infty} B_k \qquad (7)$$

Теореманың шарты бойынша $p > 1$ болғандықтан, Гельдер теңсіздігі бойынша

$$B_k = \frac{1}{s(k)} \sum_{n=1}^{s(k)} a_n \le \frac{1}{s(k)} (\sum_{n=1}^{s(k)} a_n^p)^{\frac{1}{p}} (\sum_{n=1}^{s(k)} 1)^{1-\frac{1}{p}} = s(k)^{-\frac{1}{p}} \cdot (\sum_{n=1}^{s(k)} a_n^p)^{\frac{1}{p}} .$$

Сондықтан теореманың шарты бойынша қатар $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^p$ жинақты болғандықтан, $\exists c > 0$ табылып,

$$B_k \le c \cdot s(k)^{-\frac{1}{p}}, \ \forall k = 1,2,... \qquad (8)$$

Сонымен (7) және (8) формулалар бойынша

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))} \le c \cdot \sum_{k=1}^{\infty} s^{-\frac{1}{p}}(k).$$

Сондықтан (4) шарт бойынша

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))} \le +\infty .$$

Яғни 5- теорема бойынша қатар $\sum_{k=1}^{\infty} a_{s(k)}$ жинақты болады.

Теорема дәлелденді.

Егер $\{a_n\} \in RBVS$, онда 5 және 6 теоремалардан 3,4-теоремалар шығады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Темірғалиев Н. Математикалық анализ т.2. – Алматы: «Ана тілі», 1991
2. Leindler L. A new class of numerical sequences and its applications to sine and cosine series //Analysis Mathematica.2002, Vol. 28, p.279-286.
3. Естаев Д. Қатардың жинақталуының Коши белгісінің жалпы түрі.// Материалы научно-практ.конф. «Букетовские чтения – 2014», Т. – Қарағанды. – 2014 – С.100-102.
4. Leskela L., Stenlund M. A dilution test for the convergence of subseries of a monotone series //Journal of Classical Analysis.2012, Vol.1, p.17-22.
5. Болат А.Қ. Қатардың жинақталу белгілерінің жалпы түрлері.// Материалы научно-практ.конф. «Букетовские чтения – 2015», Т. – Қарағанды. – 2015 – С.142-144.

УДК 517

О ЧИСЛЕННОМ ИНТЕГРИРОВАНИИ ФУНКЦИЙ ИЗ КЛАССОВ УЛЬЯНОВА

Еркетаева Саягуль Болатовна

erketaeva_saya@mail.ru

Магистрант механика-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Е.Е.Нурмолдин

Основные исследования в задачах приближенных вычислений ведутся для классов функций конечной гладкости – это классы С.Л.Соболева, С.М.Никольского, О.В.Бесова и т.д.

Бесконечно гладким функциям посвящено сравнительно небольшое количество статей, где самые большие продвижения отмечены в школе С.Л.Соболева (см. [1]).

Насколько можно судить по доступной нам литературе (в их числе и по ссылкам в [1]), впервые задача приближенного интегрирования бесконечно дифференцируемых функций изучалась И.Ф.Шарыгиным [2] для функций из класса $A_s(h) \equiv U_s(\theta)$, состоящего из 1-периодических по каждой из s переменных функций $f(x) = f(x_1,...,x_s)$, тригонометрические коэффициенты Фурье

$$\hat{f}(m) = \hat{f}(m_1,...,m_s) = \int\limits_{[0,1]^s} f(x)e^{-2\pi i(m,x)}dx,$$

которых при всех $m \in Z^s$ удовлетворяют неравенству

$$\left|\hat{f}(m_1,...,m_s)\right| \le \theta^{(|m_1|+\cdots+|m_s|)},$$

где $\theta = e^{-h}$ $(h>0)$.

Всюду ниже будем пользоваться следующими обозначениями.

Если $\{A_N\}_{N-1}^{\infty}$ – последовательность положительных чисел и $\{B_N\}_{N-1}^{\infty}$ – числовая последовательность, то запись $B_N \underset{\alpha,\beta,...}{<<} A_N$ будет означать, что найдется постоянная $\tilde{n}(\alpha,\beta\ ...)$, для которой при каждом целом положительном N выполнено неравенство $|B_N| \le \tilde{n}(\alpha,\beta,...)A_N$. При положительных A_N и B_N запись $A_N \underset{\alpha,\beta,...}{\succ\prec} B_N$ означает $A_N \underset{\alpha,\beta,...}{<<} B_N \underset{\alpha,\beta,...}{<<} A_N$. И, наконец, $\{x\}$ – дробная часть числа *x*.

Как это было установлено в [2], справедлива

Теорема A (И.Ф.Шарыгин, 1963 г.). *Пусть даны числа* s $(s=1,2,...)$ *и* $0<\theta<1$. *Тогда для всех* $s \ge 1$ *и целых положительных* N *имеют место неравенства (оценки снизу)*

$$\inf_{b,\xi} \sup_{f\in U_s(\theta)} \left| \int\limits_{[0,1]^s} f(x)dx - \sum_{k=1}^{N} b_k f(\xi_k) \right| >> \theta^{\sqrt[s]{N\cdot s!}}, \tag{1}$$

где инфимум берется по всем системам весов $b=(b_1,...b_N)\in R^N$ *и всем системам узлов* $\xi=(\xi_1,...\xi_N)$ *из* $[0,1]^s$.

Далее, имеют место следующие оценки сверху:

при $s=2$ *и* $N=2n^2$ *(n=2,3, ...) выполнены неравенства*

$$\sup_{f\in U_2(\theta)} \left| \int\limits_{[0,1]^2} f(x)dx - \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{n-1}\left(f\left(\frac{j}{n};\frac{k}{n}\right) + f\left(\frac{j}{n}+\frac{1}{2n};\frac{k}{n}+\frac{1}{2n}\right)\right)\right| << \theta^{\sqrt{2N}} \tag{2}$$

и при $s\ge 3$ *для всех N выполнены неравенства*

$$\sup_{f\in U_s(\theta)} \left| \int\limits_{[0,1]^s} f(x)dx - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f\left(\left\{\frac{ka_1}{N}\right\},...\left\{\frac{ka_s}{N}\right\}\right)\right| \underset{s,\theta}{<<} \theta^{\sqrt[s]{\frac{N\,s!}{2^{s-1}}}}, \tag{3}$$

где $a_1 = a_1(N),\dots,a_s = a_s(N)$ *– соответствующий N набор целых положительных чисел.*

Как это видно из соотношений (1)-(3), оценки снизу (1) из [2] точны при всех $s=2$, в то время как оценки сверху в (3) допускают ошибку на множитель $\frac{1}{2^{1-\frac{1}{s}}}$ в показатели степени θ при всех $s \geq 3$.

П.Л.Ульяновым в [3] были установлены неулучшаемые связи между скоростью убывания коэффициентов Фурье функции одной переменной и скоростью роста ее производных.

На основе этих результатов П.Л.Ульянова [3], Н.Темиргалиевым в [4] были определены классы $U_s(\beta,\theta,\alpha;\psi)$ функций *f(x)=f(x₁,…,xₛ)*, 1-периодических по каждой из *s* (*s*=1,2,…) переменных и таких, что ($\overline{y} = \max\{|y|;1\}$):

$$\left|\hat{f}(m)\right| \leq \prod_{j=1}^{s} (\overline{m}_j)^{\beta_j}\, \theta_j^{\overline{m}_j^{\alpha_j^{-1}}}\, \psi_j(\overline{m}_j) \quad (m \in Z^s),$$

где $\beta = (\beta_1,\dots,\beta_s) \in R^s$, $\theta = (\theta_1,\dots,\theta_s) \in (0,1]^s$, $\alpha = (\alpha_1,\dots,\alpha_s)$ $\left(\alpha_j > 0\ (j=1,\dots,s)\right)$, $\psi = (\psi_1,\dots\psi_s)$ (здесь $\psi_j(x)$ (*j*=1,…,*s*) - медленно колеблющиеся положительные функции т.е. такие, что для всякого $\delta \neq 0$ величина $\lim\limits_{x\to\infty} x^{\delta}\psi_j(x)$ равно 0 или $+\infty$ смотря по тому $\delta<0$ или $\delta>0$) такие, что

$$\sum_{m\in Z^s} \prod_{j=1}^{s} \left(\overline{m}_j\right)^{\beta_j} \theta_j^{(\overline{m}_j)^{\alpha_j^{-1}}} \psi_j(\overline{m}_j) < +\infty.$$

Основной результат данной работы заключается в следующей теореме.

Теорема. *Пусть дано число* θ $(0<\theta<1)$. *Тогда*

$$\theta^{4\sqrt{\frac{N}{\pi}}+\frac{2}{\pi}N} << \inf_{b,\zeta} \sup_{f\in U_2\left((0,0),(\theta,\theta),(\frac{1}{2},\frac{1}{2}),(1,1)\right)} \left| \int_{[0,1]^2} f(x)dx - \sum_{k=1}^{N} b_k f\left(\zeta_k\right) \right| << \theta^N. \tag{4}$$

Здесь также оценки не являются точными, оценка снизу отличается от верхней оценки на множитель $\theta^{-\left(4\sqrt{\frac{N}{\pi}}+\frac{2N}{\pi}\left(1-\frac{\pi}{2}\right)\right)}$. Оценка сверху в (4) достигается на квадратурной формуле с прямоугольной сеткой и на квадратурной формуле из (2).

Список использованных источников

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. - М.: Наука, 1974.
2. Шарыгин И.Ф. Оценки снизу погрешности квадратурных формул на классах функций

// Журн. выч. матем. и матем. физ.-1963.-Т.3.-С.370-376.
3. Ульянов П.Л. О классах бесконечно дифференцируемых функций // Матем.сб. - 1990.-Т.181, №5.-С.589-609.
4. Темиргалиев Н. Классы $U_s(\beta,\theta,\alpha;\psi)$ и квадратурные формулы // Докл. РАН. 2003. Т. 393. № 5. С. 605-608.

УДК 517.9

ОЦЕНКА БЫСТРОТЫ СХОДИМОСТИ ПРОЦЕССА ШВАРЦА ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО АНАЛОГА УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Есенбеков Болат Талғатұлы
ebtmath@mail.ru
магистрант ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Базарбеков А.Б.

Сходимость процесса Шварца для весьма общего обыкновенного дифференциального уравнения. Мы рассмотрим одномерный аналог уравнения Гельмгольца

$$y'' - k^2 y = f(x), \tag{1}$$

где $k = const \neq 0$ и рассмотрим для него краевую задачу первого рода

$$y(a) = A,\ y(b) = B, \tag{2}$$

здесь a, b, A, B - заданные числа, где $a < b$ и $f(x) \in C[a, b]$ - заданная функция. Функция Грина задачи (1.2.1), (1.2.2) имеет вид [43]

$$G(x, \xi) = \frac{1}{k\ sh k\ (b-a)} \begin{cases} sh k\ (\xi - b)\cdot sh k\ (x-a), & a \le x \le \xi, \\ sh k\ (\xi - a)\cdot sh k\ (x-b), & \xi \le x \le b. \end{cases}$$

Следовательно, единственное решение
$y(x) \in C^2[a, b]$ краевой задачи (1), (2) запишется в виде

$$y(x) = A\frac{sh k\ (x-b)}{sh k\ (a-b)} + B\frac{sh\ k\ (x-a)}{sh\ k\ (b-a)} +$$

$$+\frac{sh\ k\ (x-b)}{k\ sh\ k\ (b-a)}\int_a^x sh\ k\ (\xi - a)\ f(\xi)\,d\xi + \frac{sh\ k\ (x-a)}{k\ sh\ k\ (b-a)}\int_x^b sh\ k\ (\xi - b)\ f(\xi)\,d\xi. \tag{3}$$

Пусть c и d - два числа, удовлетворяющие неравенствам $a < c < d < b$.
С помощью формул

$$-u''_{i+1} + q(x)u_{i+1} = f(x), \quad x \in (a, d),$$
$$u_{i+1}(a) = A,\ u_{i+1}(d) = v_i(d) \tag{*}$$

и

$$-v''_{i+1} + q(x)v_{i+1} = f(x), \quad x \in (c, b),$$
$$v_{i+1}(c) = u_{i+1}(c),\ v_{i+1}(b) = B, \tag{*'}$$

предыдущего параграфа построим альтернирующий процесс Шварца для уравнения (1) и установим быстроту сходимости этого процесса.