



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

Закон изменения толщины пластинки в принципе можно задать произвольно, но в нашей работе для простоты он принят как

$$\text{а) } h = \text{const}, \quad \text{б) } h = 1 - \alpha y, \quad \text{в) } h(x, y) = [n+4(m-n)x(1-x)][n+4(m-n)y(1-y)]$$

Рассматриваются свободные колебания изотропной ($D_{ij}=D$) квадратной пластинки постоянной толщины при девяти возможных колебаниях заземления, шарнирного оперения и свободных сторон. Сравнительный анализ частоты основного тона, с имеющимися точными и приближёнными решениями [3.4] показал, что максимальная погрешность предложенного метода для всех рассмотренных граничных условиях составляет доли процента.

Список использованных источников

1. Гонткевич В.С. Собственные колебания пластин и оболочек. Киев: Наука думка, 1964г 587с
2. Григоренко Я.М., Беспалова Е.И., Китайгорский А.Б., Шинкарь А.И. Свободные колебания элементов оболочечных конструкций. Киев, Наукова думка 1986г 171с
3. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. М.,Машиностроение 1970г 733с
4. Пшеничных Г.И., Скориков А.В. Свободные колебания ортотропной прямоугольной пластины с упругим контуром. Известия РАН, МТТ, №2; 1992г с166-169.
5. Бадалов Ф.Б. Проблема математического моделирования и метода решения начально-краевых задач наследственно-деформируемых систем. Вестник ТашГТУ. №1 1993г с10-17.
6. Крыско В.А., Криченко В.Ф. Метод вариационной итерации в теории пластин и его обоснование. ПМ. 1981г Т.16, №4 с71-76.
7. Бадалов Ф.Б., Ахмедов А.Б., Тайлаков Н.И. Резонансные явления при кинематическом возбуждении консольных вязкоупругих элементов конструкций. ПМ. 1991г Т-27, №6, с115-120.
8. Саркисян В.С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Ереван. 1976. 533с.

УДК 531.383

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ГИРОВЕРТИКАЛИ С РАДИАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ СОБСТВЕННОМ КИНЕТИЧЕСКОМ МОМЕНТЕ

Алимжанов Дархан Аманжолович

darkhan.alimzhanov@nu.edu.kz

Магистрант кафедры Механика ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – М.Ә. Берсүгір

Гировертикаль с радиальной коррекцией имеет распространение в авиации в качестве бортового указателя горизонта и представляет собой совокупность взаимодействующих между собой трех тел: ротора, внутреннего кольца, внешнего кольца (рис. 1).

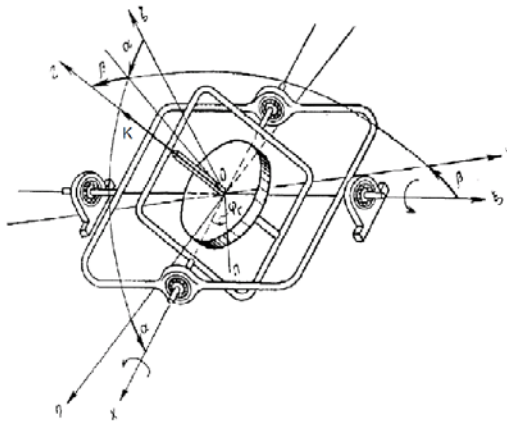


Рисунок 1 – Гироскоп в кардановом подвесе

Основным назначением таких приборов, как гироскоп направления, гироскопический компас, гироскопическая вертикаль, является выработка определенного направления в пространстве, указываемого осью фигуры быстровращающегося симметричного гироскопа.

Следует отметить, что аппарат классических углов Эйлера ψ , ϑ и φ оказывается, в общем, малоудобным для анализа большинства гироскопических приборов. Это связано с тем, что малым движением самой оси фигуры нельзя поставить в соответствие также два малых угла из совокупности углов ψ , ϑ и φ . Неудобство применения динамических уравнений для прикладных целей состоит, в частности, в том, что оси X , Y , Z , связанные с телом, очень быстро изменяют свое положение в пространстве при больших скоростях вращения тела. Это затрудняет отражение в уравнениях движения действия различного рода корректирующих и управляющих моментов, формирующихся, как правило, относительно физических осей подвеса прибора.

Исследуем дифференциальные уравнения гировертикали с радиальной коррекцией при переменном собственном кинетическом моменте ротора, где кроме коррекционных моментов M_k имеет место маятниковые моменты, обусловленные смещением центра масс гироскопа на величину l в сторону отрицательной оси z .

Дифференциальные уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} -A\ddot{\beta} + K\dot{\alpha} &= Pl\beta - M_k\alpha, \\ A\ddot{\alpha} + K\dot{\beta} &= -Pl\alpha - (M_k + \dot{K})\beta, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{K} = M_z,$$

где α , β – углы поворота наружной и внутренней рамки гироскопа; K – собственный кинетический момент гировертикали; M_k – момент коррекций; P – вес гироскопа; l – смещение центра масс гироскопа в сторону отрицательной оси z .

Примем следующие начальные условия движения

$$t = 0: \quad \alpha = \alpha_0; \quad \dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0; \quad (2)$$

$$\beta = \beta_0; \quad \dot{\beta} = \dot{\beta}_0. \quad (3)$$

Решение задачи о движении гировертикали с радиальной коррекцией при переменной скорости собственного вращения без учета инерционности методом последовательных приближений и приближенном учете формулы изменения собственного кинетического момента получено В.Н. Кошляковым [1].

Полагая в уравнениях (1) инерционные члены малыми, будем иметь

$$\ddot{\beta} + 2 \frac{M_k + \dot{K}}{K} \dot{\beta} + \frac{K\ddot{K} + M_k(\dot{K} + M_k) + (Pl)^2}{K^2} \beta = 0. \quad (4)$$

В последнем уравнении можно избавиться от члена с первой производной угла β надлежащей заменой искомой функции. Полагая

$$\beta = uv, \quad (5)$$

для функции v будем иметь уравнение

$$\ddot{v} + \left(\frac{Pl}{K(t)} \right)^2 v = 0, \quad (6)$$

если u определяется выражением

$$u = \frac{K_0}{K} \exp \left(-M_k \int_0^t \frac{d\tau}{K(\tau)} \right). \quad (7)$$

Метод частичной дискретизации нелинейных дифференциальных уравнений [2] приводит дифференциальное уравнение (6) к следующему виду

$$\ddot{v}(t) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K(t_i)} \right)^2 v(t_i) \delta(t - t_i) - \left(\frac{Pl}{K(t_{i+1})} \right)^2 v(t_{i+1}) \delta(t - t_{i+1}) \right], \quad (8)$$

где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака.

Общее решение уравнения (8) имеет выражение

$$v(t) = C_2 + C_1 t - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K(t_i)} \right)^2 v(t_i) (t - t_i) H(t - t_i) - \right. \\ \left. - \left(\frac{Pl}{K(t_{i+1})} \right)^2 v(t_{i+1}) (t - t_{i+1}) H(t - t_{i+1}) \right], \quad (9)$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда; C_1 и C_2 – произвольные постоянные интегрирования.

С учетом начальных условий (3) имеем

$$\begin{aligned} \nu(t) = & \beta_0 + \left(\dot{\beta}_0 + \frac{\beta_0(M_k + \dot{K}(0))}{K_0} \right) t - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K(t_i)} \right)^2 \nu(t_i) \times \right. \\ & \left. \times (t - t_i) H(t - t_i) - \left(\frac{Pl}{K(t_{i+1})} \right)^2 \nu(t_{i+1}) (t - t_{i+1}) H(t - t_{i+1}) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

В соответствии с (10) для первых начальных точек интегральной кривой получим аналитические выражения

$$\begin{aligned} \nu(t_1) &= \beta_0 + \left(\dot{\beta}_0 + \frac{\beta_0(M_k + \dot{K}(0))}{K_0} \right) t_1, \\ \nu(t_2) &= \beta_0 + \left(\dot{\beta}_0 + \frac{\beta_0(M_k + \dot{K}(0))}{K_0} \right) t_2 - \frac{1}{2} (t_1 + t_2) \left(\frac{Pl}{K(t_1)} \right)^2 \nu(t_1) (t_2 - t_1), \\ \nu(t_3) &= \beta_0 + \left(\dot{\beta}_0 + \frac{\beta_0(M_k + \dot{K}(0))}{K_0} \right) t_3 - \frac{1}{2} (t_1 + t_2) \left[\left(\frac{Pl}{K(t_1)} \right)^2 \nu(t_1) (t_3 - t_1) - \right. \\ & \left. - \left(\frac{Pl}{K(t_2)} \right)^2 \nu(t_2) (t_3 - t_2) \right] - \frac{1}{2} (t_2 + t_3) \left[\left(\frac{Pl}{K(t_2)} \right)^2 \nu(t_2) (t_3 - t_2). \right. \end{aligned}$$

Далее, пользуясь методом математической индукции построим выражения искомой функции в произвольной точке t_i ($i = \overline{1, n}$)

$$\begin{aligned} \nu(t_i) = & \beta_0 + \left(\dot{\beta}_0 + \frac{\beta_0(M_k + \dot{K}(0))}{K_0} \right) t_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} (t_j + t_{j+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K(t_j)} \right)^2 \times \right. \\ & \left. \times \nu(t_j) (t_i - t_j) - \left(\frac{Pl}{K(t_{j+1})} \right)^2 \nu(t_{j+1}) (t_i - t_{j+1}) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Следовательно, решение задачи (4)-(3) примет окончательное выражение

$$\beta(t) = \frac{K_0}{K(t)} \exp \left[-M_k \int_0^t \frac{d\tau}{K(\tau)} \right] \left\{ \beta_0 + \left(\dot{\beta}_0 + \frac{\beta_0 (M_k + \dot{K}(0))}{K_0} \right) t - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K(t_i)} \right)^2 v(t_i)(t - t_i) H(t - t_i) - \left(\frac{Pl}{K(t_{i+1})} \right)^2 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times v(t_{i+1})(t - t_{i+1}) H(t - t_{i+1}) \right] \right\}. \quad (12)$$

В качестве примера, на рисунке 2 приведен график изменения угла поворота внутренней рамки гироскопа при гармоническом законе изменения кинетического момента.

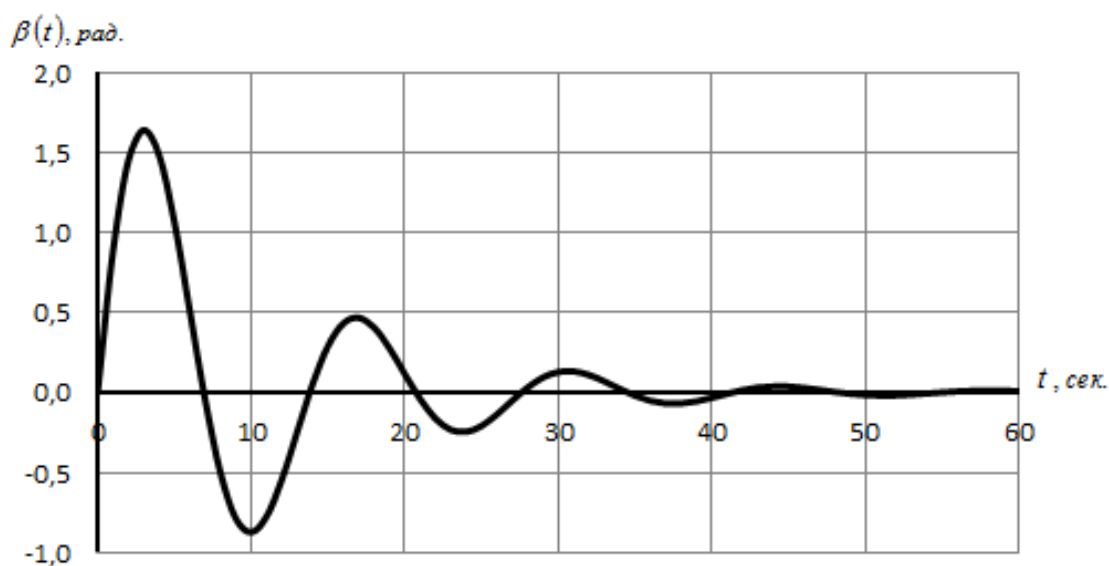


Рисунок 2 – График изменения угла поворота β внутренней рамки, для значений параметров $K = K_0 + k \cos pt$, $M_k = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $P = 10 \text{ Н}$, $l = 0,5 \text{ м}$, $K_0 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$, $p = 0,01$, $k = 1$.

Метод частичной дискретизации нелинейных дифференциальных уравнений позволяет получить решение задачи практически для любого закона изменения кинетического момента.

Список использованных источников

1. Кошляков В.Н. Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов: Аналитические методы. – М.: Наука, 1985, – 286 с.
2. Тюреходжаев А.Н., Берсугир М.А., Маматова Г.У. О движении гироскопа в сопротивляющейся среде // Материалы Международной научной конференции «Современные технологии и управление качеством в образовании, науке и производстве: опыт адаптации и внедрения». – Бишкек, 2001. – Ч.1. – С.160-164.

УДК 519.688

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ОТКРЫТОМ КАНАЛЕ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА OPENFOAM