



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ОДИНОЧНОЙ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ В ГИДРОЦИКЛОННОЙ КАМЕРЕ

¹Баймуратов Мухтар, ²Кожаканов Жусипбек

murat0493@mail.ru

¹Студент 4-курса кафедры «Механика» ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана

²Магистрант кафедры «Механика» ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Касабеков М.И.

На частицу массой m , движущуюся в жидкости с ускорением $\frac{d\vec{u}}{dt}$, действуют силы: сила тяжести $\vec{G}$, сила сопротивления $\vec{S}$, сила давления $\vec{P}$ и кориолисова сила инерции $\vec{F}_c$, т.е.

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{G} + \vec{S} + \vec{P} + \vec{F}_c \quad (1)$$

Выясним направления и модули действующих сил. Исследованиями установлено, что гидроциклоны могут успешно работать не только в вертикальном положении с песковым отверстием вниз, но и при горизонтальном, наклонном расположении к горизонту, а также при установлении его вертикально устьем конуса вверх. Во всех этих случаях сила тяжести частиц направлена строго вниз по отвесу. Поэтому, направляя единичные орты $\vec{k}_r, \vec{k}_\epsilon, \vec{k}_z$ соответственно осям цилиндрической системы координат r, ϵ и z , напомним вектор силы тяжести

$$\begin{aligned} \vec{G} &= \\ &= A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z) \vec{k}_r + A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \sin(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z) \vec{k}_\epsilon + A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_z) \vec{k}_z \end{aligned} \quad (2)$$

В проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned} G_r &= A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z), \\ G_\epsilon &= A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \sin(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z) \\ G_z &= A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_z) \end{aligned} \quad (3)$$

где A_1 - коэффициент, характеризующий форму объема, для шара,

$$A_1 = \frac{\pi}{6};$$

d - диаметр частицы; γ_T - удельный вес твердой частицы; $\gamma_{ж}$ - удельный вес жидкости.

В правомерности (3) нетрудно убедиться. Например, для гидроциклонов, расположенных вертикально песковым отверстием вниз, $\sin(\vec{G}, \vec{k}_z) = 0$, $\cos(\vec{G}, \vec{k}_z) = 1$, поэтому

$$G_z = A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \quad (4)$$

Для этого случая не будет ошибкой, если написать

$$G = A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \vec{k} \quad (5)$$

Если гидроциклон расположен горизонтально, то для всех твердых частиц $\sin(\vec{G}, \vec{k}_z) = 1$, $\cos(\vec{G}, \vec{k}_z) = 0$ и $\vec{G} = A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_r) \vec{k}_r + A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \sin(\vec{G}, \vec{k}_r) \vec{k}_\epsilon$ Или в проекциях на радиальное и касательное направления

$$\begin{aligned} G_r &= A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_r), \\ G_\epsilon &= A_1(\gamma_T - \gamma_{ж})d^3 \sin(\vec{G}, \vec{k}_r) \end{aligned} \quad (6)$$

Перепад давления в пределах частицы произвольной формы можно принять

$$\vec{P} = -\overrightarrow{\text{grad}P} \cdot A_1 d^3$$

Или

$$\vec{P} = -\left(\frac{\partial P}{\partial r} \vec{k}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k}_z\right) A_1 d^3 \quad (7)$$

Сила сопротивления потока движению твердой частицы определяется зависимостью

$$\vec{S} = -A_2 C_f d^2 \frac{\rho_{\text{ж}} \vec{U}_0^2}{2} \vec{\tau} \quad (8)$$

Здесь C_f – коэффициент лобового сопротивления; A_2 – коэффициент, учитывающий форму площади, для шара $A_2 = \frac{\pi}{4}$; $\vec{U}_0^2$ – вектор относительной скорости частицы;

$$\vec{U}_0 = \left(\vec{\vartheta} - \vec{U}\right) + (\vec{\vartheta}' - \vec{U}'); \quad (9)$$

$\vec{\vartheta}, \vec{U}$ – векторы осредненной скорости жидкости и твердой частицы;

$\vec{\vartheta}', \vec{U}'$ – векторы пульсационных составляющих. С учетом выражения (9)

$$\vec{S} = -A_2 C_f d^2 \rho_{\text{ж}} \frac{\left[\left(\vec{\vartheta} - \vec{U}\right) + (\vec{\vartheta}' - \vec{U}')\right]^2}{2} \vec{\tau} \quad (10)$$

Осреднение этого выражения дает

$$\vec{S} = -k A_2 C_f d^2 \rho_{\text{ж}} \frac{\left(\vec{\vartheta} - \vec{U}\right)^2}{2} \vec{\tau} \quad (11)$$

Где k – коэффициент, учитывающий влияние турбулентности потока на силу сопротивления.

Итак,

$$\vec{S} = -k A_2 C_f d^2 \rho_{\text{ж}} \left[\frac{(\overline{\vartheta}_r - \overline{U}_r)^2}{2} \vec{k}_r - \frac{(\overline{\vartheta}_\varepsilon - \overline{U}_\varepsilon)^2}{2} \vec{k}_\varepsilon - \frac{(\overline{\vartheta}_z - \overline{U}_z)^2}{2} \vec{k}_z \right]. \quad (12)$$

Кориолисова сила выражается формулой

$$\vec{F}_c = -2(\vec{\omega} \times \vec{u}_0) \quad (13)$$

или

$$\begin{aligned} \vec{F}_c &= \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\varepsilon & \vec{k}_z \\ \omega_r & \omega_\varepsilon & \omega_z \\ U_{or} & U_{o\varepsilon} & U_{oz} \end{vmatrix} \\ &= 2m[(\omega_\varepsilon U_{oz} - \omega_z U_{o\varepsilon}) \vec{k}_r + (\omega_z U_{or} - \omega_r U_{oz}) \vec{k}_\varepsilon + (\omega_r U_{o\varepsilon} - \omega_\varepsilon U_{or}) \vec{k}_z] \quad (14) \end{aligned}$$

Заметив, что в гидроциклоне $\omega_r, \omega_\varepsilon$ незначительны по сравнению с ω_z ($\omega_z \neq 0, \omega_r \cong 0, \omega_\varepsilon \cong 0$), то можно написать $a_{c_r} = -2\omega_z U_{o\varepsilon}$ и $a_{c_\varepsilon} = -2\omega_z U_{or}$. Откуда $a_c = 2\omega \vec{u}_{r\varepsilon}$; где $u_{r\varepsilon} = \sqrt{u_{or}^2 - u_{o\varepsilon}^2} = u_0 \sin(\vec{\omega}, \vec{u}_0)$. Поэтому в первом приближении для модуля кориолисовой силы имеем

$$F = 2m\omega u_0 \sin(\vec{\omega}, \vec{u}_0) \quad (15)$$

В гидроциклоне относительные скорости частиц по радиусу направлены как в сторону оси вращения, так и в сторону стенки аппарата. Частицы размером $\delta_i > d$ имеют относительные скорости, направленные к стенке. Согласно правилу векторного произведения и правилу Н.Е. Жуковского (рис.1), кориолисово ускорение направлено по ходу вращения жидкости в аппарате. Частицы $\delta_i < d$ имеют относительные скорости, направленные к оси потока, и кориолисово ускорение в этом случае направлено против хода вращения жидкости. Таким образом, кориолисова сила действует в плоскости, перпендикулярной к динамической оси потока, ускоряя вращательное движение частиц размером $\delta_i < d$ и оказывая тормозящее действие на частицы диаметром $\delta_i > d$.

Следует заметить, что действие кориолисовой силы на граничные частицы равно нулю. Изменение направления продольной скорости по радиусу гидроциклона не влияет на кориолисово ускорение.

Итак, подставляя (2), (7), (13), (14) в исходное уравнение (1), имеем

$$\begin{aligned}
m \frac{d\vec{U}}{dt} &= m \left\{ \left(\frac{dU_r}{dt} - \frac{U_\varepsilon^2}{r} \right) \vec{k}_r + \left[\frac{1}{r} \frac{d(rU_\varepsilon)}{dt} \right] \vec{k}_\varepsilon + \frac{dU_z}{dt} \vec{k}_z \right\} = \\
&= A_1(\gamma_T - \gamma_{\text{ж}})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z) \vec{k}_r + A_1(\gamma_T - \gamma_{\text{ж}})d^3 \sin(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z) \vec{k}_\varepsilon + \\
&+ A_1(\gamma_T - \gamma_{\text{ж}})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_z) \vec{k}_z - \left(\frac{\partial P}{\partial r} \vec{k}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \varepsilon} \vec{k}_\varepsilon + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k}_z \right) A_1 d^3 - kA_2 C_f \rho_{\text{ж}} d^2 \left[\frac{(\overline{\vartheta_r} - \overline{U_r})^2}{2} \vec{k}_r - \right. \\
&\left. \frac{(\overline{\vartheta_\varepsilon} - \overline{U_\varepsilon})^2}{2} \vec{k}_\varepsilon - \frac{(\overline{\vartheta_z} - \overline{U_z})^2}{2} \vec{k}_z \right] - \\
&2m[(\omega_\varepsilon U_{oz} - \omega_z U_{o\varepsilon}) \vec{k}_r + (\omega_z U_{or} - \omega_r U_{oz}) \vec{k}_\varepsilon + (\omega_r U_{o\varepsilon} - \omega_\varepsilon U_{or}) \vec{k}_z] \quad (16)
\end{aligned}$$

Уравнение (16) по осям координат имеет вид

$$\begin{aligned}
m \left(\frac{dU_r}{dt} - \frac{U_\varepsilon^2}{r} \right) &= \\
&= -\frac{\partial P}{\partial r} A_1 d^3 - kA_2 C_f \rho_{\text{ж}} d^2 \frac{(\overline{\vartheta_r} - \overline{U_r})^2}{2} + A_1(\gamma_T - \gamma_{\text{ж}})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z) - \\
&- 2m(\omega_\varepsilon U_{oz} - \omega_z U_{o\varepsilon}); \\
\frac{m}{r} \frac{d(rU_\varepsilon)}{dt} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \varepsilon} A_1 d^3 - kA_2 C_f \rho_{\text{ж}} d^2 \frac{(\overline{\vartheta_\varepsilon} - \overline{U_\varepsilon})^2}{2} + A_1(\gamma_T - \gamma_{\text{ж}})d^3 \sin(\vec{G}, \vec{k}_r) \sin(\vec{G}, \vec{k}_z); \\
m \frac{dU_z}{dz} &= -\frac{\partial P}{\partial z} A_1 d^3 - kA_2 C_f \rho_{\text{ж}} d^2 \frac{(\overline{\vartheta_z} - \overline{U_z})^2}{2} + A_1(\gamma_T - \gamma_{\text{ж}})d^3 \cos(\vec{G}, \vec{k}_z) \\
&- 2m(\omega_r U_{o\varepsilon} - \omega_\varepsilon U_{or}) \quad (17)
\end{aligned}$$

Система дифференциальных уравнений (17) полностью описывает движения твердых частиц в гидроциклоне при любом его расположении в пространстве. Движения дисперсных частиц в гидроциклонах, установленных вертикально устьем конуса вниз и вверх, а также в наклонных и горизонтальных гидроциклонах, описываются

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho_{\text{ж}} \frac{U_{\varepsilon}^2}{r}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial \varepsilon} = 0 \quad \text{и} \quad 2m\omega u_0 = 0$$

Тогда

$$\begin{aligned} m \left(\frac{dU_r}{dt} - \frac{U_{\varepsilon}^2}{r} \right) &= m \frac{U_{\varepsilon}^2}{r} - 3\pi\mu d u_{or} - A_1 d^3 \rho_{\text{ж}} \frac{U_{\varepsilon}^2}{r}, \\ \frac{m}{r} \frac{d(rU_{\varepsilon})}{dt} &= -3\pi\mu d u_{o\varepsilon}; \\ m \frac{dU_z}{dz} &= A_1 (\gamma_{\text{т}} - \gamma_{\text{ж}}) d^3 - 3\pi\mu d u_{oz} \end{aligned} \quad (19)$$

Разделив обе части каждого уравнения на $m = A_1 \rho_{\text{т}} d^3$, имеем

$$\begin{cases} \frac{dU_r}{dt} = \frac{U_{\varepsilon}^2}{r} - \frac{3\pi\mu d}{m} u_{or} - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{т}}} \frac{U_{\varepsilon}^2}{r}; \\ \frac{1}{r} \frac{d(rU_{\varepsilon})}{dt} = \frac{-3\pi\mu d}{m} u_{o\varepsilon}; \\ \frac{dU_z}{dz} = g \frac{\Delta\rho}{\rho_{\text{т}}} - \frac{3\pi\mu d}{m} u_{oz} \end{cases} \quad (20)$$

Уравнения (20) послужили основой для исследования движения твердых частиц в работах [1, 2].

Считая, что твердая частица в радиальном направлении перемещается как бы в неподвижной жидкости с постоянной скоростью U_r ($\frac{dU_r}{dt} = 0$), из первого уравнения системы (20) можно получить равенство

$$\frac{\pi d^3 (\gamma_{\text{т}} - \gamma_{\text{ж}})}{6gr} \vartheta_{\varepsilon}^2 = \frac{\pi d^2 \gamma_{\text{ж}} \vartheta_{\text{т}}^2}{12g} + 3\pi\mu d \vartheta_r$$

Список использованных источников

1. Акопов М.Г. Основы обогащения углей в гидроциклонах. – М., 1967, 178с.
2. Мустафаев А.М., Гутман Б.М. Гидроциклоны в нефтедобывающей промышленности. – М., 1981, 260 с.

ӘОЖ 532.5

БӨГЕТСІЗ ГЭС-ТЕРДЕ ҚОЛДАНЫЛАТЫН БІР БАҒЫТТАҒЫ АҒЫС ГИДРОТУРБИНАСЫНЫҢ ТИІМДІ ПАРАМЕТРЛЕРІН ЗЕРТТЕУ

Босинов Данияр Жумадилович

dansho.91@mail.ru

әл-Фараби атындағы ҚазҰУ механика – математика факультетінің, механика
мамандығының 2-курс магистранты, Алматы, Қазақстан
Ғылыми жетекші – Туралина Д.Е.

Кіріспе

Бұл мақалада бөгетсіз ГЭС-терге арналған бір бағыттағы ағыс гидротурбинасының тиімді параметрлерін анықтау мақсатында жүргізілген теориялық және тәжірибелік зерттеулер нәтижесі баяндалады. Теориялық және тәжірибелік зерттеулер жүргізудің мақсаты гидротурбинаның электр қуатын өндіруін арттыру болып табылады. Теориялық зерттеулер нәтижесінде гидротурбина роторында орналастырылатын қалақшалардың саны есептелінді. Қалақшалардың санына байланысты қалақшалардың қалыңдықтары анықталынды. Гидротурбина роторында орналастырылатын қалақшалардың әр түрлі пішіндері COMSOL Multiphysics бағдарламасында салынып, солардың ішіндегі ең тиімдісі