



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

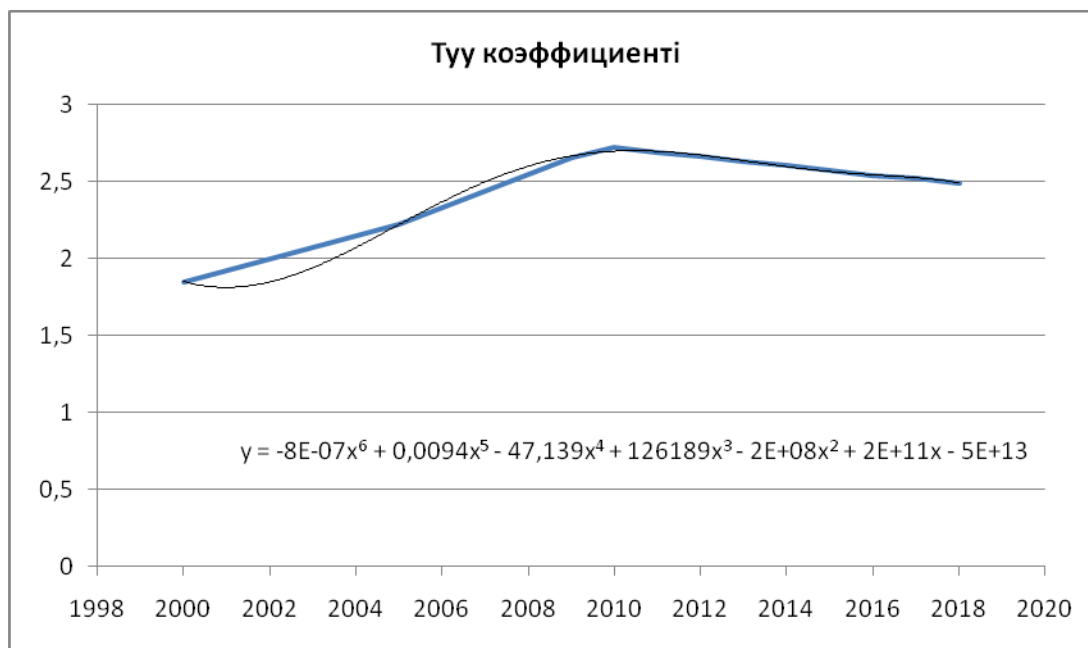
В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

жылдар	2000	2005	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Туу коэффициенті	1,85	2,22	2,65	2,72	2,69	2,66	2,63	2,6	2,57	2,54	2,52	2,49
жылдар	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
Туу коэффициенті	2,47	2,45	2,66	2,77	2,765	2,735	2,705	2,675	2,648	2,62	2,595	2,573



2 сурет - туу коэффициентінің тендеуі

Жоғарыда айтылғандай когорталық компонентті әдістің ерекшелігі, тек қана жалпы халықтың саны емес келесі қасиеттері бойынша халықтың санын (компонент көшіп-қону сияқты) береді:

- Жынысы бойынша ;
- Жасына байланысты ;
- ауылдық және қала халықтың саны.

Бұл әдісте елдің кеткен мен келгендердің санының айырмашылығын білдіреді, келесі кезеңнің жұмысында туу коэффициенті арқылы туу факторына байланысты миграция функциясын түсіндіру жоспарланады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Борисов В.А. Демография. Учебное пособие. М., 2001
2. Денисенко М.Б., Калмыкова Н.М. Демография. Учебное пособие. М., 2007
3. Елисеева И.И. Демография и статистика населения. М., 2006
4. Медков В.М. Демография. 2003, 2007
5. Харченко Л.П. Демография. Учеб. пособие. М., Омега-Л, 2006

УДК 517.95; 519.63

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННОГО (3+1)-МЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАНДАУ-ЛИФШИЦА

Кулбатырова Айдана, Кылышбаев Кайсар

aidana261@mail.ru, kason_kz@mail.ru

Магистранты 2-курса специальности «Математическое и компьютерное моделирование» ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Г.Н. Нугманова

Объектом нашего изучения является (3+1)-мерное обобщенное уравнение Ландау-Лифшица (ОУЛЛ) [1-2], заданное в компонентах спинного вектора $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3)$:

$$\begin{aligned} iS_t^+ &= S^+ S_{3xx} - S_{xx}^+ S_3 + S^+ S_{3yy} - S_{yy}^+ S_3 + S^+ S_{3zz} - S_{zz}^+ S_3 - uS^+, \\ iS_t^- &= S_{xx}^- S_3 - S_{xx}^- S_3 + S_{yy}^- S_3 - S_{yy}^- S_3 + S_{zz}^- S_3 - S_{zz}^- S_3 + uS^-, \\ 2iS_{3t} &= S_{xx}^+ S^- - S^+ S_{xx}^- + S_{yy}^+ S^- - S^+ S_{yy}^- + S_{zz}^+ S^- - S^+ S_{zz}^- + uS_3. \end{aligned} \quad (1)$$

где $S^\pm = S_1 \pm iS_2$, $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$.

Цель работы - прямым методом Хироты построить элементарные возбуждения солитонного типа для (3+1)-мерного ОУЛЛ (1) и изучить их взаимодействия.

Основные результаты наших исследований приведем в виде утверждений без доказательств.

Утверждение 1. В терминах стереографической проекции [3]

$$S^+ = \frac{2\omega}{1+|\omega|^2}, \quad S_3 = \frac{1-|\omega|^2}{1+|\omega|^2}$$

система уравнений (1) примет вид

$$i\omega_t + \omega_{xx} + \omega_{yy} + \omega_{zz} - \frac{2\omega^*}{1+|\omega|^2}(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) + u\omega = 0. \quad (2)$$

Утверждение 2. Билинейная форма уравнения (1) имеет вид

$$(iD_t - D_x^2 - D_y^2 - D_z^2)(f^* \cdot g) = 0, \quad (3a)$$

$$(iD_t + D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)(f \cdot g^*) = 0, \quad (3b)$$

$$(iD_t - D_x^2 - D_y^2 - D_z^2)(f^* \cdot f - g^* \cdot g) = 0, \quad (3c)$$

$$\begin{aligned} u = & \frac{2}{fg(f^*f + g^*g)} \{ [D_x(f^*f + g^*g)] \cdot [D_x(f \cdot g)] + \\ & + [D_y(f^*f + g^*g)] \cdot [D_y(f \cdot g)] + [D_z(f^*f + g^*g)] \cdot [D_z(f \cdot g)] \}. \end{aligned} \quad (3d)$$

Для доказательства утверждения 2, вместо ω в уравнении (2) подставляем соотношение комплексных функции $\frac{g}{f}$; вычисляем все необходимые частные производные; применяя свойства операторов Хироты для (3+1)-мерного случая [4], получим билинейную форму в виде (3).

Билинейная форма (3) дает нам возможность построить различные динамические решения уравнения (1).

Точные динамические солитонные решения (3+1)-мерного ОУЛЛ

Для построения динамических солитонных решений ОУЛЛ (1) используем билинейную форму (3). Разлагаем комплексные функции f и g в ряды по степеням некоторого параметра ε в виде

$$g = \varepsilon g_1 + \varepsilon^3 g_3 + \varepsilon^5 g_5 + \dots, \quad (4a)$$

$$f = 1 + \varepsilon^2 f_2 + \varepsilon^4 f_4 + \varepsilon^6 f_6 + \dots \quad (4b)$$

В односолитонном случае этот ряд обрывается и сводится к виду

$$f = 1 + \varepsilon^2 f_2, \quad f^* = 1 + \varepsilon^2 f_2^*, \quad (5a)$$

$$g = \varepsilon_1 g_1, \quad g^* = \varepsilon g_1^*. \quad (5b)$$

Подставляя выражения (5) в (3a), получим

$$\varepsilon^1: [iD_t - D_x^2 - D_y^2 - D_z^2](1 \cdot g_1) = 0. \quad (6a)$$

$$\varepsilon^3: [iD_t - D_x^2 - D_y^2 - D_z^2](f_2^* \cdot g_1) = 0. \quad (6b)$$

Аналогично из (3c) имеем

$$\varepsilon^2: [iD_t - D_x^2 - D_y^2 - D_z^2](1 \cdot f_2 + f_2^* \cdot 1 - g_1^* \cdot g_1) = 0. \quad (7a)$$

$$\varepsilon^4: [iD_t - D_x^2 - D_y^2 - D_z^2](f_2^* \cdot f_2) = 0. \quad (7b)$$

Системы уравнений (6) и (7) можно переписать как

$$ig_{1t} + g_{1xx} + g_{1yy} + g_{1zz} = 0, \quad (8a)$$

$$(if_{2t}^* - f_{2xx}^* - f_{2yy}^* - f_{2zz}^*)g_1 + 2(f_{2x}^*g_{1x} + f_{2y}^*g_{1y} + f_{2z}^*g_{1z}) = 0, \quad (8b)$$

$$i(f_2^* - f_2)_t - (f_2^* + f_2)_{xx} - (f_2^* + f_2)_{yy} - (f_2^* + f_2)_{zz} - 2(g_{1x}^*g_{1x} + g_{1y}^*g_{1y} + g_{1z}^*g_{1z}) = 0, \quad (8c)$$

$$(if_{2t}^* - f_{2xx}^* - f_{2yy}^* - f_{2zz}^*)f_2 - (if_{2t} + f_{2xx} + f_{2yy} + f_{2zz})f_2^* + 2(f_{2x}^*f_{2x} + f_{2y}^*f_{2y} + f_{2z}^*f_{2z}) = 0. \quad (8d)$$

Односолитонное решение этой системы ищем в виде

$$g_1 = A \exp i(ax + by + cz + dt), \quad (9a)$$

$$f_2 = B \exp i(kx + ly + mz + nt), \quad (9b)$$

где A, B и a, b, c, d - заданные комплексные постоянные, а k, l, m, n - комплексные постоянные, которые должны определяться. Подставляя (9a) в (8a), получим

$$d = d_R + id_I = -(a^2 + b^2 + c^2) \quad (10)$$

или

$$d_R = -(a_R^2 - a_I^2 + b_R^2 - b_I^2 + c_R^2 - c_I^2),$$

$$d_I = -2(a_R a_I + b_R b_I + c_R c_I).$$

Здесь нижние индексы R и I в комплексных числах означают реальные и мнимые части этого числа, например, в записи $d = d_R + id_I$: $d_R \equiv \text{Re}(d)$ и $d_I \equiv \text{Im}(d)$, соответственно.

Теперь, подставляя (9a) и (9b) в (8b), получим

$$n^* + k^{*2} + l^{*2} + m^{*2} + 2(ak^* + bl^* + cm^*) = 0. \quad (11)$$

В то же время из (8с) следует, что

$$2d_I B_I + 4(a_I^2 + b_I^2 + c_I^2)B_R + |A|^2 (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2) = 0. \quad (12)$$

Из (8с) также определяется, что действительные части чисел k, l, m, n равны нулю, т.е. $k_R = l_R = m_R = n_R = 0$, а мнимые части, соответственно, равны

$$k_I = 2a_I, l_I = 2b_I, m_I = 2c_I, n_I = 2d_I. \quad (13)$$

С учетом (13), уравнения (11) и (8d) будут тождественно удовлетворяться. Итак, f_2 имеет вид

$$f_2 = B \exp(-2\xi), \quad f_2^* = B^* \exp(-2\xi), \quad (14)$$

где $\xi = a_I x + b_I y + c_I z + d_I t$ и

$$|g_1|^2 = g^* g = |A|^2 \exp(-2\xi). \quad (15)$$

Компоненты спинного вектора $\mathbf{S}$ в терминах функций f и g имеют следующий стандартный вид:

$$S^+ = S_1 + iS_2 = \frac{2f^* g}{|f|^2 + |g|^2}, \quad S_3 = \frac{|f|^2 - |g|^2}{|f|^2 + |g|^2}. \quad (16)$$

В результате, из (16) имеем

$$S_3 = \frac{(1 + f_2)(1 + f_2^*) - |g_1|^2}{(1 + f_2)(1 + f_2^*) + |g_1|^2} = 1 - \frac{2|A|^2}{\exp(2\xi) + |A|^2 + 2B_R + |B|^2 \exp(-2\xi)}, \quad (17a)$$

$$S_1 + iS_2 = \frac{2(1 + f_2^*)g_1}{(1 + f_2)(1 + f_2^*) + |g_1|^2} = \frac{2A \exp(i\theta + 2\xi) [\exp(-\xi) + B^* \exp(-3\xi)]}{\exp(2\xi) + |A|^2 + 2B_R + |B|^2 \exp(-2\xi)}, \quad (17b)$$

где $\theta = a_R x + b_R y + c_R z + d_R t$.

Введем обозначение $|B| = \exp(2\xi_0)$. С учетом известных формул

$$(\xi - \xi_0) = \frac{e^{(\xi - \xi_0)} + e^{-(\xi - \xi_0)}}{2}, \quad (\xi - \xi_0) = \frac{e^{(\xi - \xi_0)} - e^{-(\xi - \xi_0)}}{2}, \quad ch^2(\xi - \xi_0) - sh^2(\xi - \xi_0) = 1$$

решение (17) можем переписать в виде

$$S_3 = 1 - \frac{2[d_I B_I + 2(a_I^2 + b_I^2 + c_I^2)B_R]}{d_R B_R + d_I B_I - |B|(|a|^2 + |b|^2 + |c|^2)[2^2(\xi - \xi_0) - 1]},$$

$$S_1 + iS_2 = \frac{Ae^{i\theta + \xi_0} [(1 + B^* e^{-2\xi_0})(\xi - \xi_0) + (1 - B^* e^{-2\xi_0})(\xi - \xi_0)]}{B_R + (1/2)|A|^2 + |B|[2^2(\xi - \xi_0) - 1]}.$$

Здесь

$$|A|^2 = \frac{4(a_R a_I + b_R b_I + c_R c_I)B_I - 4(a_I^2 + b_I^2 + c_I^2)B_R}{|a|^2 + |b|^2 + |c|^2},$$

что следует из (12). Теперь рассмотрим билинейную форму (3d) для потенциала. Получим

$$D_x(f^* f + g^* g) \cdot D_x(f \cdot g) + D_y(f^* f + g^* g) \cdot D_y(f \cdot g) + D_z(f^* f + g^* g) \cdot D_z(f \cdot g) = \\ = N_1 + N_2 - N_3 + N_4 + N_5 + N_6, \quad (18)$$

где

$$N_1 = fg(f_x^* f_x - g_x^* g_x + f_y^* f_y - g_y^* g_y + f_z^* f_z - g_z^* g_z) = \\ = (1 + Be^{-2\xi}) Ae^{i\theta-3\xi} [4(a_I^2 + b_I^2 + c_I^2) |B|^2 e^{-2\xi} - (a^2 + b^2 + c^2) |A|^2];$$

$$N_2 = (f^* f - g^* g)(f_x g_x + f_y g_y + f_z g_z) = \\ = -2i(e^{2\xi} + 2B_R - |A|^2 + |B|^2 e^{-2\xi})[(a_I a + b_I b + c_I c) A B e^{i\theta-5\xi}];$$

$$N_3 = f^* g(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2) = 4(1 + B^* e^{-2\xi})(a_I^2 + b_I^2 + c_I^2) A B^2 e^{i\theta-5\xi};$$

$$N_4 = g^2(f_x g_x^* + f_y g_y^* + f_z g_z^*) = 2i(a_I a + b_I b + c_I c) A B |A|^2 e^{i\theta-3\xi};$$

$$N_5 = f^2(f_x^* g_x + f_y^* g_y + f_z^* g_z) = -2i(1 + 2B e^{-2\xi} + B^2 e^{-4\xi})(a_I a + b_I b + c_I c) A B^* e^{i\theta-3\xi};$$

$$N_6 = fg^*(g_x^2 + g_y^2 + g_z^2) = -(1 + B e^{-2\xi})(a^2 + b^2 + c^2) A |A|^2 e^{i\theta-\xi}.$$

Подставляем (18) в (3d), и после некоторых вычислений решение для потенциала получим в виде

$$u = \frac{2}{e^{2\xi} + 2B_R + |A|^2 + |B|^2 e^{-2\xi}} \{d |A|^2 (1 + e^{2\xi}) + \\ + \frac{[id_I + 2(a_I^2 + b_I^2 + c_I^2)][(1 + e^{2\xi})(2B_R - |A|^2 B) + 2B |B|^2]}{e^{2\xi} + B}\}.$$

В заключение отметим, что классической теорией магнетиков является теория Ландау-Лифшица, используемая для теоретического описания макроскопического поведения магнетиков. В рамках этой теории для нас принципиально важно было показать, что ОУЛЛ в (3+1)-измерениях допускает солитонное решение. Результаты исследования могут иметь различные физические приложения.

Список использованных источников

1. Myrzakulov R., Vijayalakshmi S., Nugmanova G., Lakshmanan M. A (2 + 1)-dimensional integrable spin model: Geometrical and gauge equivalent counterpart, solitons and localized coherent structures // Physics Letters A. – 1997. – Vol. 233. – P. 391-396.
2. Myrzakulov R., Mamyrbekova G., Nugmanova G. and et al. Integrable motion of curves in self-consistent potentials: Relation to spin systems and soliton equations // Physics Letters A. -2014. -Vol. 378. -P. 2118-2123.
3. Розенфельд Б.А., Сергеева Н.Д. Стереографическая проекция. -Москва: Наука, 1973.
4. Hirota R. Nonlinear partial difference equations V. Nonlinear equations reducible to linear equations // J. Phys. Soc. Japan. -1979. -Vol. 46B. -P. 312-319.

ӨОЖ 519.6

**БІРНЕШЕ ҚАБАТТЫ ОРТАДА СТАЦИОНАР ДИФФУЗИЯ МОДЕЛІ ҮШІН
ҚОЛЖЕТІМСІЗ ШЕКАРАДА ЖЫЛУ АҒЫМЫН ҚАЛПЫНА КЕЛТІРУ КЕЗІНДЕГІ
ТУРА ЕСЕП ҚОЙЫЛЫМЫ**