



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

ПОДСЕКЦИЯ 1.3 ФИЗИКА

УДК 524.83.

ТОЖДЕСТВО ЭЙЛЕРА В ГЕОМЕТРОТЕРМОДИНАМИКЕ МНОГОМЕРНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

Алтайбаева Азиза Биболовна

altaibaeva_ab@enu.kz

Докторант 3 года обучения ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Р.Мырзакулов

1. Несовершенство тождества Эйлера

Обозначим через (E^a, I^a) набор экстенсивных и интенсивных термодинамических переменных, соответственно, $I_a = \frac{\partial \Phi}{\partial E^a}$ ($I_a = \delta_{ab} I^b$) где $\Phi(E^a)$ некоторый термодинамический потенциал. Соответственно первый закон термодинамики примет следующий вид:

$$\delta \Phi = I_a \delta E^a. \quad (1)$$

Функция Φ имеет важное значение для определения термодинамических свойств рассматриваемой системы и ее фазовых переходов. Во многих термодинамических системах, Φ по видимому, однородно относительно какого-либо другого множества обширных переменных [2], которую мы обозначили E'^a , что в целом отличается от множества E^a по условиям первого закона (1). В самом деле есть случаи, когда Φ не является однородным для всех случаев. В большинстве случаев, представляющих интерес, переменные E'^a являются степенными функциями E^a : $E'^a = (E^a)^{p_a}$ (нет суммирование по a), где p_a зависит, очевидно, от a . Было показано, что p_a также зависит от β :

$$p_a \equiv p_a(\beta). \quad (2)$$

Таким образом, если Φ является однородным в E'^a степени где β : $\Phi(\lambda E'^a) = \lambda^\beta \Phi(E'^a)$, то тождество Эйлера читается как

$$\beta \Phi = E'^a \frac{\partial \Phi}{\partial E'^a} \quad (3)$$

$$\beta \Phi = \frac{E^a}{p_a} \frac{\partial \Phi}{\partial E^a} \quad (4)$$

где мы использовали $\partial E'^a / \partial E^a = p_a (E^a)^{p_a-1}$ (без суммирования по a). Таким образом, мы имеем

$$\beta \Phi \neq E^a \partial \Phi / \partial E^a. \quad (5)$$

На основании этого комментария мы изменим результаты для решений черных дыр Рейсснера-Нордстрёма и Керра в формализме ГТД. Это означает, что теперь мы должны пересмотреть новый набор E^a таким образом, что Φ был однородным.

2. ГТД черных дыр любой размерности

Первым нестационарным точным решением уравнений Эйнштейна в общей теории относительности с максвелловским полем является черная дыра Райсснера-Нордстрёма. Будем считать, что единственная не нулевая компонента силы поля $F_{\mu\nu}$ соответствует электрическому полю с точечным зарядом в статическом четырехмерном многообразии. В черной дыре Райсснера-Нордстрёма, имеет место фазовый переходной режим "Хокинг-

страницы" (здесь под страницей подразумевают полосу в котором теплоемкость принимает стабильное или нестабильное состояния, т.е. это переход в область за или перед критической точкой когда $C > 0$ или $C < 0$), который изменит тип системы фазового перехода второго рода. Одной из главных объектов программы ГТД дает четкое понятие по изучению структуры такого перехода. Как известно метрика инвариантности Лежандра соответствует термодинамическому фазовому пространству и определяется уникально Римановой метрикой задающиеся как [1]:

$$G^I = \Theta_G^2 + \delta_{ab} E^b I^a dE^a dI^b + \delta_{ab} (dE^a dE^b + dI^a dI^b), \quad (6)$$

$$G^{II} = \Theta_G^2 + (\delta_{ab} E^a I^b) (\delta_{cd} dE^c dI^d), \quad (7)$$

где Θ_G является 1-формой Гиббса. Этот подход работает в нескольких системах химических реакций с черными дырами.

Если перейдем в четырехмерное пространство-времени, у нас будет больше возможностей, для того чтобы иметь больше степеней свободы для черных дыр. Например для размерности $n=5$ у нас есть два параметра вращения. Так, мы можем иметь более точные решения в высших измерениях из-за того факта, что более высокие размерности обеспечить больше степеней свободы для нас. В данной работе планируем изучать многомерные черные дыры Керра и Райсснера-Нордстрёма с помощью ГТД. Основная мотивация состоит в том, как найти метрику ГТД, если мы заново создадим новые обширные параметры [2]. Главной критикой является основная потенциальная функция Φ не являющейся однородной функцией второго рода, так что мы вычислим следующее выражение:

$$E^a \frac{\partial \Phi}{\partial E^a} \neq 2\Phi.$$

Таким образом, термодинамика сохраняет тот же вид, но в связи с вышеприведенным фактом метрики ГТД будут изменены.

3. Черная дыра Райсснера-Нордстрёма любой размерности

Основное уравнение для энтропии читается как:

$$S(M, Q) = \left(M + M \sqrt{1 + \frac{1}{2D} \frac{Q^2}{M^2}} \right)^D. \quad (8)$$

Используя уравнение (8), получаем функцию массы[2]

$$M(S, q) = \frac{S^D}{2} + \frac{1}{4D} \frac{q}{S^D}, \quad (9)$$

Для термодинамики d -мерной заряженной черной дыры Райсснера-Нордстрёма[5], считаем что, можно применить ту же процедуру [3], и предполагая, что $M(\lambda S^{p_s}, \lambda Q^{p_Q}) = \lambda^\beta M(S^{p_s}, Q^{p_Q})$ находим $p_s(\beta) = D/\beta$, $p_Q(\beta) = 1/\beta$ [4]. Если выберем $\beta = 1$, это приводит к $p_Q = 1$, $p_s = D$. Применив (4) получаем $DM = TS + D\phi Q$ с $T = (\partial M / \partial S)_Q$, $\phi = (\partial M / \partial Q)_S$ [2]. В этом случае, не возможно иметь для всех значения $p_Q = P_s$. Обозначим, что $E^a = \{M, q = Q^2\}$. Имеется единственная возможность написать метрику

в Φ -представлении. Поскольку метрика для $\Phi = M$ особая, из-за этого факта, что $\frac{\partial^2 M}{\partial q^2} = 0$.

Таким образом, вычислим метрику только в представлении энтропии. Используя определение метрики ГТД, имеем следующее выражение

$$g_s'' = \left(\frac{2(M + 1/2M\sqrt{2x})^{2D-1} (4x(D)M^2 + 4\sqrt{2}(D)M^2 - \sqrt{2}q)A}{B} \right) dM^2 - \left(\frac{1}{4} \frac{\Gamma}{E} \cdot \frac{\Delta}{Z} \right) dq^2, \quad (10)$$

где

$$x = \sqrt{\frac{2(D)M^2 - q}{(D)M^2}}$$

$$A = -4x(D)M^2 + xq - 4\sqrt{2}(D)M^2 + 2\sqrt{2}q - \sqrt{2}q(D) + 4D^2M^2x + 4D^2\sqrt{2}M^2$$

$$B = D^3M^2(2(D)M^2 - q)^2(2 + \sqrt{2}x)^3$$

$$\Gamma = (M + 1/2M\sqrt{2x})^{D-1} (4x(D)M^2 + 4\sqrt{2}(D)M^2 - \sqrt{2}q)$$

$$E = \sqrt{\frac{2(D)M^2 - q}{(D)M^2}} D^2M^2(2 + \sqrt{2}x)$$

$$Z = \sqrt{\frac{2(D)M^2 - q}{(D)M^2}} (2 + \sqrt{2}x)^2 M^2(2(D)M^2 - q)D^3$$

$$\Delta = ((D)\sqrt{2} + 2x(D) - x)(M + 1/2M\sqrt{2x})^{D-1}$$

Кривизна Риччи читается:

$$R = -64 \frac{a}{b} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a = & 9728M^{14} + 8q^7 + 410q^5M^4 + 23552M^{12}q + 16992M^{10}q^2 + 1920M^8q^3 - 1042M^6q^4 \\ & + 9728M^{13}\sqrt{M^2 + q} + 212q^6M^2 + 18688M^{11}\sqrt{M^2 + q}q + 8864M^9\sqrt{M^2 + q}q^2 \\ & - 784M^7\sqrt{M^2 + q}q^3 - 330M^5\sqrt{M^2 + q}q^4 + 387M^3\sqrt{M^2 + q}q^5 + 61M\sqrt{M^2 + q}q^6 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} b = & (2M\sqrt{M^2 + q} + 2M^2 + q)^3 (2M^2\sqrt{M^2 + q} - \sqrt{M^2 + q}q + 2M^3)^2 \\ & \times (3\sqrt{M^2 + q} + 2M)^2 \sqrt{M^2 + q} \end{aligned} \quad (13)$$

Исходя из рисунка 1 приведенной ниже можно сказать что структура сингулярности определена корректно и мы имеем некоторое количество сингулярности.

4. Корректировка ГТД для d -мерной черной дыры Керра

Для метрики Керра, как было показано в [2], $M(S, J)$ определяется по формуле:

$$M(S, J) = \frac{d-2}{4} S^D \left[1 + \frac{4J^2}{S^2} \right]^{1/(d-2)} \quad (14)$$

и является однородным в (S^D, J^D) степени 1 (или что то же самое: однородной в (S, J) степени D). Это означает, что мы должны принять экстенсивные параметры одну из этих наборов:

$$E^1 = S^D, E^2 = J^D, \quad E^1 = S, E^2 = J.$$

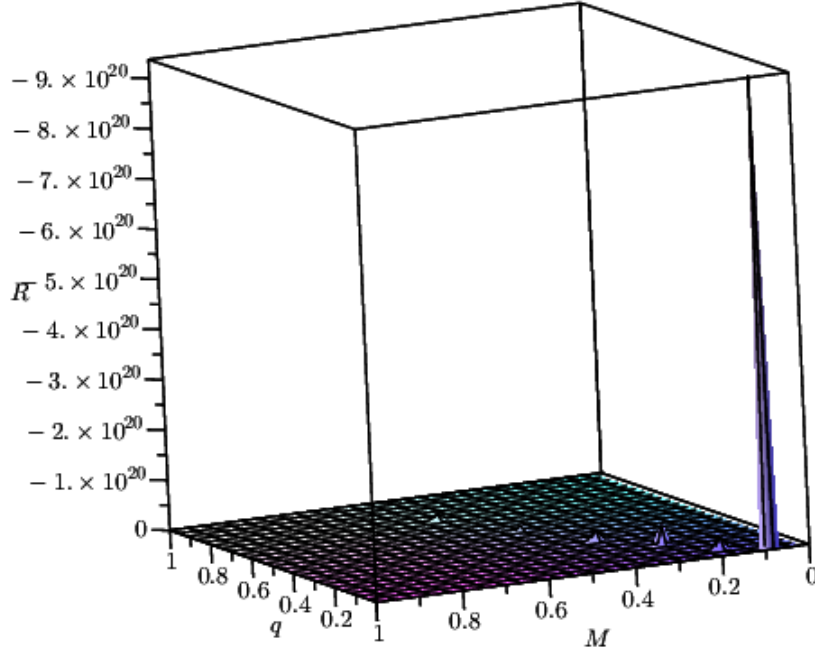


Рисунок 1. Скаляр Риччи для метрики ГТД в представлении энтропии.

Единственное изменение благодаря тождеству Эйлера в данном случае:

$$E^a \frac{\partial \Phi}{\partial E^a} \neq 2\Phi.$$

Для того чтобы понять, почему так произошло, нужно пересмотреть методологию [2] для метрики Керра. Предположим, что $M(\lambda S^{p_S}, \lambda J^{p_J}) = \lambda^\beta M(S^{p_S}, J^{p_J})$. Для определения в зависимости от p_S, p_J оценим правую сторону (14) в точке $(\lambda^{1/p_S} S, \lambda^{1/p_J} J)$

$$\lambda^{D/p_S} S^D \left[1 + \frac{4\lambda^{2/p_J} J^2}{\lambda^{2/p_S} S^2} \right]^{1/(d-2)} \quad (15)$$

которая становится равной $\lambda^\beta M(S, J)$. Это приводит к

$$p_S = p_J \Leftrightarrow \beta = D/p_S \text{ или } p_S(\beta) = p_J(\beta) = D/\beta. \quad (16)$$

Это особый случай, когда все p_a равны. Если выберем $\beta = 1$, то получаем $p_S = p_J = D$ и приходим к условию

$$M(\lambda S^D, \lambda J^D) = \lambda M(S^D, J^D) \quad (17)$$

и если мы выберем $\beta = D$, получаем $p_S = p_J = 1$, и мы придём к

$$M(\lambda S, \lambda J) = \lambda^D M(S, J). \quad (18)$$

Обе последние уравнения являются правильными и приводят к тому же тождеству Эйлера [2], которые могут быть проверены по оценке ее правой части с помощью выражений $T = \partial M / \partial S$ и $\Omega = \partial M / \partial J$ приведенные в уравнении (42) из [3]. Пользуясь этим выражением из $\Phi = M(S^D, J^D)$ и с использованием первого набора из экстенсивных параметров $E^1 = s = S^D, E^2 = j = J^D, d = 4$, мы получим следующую метрику g^{II} :

$$g^{II} = \frac{7\sqrt{js} + s}{16(\sqrt{s} + 4\sqrt{j})^{3/2}} \left(\frac{\sqrt{j}}{s^{3/4}} ds^2 - \frac{s^{5/4}}{j^{3/2}} dj^2 \right). \quad (19)$$

При вычислении скаляра Риччи мы находим что $R = 0$. Таким образом, из данного метода не удалось найти какую-либо информацию о сингулярности. При этом другие подходы или другие показатели Дэвиса будет предоставить более подробную информацию.

Список использованных источников

1. Quevedo H. Geometrothermodynamics // Journal of Mathematical Physics, 2007 № 48, ID 013506.
2. Mustapha Azreg-Aïnou. Geometrothermodynamics: Comments, critics, and supports. arXiv:1311.6963.
3. Bravetti A., Momeni D., Myrzakulov R., and Quevedo H. Geometrothermodynamics of higher dimensional black holes // General Relativity and Gravitation 2013 № 45 (8). P. 1603-1617

УДК 524.83.

$f(R, L_m)$ ГРАВИТАЦИЯСЫ ТУРАЛЫ

Базылжанова Анар Мухамадиқызы

anara.bazylzhanova@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ теоретикалық «физика» мамандығының 4-ші курс студенті, Астана, Қазақстан.
Ғылыми жетекшісі – Ержанов К. К

Біз $f(R, L_m)$ гравитациялық модельдің түрін ерікті Риччи функциясының R скаляры мен L_m Лагранжианнан тұрады деп болжаймыз. Біз формализм метрикасында гравитациялық өрістің тендеуін, сонымен қатар энергия-импульс тензорының ковариантты дивергенциясынан шығатын сынамалы бөлшектердің қозғалыс тендеуін аламыз. Сынамалы бөлшектердің қозғалыс тендеуі жеке жағдайда вариациялық жолмен алынуы мүмкін.

Біздің мақсатымыз скаляр Риччи ерікті функциясы мен өрістің Лагранжиан тығыздығының вариациялық принципінен шығатын өріс тендеуімен анықталатын гравитациялық өріс деп болжалынған Эйнштейн-Гильберт әсерінің максимальді ұлғаюын және сынамалы бөлшектердің қозғалыс тендеуін қарастыру.

Модификацияланған гравитация теориясының әсері келесі түрде болады деп болжаймыз:

$$S = \int f(R, L_m) \sqrt{-g} d^4x \quad (1)$$

Осындағы $f(R, L_m)$ скаляр R -дің ерікті Риччи функциясы және лагранжан тығыздығының сәйкес мәні болып табылады. Энергия-импульс тензоры келесідей түрде болады:

$$T_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (2)$$

L_m Лагранжиан тығыздығы тек $g_{\mu\nu}$ тензор метрикасы компоненттеріне ғана тәуелді деп болжасақ, алатынымыз:

$$T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} L_m - 2 \frac{\partial L_m}{\partial g^{\mu\nu}} \quad (3)$$

Гравитациялық өріс S әсерін $g^{\mu\nu}$ тензор метрика компоненттеріне қатысты өзгерте отырып, алатынымыз: