

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ И ДРУГИЕ СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Маймұрынова Айжан Ақжолқызы

moonlit_girl_93@mail.ru

Магистрант кафедры Радиотехника, электроника и телекоммуникации

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Сиренко Ю.К.

Аннотация. В статье рассматривается метод аналитической регуляризации в периодических структурах, а именно, метод точных поглощающих условий, который позволяет рассчитывать все решетки (решетки волноводного типа), намеченные к рассмотрению, во всех представляющих интерес для практики диапазонах изменения волнового числа

Первые машинные прогоны алгоритмов, решающих задачи дифракции плоских волн на ленточной решетке и решетке из металлических брусьев прямоугольного поперечного сечения в длинноволновом и резонансном диапазонах частот без существенных ограничений на геометрические параметры и параметры волны возбуждения, были осуществлены в начале 1962 г. С.А. Масаловым и О.А. Третьяковым. К тому времени уже были опубликованы работы с точным решением первой задачи для случая нормального падения волны возбуждения на решетку с половинным заполнением (G.L. Baldwin & A.E. Heins, Л.А. Вайнштейн) и работы Л.Н. Дерюгина с описанием методов и результатов анализа второй задачи для случая узких щелей. Был материал, необходимый для тестирования новых результатов, и авторы готовившихся к опубликованию статей (З.С. Агранович, В.А. Марченко и В.П. Шестопапов [1]; С.А. Масалов и И.Е. Тарапов [2]; И.Е. Тарапов [3]), предопределивших, как потом оказалось, развитие исследований в области электродинамической теории решеток на многие годы вперед, инициировали проведение расчетов на ЭВМ «Стрела» в Вычислительном центре академии наук СССР.

Никто еще не ориентировался серьезно на глобальный машинный анализ физики процессов рассеяния. Никто еще не говорил о математическом моделировании и вычислительном эксперименте как о новой, ресурсосберегающей, безопасной и универсальной методологии получения новых знаний. В работе [1] было просто выписано (обоснованием чуть позже займется один из учеников В.А. Марченко – Е.Н. Подольский [4,5]), выписано с использованием красивейшей математической техники решение конкретной задачи математической теории дифракции – задачи о рассеянии плоской нормально падающей волны плоской произвольно заполненной ленточной решеткой. Пара сумматорных уравнений метода сшивания здесь сведена к хорошо изученной задаче Римана-Гильберта о восстановлении аналитической функции по сумме ее предельных значений на дуге. Решение Карлемана этой задачи преобразовано с использованием формул Сохоцкого, дающих предельные значения функций, представленных интегралами типа Коши. Переход в этих значениях к коэффициентам Фурье соответствующих функций приводит к результирующей бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода с компактным (ядерным) матричным оператором. Все коэффициенты этой системы выражены через полиномы Лежандра, аргументом которых является так называемый коэффициент прозрачности решетки (чисто геометрический параметр), и легко рассчитываются. В общем же, была реализована схема, часто используемая в функциональном анализе и в теории интегральных уравнений для доказательства теорем существования и известная здесь под названием «левая регуляризация». Основные шаги схемы связаны с выделением и обращением в явном виде сингулярной (главной) части операторного уравнения первого рода. В обычной трактовке

термин «обращение» здесь употребить нельзя, выделяемый оператор не является одновременно ограниченным и ограниченно обратимым и обращается он на подходящем сужении пространств, в которых ведется анализ. Действительно, в противном случае все разговоры о регуляризации были бы лишними: исходное операторное уравнение и так являлось бы фредгольмовым, а все проводимые преобразования, не изменяя задачу качественно, лишь приспособляли бы ее к более эффективному счету.

Описанная схема, неоднократно повторенная затем с использованием различной техники в операторных уравнениях различных типов при решении многочисленных и разнообразных задач дифракции волн в резонансном диапазоне частот, получила название метода полуобращения или метода аналитической регуляризации. Но в 1962 г., сразу после выхода в свет работы [1], блестяще реализованную в ней схему еще нельзя было назвать методом: была решена только одна, хотя и давно уже ожидавшая своего часа задача. Ученики В.А. Марченко и В.П. Шестопалова, математики и радиофизики были призваны под знамена метода задачи Римана-Гильберта. Бум растянулся на десятилетие, до выхода в свет сначала книги В.П. Шестопалова [6], подводившей итог сделанному, а затем – книги В.П. Шестопалова, Л.Н. Литвиненко, С.А. Масалова и В.Г. Сологуба [7], обозначившей новые перспективы и направления дальнейшего поиска. Метод задачи Римана-Гильберта (метод Аграновича-Марченко-Шестопалова, метод АМШ) в теории дифракции волн – состоялся. Вместе с ним состоялся и более общий подход к решению проблем резонансного рассеяния волн, базирующийся на выделении и аналитическом обращении главной (в определенном смысле) части операторного уравнения, эквивалентного исходной краевой задаче. В методе задачи Римана-Гильберта роль главной отведена части, описывающей статику ($\kappa = 0$). Поэтому результирующий алгоритм особенно хорош при не очень коротких волнах, и норма матричного оператора бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода стремится к нулю при $\kappa \rightarrow 0$.

Книга [7], не имевшая к моменту своего выхода в свет мировых аналогов, содержит уникальный по полноте фактический материал, связанный с исследованием физических свойств рассеянных полей. Представленные здесь строгие решения краевых задач электродинамической теории решеток были ориентированы на эффективный анализ в промежуточном (резонансном) волновом диапазоне. Они автоматически включали известные длинноволновые приближения и позволяли в вычислительных экспериментах частично охватывать область значений параметров, где обычно пользуются асимптотическими коротковолновыми решениями. Подробно, аналитически и численно были рассмотрены эффекты полного резонансного отражения и прохождения плоских волн, реализующиеся на полупрозрачных объемных периодических структурах, аномалии Вуда в точках возникновения новых распространяющихся гармоник пространственного спектра, явления управляемой несимметрии вторичного поля, поляризационная восприимчивость решеток различного типа и т.д. На титульном листе книги указаны четыре автора, но очень много для нее сделали по крайней мере еще двое – А.А. Кириленко и В.Е. Буданов, трудившиеся в начале своей научной карьеры в группе С.А. Масалова. В 1968 г. эта группа активно начала работать с несимметричными структурами: решеткой из лент типа «жалюзи» и эшелеттом. Идея была простой и плодотворной. Она заключалась в реализации для таких структур метода обобщенных матриц рассеяния [8] с использованием (в качестве элементарных) решеток из наклонных полуплоскостей. Ее появление, конечно же, в немалой степени было подготовлено работами J.F. Carlson & A.E. Heins, E.A.N. Whitehead, F. Berz, давшими явное аналитическое решение дифракционных задач для решеток из параллельных полуплоскостей.

Чуть позже эти же работы заставят С.А. Масалова и В.Г. Сологуба по-новому взглянуть на системы линейных алгебраических уравнений первого рода, возникающие после применения в задаче дифракции для ножевой решетки (нулевой угол наклона лент в решетке типа «жалюзи») метода сшивания. Они выделяют и обращают в ней сверточный оператор, отвечающий задаче дифракции на периодической системе полуплоскостей [9].

Используемая при обращении и последующей алгоритмизации задачи техника базируется на теореме Миттаг-Леффлера о представлении мероморфных функций. Результирующая система уравнений второго рода при редукции дает экспоненциально малую ошибку для решений в норме стандартного для подобных задач энергетического пространства бесконечных последовательностей и позволяет с экспоненциально малыми погрешностями описывать аналитически рассеивающие свойства структуры в диапазоне частот, где существенную роль играют уже резонансы на нескольких первых распространяющихся волнах в каналах, связывающих зоны отражения и прохождения структуры. Так был создан еще один метод аналитической регуляризации, воплотивший в новой технике и на новом классе задач ставшую уже классической схему полуобращения.

Экспансия метода в электродинамической теории решеток была столь же стремительной, как и экспансия метода задачи Римана-Гильберта: «жалюзи» [1]; эшелетт; ножевая решетка со сложной структурой периода и диэлектрическим заполнением каналов связи зон излучения энергии; эшелетт с тупыми и острыми зубцами; диэлектрический эшелетт с одной металлизированной гранью и эшелетт с двумя по-разному поглощающими гранями.

Итоги всей этой работы были просуммированы в книгах [4]. Первая из них целиком посвящена методам, алгоритмам и реализующим их вычислительным схемам. Во второй были представлены физические результаты теории рассеяния волн дифракционными решетками, полученные в 1962–1985 годах. Основное внимание здесь уделено углубленному анализу разнообразных дифракционных явлений, выявлению общих закономерностей резонансного и нерезонансного рассеяния волн, детальному исследованию частных ситуаций, имеющих основополагающее значение в фундаментальном или прикладном отношении. Частично книга [8] пересекается по содержанию с книгой [7], но уровень изложения физического материала здесь качественно иной. Речь идет уже не об отдельных структурах, а о классах структур, реализующих те или иные режимы рассеяния волн. Представляющие интерес пространственно-частотные трансформации полей получают законченное описание, позволяющее достаточно уверенно прогнозировать возможность их наблюдения, внешние характеристики, особенности динамики при вариации основных параметров в каждой конкретной задаче. Справедливость сделанных выводов и заключений, сформулированных закономерностей подтверждена многочисленными примерами с использованием периодических решеток разных типов и конфигураций. Ядро книги составили результаты оригинальных работ, выполненных авторами, их учениками и коллегами и посвященных анализу эффектов полного прохождения и отражения плоских волн на полупрозрачных структурах, изучению пороговых явлений (аномалий Вуда) и «духов» решеток, исследованию режимов полного незеркального (в частности, автоколлимационного) отражения волн непрозрачными структурами, анализу и синтезу решетчатых преобразователей поляризации при сканировании в полуплоскости и полусфере.

Выход каждой из книг [6,7] закрывал определенный этап в построении электродинамической теории решеток. Накапливались результаты, но накапливались и проблемы, решение которых откладывалось для того, чтобы сохранить высокий общий темп работ. Так, например, математические модели методов аналитической регуляризации обладают неоспоримыми преимуществами при глобальном исследовании физики отдельных резонансных эффектов и явлений, при составлении качественной картины дифракции волн на отдельных типах дифракционных решеток, при решении задач малопараметрической оптимизации, при тестировании алгоритмов эвристических или недостаточно обоснованных прямых методов. Это достоинства. Недостатки в том, что разработанные полуаналитические методы ориентировались на учет конкретных особенностей геометрии рассеивателей. Эффективность их использования определялась тем, насколько полно удавалось извлечь аналитически часть решения, задаваемую свободными членами в окончательных операторных уравнениях второго рода. Другими словами, важную роль играл фактор удаленности в разумной «физической» метрике анализируемой ситуации от той, для которой

решение соответствующей краевой задачи (иногда чисто гипотетической) может быть получено в явном виде.

Новые строгие методы, избавленные от этих недостатков, были разработаны в конце 20-го века и опубликованы в книгах. Это методы частотной и временной области, объектом изучения в которых являются, соответственно, монохроматические и импульсные поля и волны. Методы частотной области базировались на выделении в ядрах интегральных уравнений теории потенциалов периодической сингулярной части, которая затем обращалась переходом к коэффициентам Фурье действующих в рассмотрении функций. Оператор результирующей системы линейных алгебраических уравнений второго рода вполне непрерывен, скорость сходимости метода редукции по норме одного из пространств бесконечных последовательностей оценена аналитически. Важно, что все аналитические преобразования с самого начала были ориентированы на построение эффективных алгоритмов численного анализа задач дифракции волн на периодических структурах, и эта цель авторами методов была достигнута [5].

Методы временной области базировались на построении и внедрении в стандартные вычислительные схемы методов конечных разностей так называемых «точных поглощающих условий», превращающих принципиально открытые модельные начально-краевые задачи в задачи закрытые. Эти мощные, универсальные и эффективные методы сегодня позволяют решать практически любые задачи электродинамической теории решеток: задачи возбуждения и задачи спектральные, задачи скалярные и векторные, задачи фундаментальные и прикладные.

Изучение источников, отражающих достижения и проблемы современной электродинамической теории периодических структур, позволило очертить круг актуальных физических и прикладных задач для рассмотрения в диссертационной работе – это задачи, связанные с анализом эффектов поляризационной восприимчивости решеток.

В качестве основного метода исследования выбран метод временной области, а именно, метод точных поглощающих условий, который позволяет рассчитывать все решетки (решетки волноводного типа), намеченные к рассмотрению, во всех представляющих интерес для практики диапазонах изменения волнового числа k .

Список использованных источников

1. Агранович З.С., Марченко В.А., Шестопалов В.П. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках // Журнал технической физики. 1962. Т. 32. № 4. С. 381-394.
2. Масалов С.А., Тарапов И.Е. Дифракция электромагнитных волн на пространственной периодической решетке, составленной из брусьев прямоугольного поперечного сечения // Радиотехника и электроника. 1964. Т. 9. № 1. С. 53-60.
3. Тарапов И.Е. Задача дифракции на решетке из произвольных профилей // Журнал вычислит. математики и математ. физики. 1965. Т. 5. № 5. С. 883-893.
4. Подольский Е.Н. Дифракция электромагнитной волны, падающей под произвольным углом на плоскую металлическую решетку // Записки механико-математического факультета ХГУ и Харьковского математического общества. 1964. Т. 30. № 4. С. 116-125.
5. Подольский Е.Н. Обоснование коротковолновой асимптотики в задаче о дифракции плоской электромагнитной волны на периодической решетке, составленной из металлических лент // Радиотехника. Харьков. ун-т. 1965. № 1. С. 58-68.
6. Шестопалов В.П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. – Харьков: Изд-во Харьков. ун-та, 1971, 400 с.
7. Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьков. ун-та, 1973, 278 с.
8. Шестопалов В.П., Щербак В.В. Матричные операторы в задачах дифракции // Известия вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 2. С. 285-305.