

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ



Студенттер мен жас ғалымдардың  
**«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016»** атты  
XI Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XI Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»**

PROCEEDINGS  
of the XI International Scientific Conference  
for students and young scholars  
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір  
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2016»  
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XI Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS  
of the XI International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2016»**

**2016 жыл 14 сәуір**

**Астана**

**ӘӨЖ 001:37(063)**

**КБЖ 72:74**

**Ғ 96**

**Ғ96** «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың ХІ Халық. ғыл. конф. = ХІ Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2016. – .... б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

**ISBN 978-9965-31-764-4**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**ӘӨЖ 001:37(063)**

**КБЖ 72:74**

**ISBN 978-9965-31-764-4**

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2016

$$\eta^{[1]} = \frac{\omega^2 b_2^2 - 2\omega b_2 \tanh(\theta_2) + 1 + \tanh^2(\theta_2) - \cosh^{-2}(\theta_2)}{\omega^2 b_2^2 - 2\omega b_2 \tanh(\theta_2) + 1 + \tanh^2(\theta_2) + \cosh^{-2}(\theta_2)}, \quad (2.48)$$

Where  $\theta_1 = \frac{c_1 x + c_2 t}{c}$ ,  $\theta_2 = \frac{d_1 x + d_2 t}{c}$ ,

$$c_1 = 2(\omega^2 \alpha_1 b_1^2 + 2\omega \alpha_1^2 b_2 + \beta_1^2 \alpha_1 + \alpha_1^3), c_2 = 2(-\omega a_2 b_1 b_2 - a_2 \alpha_1 b_1),$$

$$c = \omega^2 b_2^2 + 2\omega \alpha_1 b_2 + \beta_1^2 + \alpha_1^2, d_1 = 2\beta_1(\omega^2 b_2^2 + 2\omega \alpha_1 b_2 + \beta_1^2 + \alpha_1^2), d_2 = 2\beta_1 a_2 b_1.$$

Below the graphic representation is represented for functions,  $p^{[1]}, q^{[1]}, \eta^{[1]}$ .

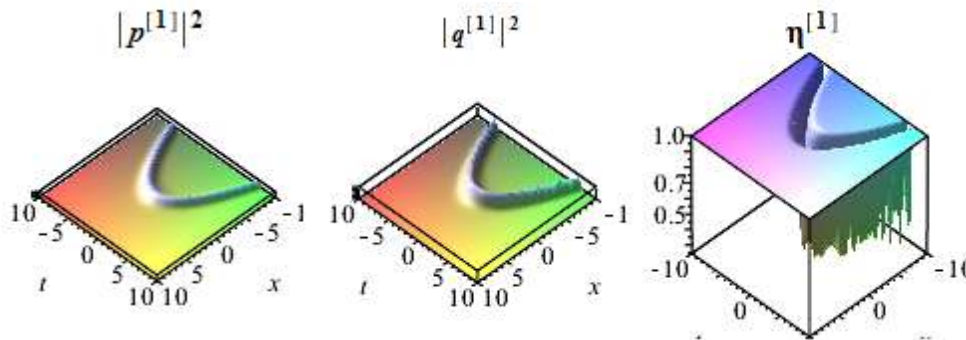


Figure1. One soliton solutions ( $p^{[1]}, q^{[1]}, \eta^{[1]}$ ) of the icmKdV-MB equations where  $\alpha_1 = 1, b_1 = 1, b_2 = 1, a_1 = 1, \beta_1 = 1, \omega = 1, a_2 = t$ . Here  $p^{[1]}$  and  $q^{[1]}$  are bright solitons,  $\eta^{[1]}$  is dark soliton.

## Conclusion

In this paper, we derived the one-fold Darboux transformation of the inhomogeneous complex modified Korteweg-de Vries and Maxwell-Bloch equations. One soliton solutions of the icmKdV-MB equations have been constructed explicitly by using Darboux transformation from trivial seed solutions. There are unclear interesting questions such as the higher-order solutions and positon solutions, and their applications in physics. It will be our next topic for study.

## Literature

1. Myrzakulov, Ratbay, et al Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials // Symmetry, 7.3. 2015. P. 1352-1375.
2. Li, Chuanzhong, and Jingsong He Darboux transformation and positons of the inhomogeneous Hirota and the Maxwell-Bloch equation // Science China Physics, Mechanics & Astronomy 57.5. 2014. P. 898-907.
3. Yesmakhanova, Kuralay, et al The (2+1)-dimensional Hirota-Maxwell-Bloch equation: Darboux transformation and soliton solutions // arXiv preprint arXiv: 2014.

УДК 524.83.1

## КҮШТІ ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ӨРІС ҮШІН БІРСОЛИТОНДЫ ШЕШІМ

Адылхан Фәриза Жомутбайқызы

Физика-техникалық факультетінің студенті, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана  
Ғылыми жетекші – К.Р. Мырзакулов, Р. Мырзакулов

Жалпы салыстырмалық теориясы гравитациялық өрістің негізгі теориясы болып табылады. Бұл теорияның негізінде сызықтық емес Эйнштейн теңдеуі жатыр. Осындай

сызықтық есептеулердің нақты шешімдерін алу қазіргі математикалық физиканың өзекті мәселесі болып отыр. Нақты шешімдерді алудың бірден бір тәсілі, бұл – солитондар теориясы. Бұрыннан белгілі болғандай, солитондар - сызықтық емес жекеленген толқындар, олар қозғалыс кезінде өздерінің энергиясы мен пішінін сақтайды, яғни өзгертпейді.

Біз бұл жұмысымызды ең алдымен Эйнштейн – Гильберт әсерінен бастаймыз

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (R + S_m), \quad (1)$$

мұндағы  $g = \det(g_{ik})$  - метрикалық тензордың анықтаушы болып табылады.

Жоғарыдағы әсер (1) вариациялайтын болсақ, онда Эйнштейн теңдеуін мына түрде аламыз

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}, \quad (2)$$

мұндағы  $g_{ik}$  - метрикалық тензор,  $R$  - Риччи скаляры,  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$ ,  $G$  - гравитациялық тұрақты,  $c$  - вакуумдағы жарық жылдамдығы,  $T_{ik}$  - энергия және импульс тензоры

$$T_{ik} = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{ik}}, \quad (3)$$

Қарастырылып отырған модель үшін сызықтық элементті енгізейік

$$ds^2 = \left[ 2u_{xx}(x,t) - 6u^2(x,t) \right] dt^2 + 2tdx^2 - 2u(x,t) dt dx + dy^2 + 2tdxdy + 2tdz. \quad (4)$$

Осы метрикадағы нөлден ерекше ковариантты метрикалық тензордың компоненттері мынаған тең:

$$g_{00} = 2u_{xx} - 6u^2, \quad g_{11} = 2t, \quad g_{01} = -u, \quad g_{22} = 1, \quad g_{12} = t, \quad g_{03} = 1,$$

ал контрковариантты компоненттері:

$$g^{00} = 0, \quad g^{11} = (t)^{-1}, \quad g^{01} = 0, \quad g^{22} = 2, \quad g^{23} = -u(t)^{-1},$$

$$g^{12} = -(t)^{-1}, \quad g^{03} = 2, \quad g^{13} = u(t)^{-2}, \quad g^{33} = 2u_{xx} - 6u^2 + u^2(t)^{-1},$$

немесе олардың ковариантты және контрковариантты матрицалық түрде жазылуы

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 2u_{xx} - 6u^2 & -u & 0 & 1 \\ -u & 2t & t & 0 \\ 0 & t & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

және

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & (t)^{-2} & -(t)^{-1} & u(t)^{-2} \\ 0 & -(t)^{-1} & 2 & -u(t)^{-1} \\ 1 & u(t)^{-2} & -u(t)^{-1} & 2u_{xx} - 6u^2 + u^2(t)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Кристоффель белгілерімен метрикалық тензордың арасындағы байланысты анықтайық. Жалпы жағдайда мұны төмендегі өрнек көмегімен анықтауға болады:

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left( \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right), \quad (7)$$

Біздің модель үшін Кристоффель белгілерінің компоненттері төмендегідей анықталады:

$$\begin{aligned} \Gamma_{00}^1 &= -(t)^{-2} (u_t - 6uu_x + u_{xxx}), \quad \Gamma_{01}^1 = \frac{3}{2t}, \quad \Gamma_{02}^1 = \frac{1}{2}(t)^{-2}, \\ \Gamma_{00}^2 &= (t)^{-1} (u_{xxx} - 6uu_x + u_t), \\ \Gamma_{01}^2 &= -1, \quad \Gamma_{02}^2 = -\frac{1}{2t}, \quad \Gamma_{00}^3 = u(t)^{-2} [6uu_x - u_{xxx} - u_t] - 6uu_t + u_{xxt}, \\ \Gamma_{01}^3 &= \frac{3}{2t} u - 12uu_x + u_{xxx}, \\ \Gamma_{02}^3 &= \frac{u}{2}(t)^{-2}, \quad \Gamma_{11}^3 = -2t, \quad \Gamma_{12}^3 = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Метрика үшін төмендегідей Риччи тензорының компоненттерін былай анықтай аламыз:

$$R_{00} = \frac{12(u_{xx} + u_x^2) - u_{xxxx} - u_{xt}}{t^2} + \frac{1}{t^2} - \frac{3}{2t^2},$$

Риччидің  $R_{ik}$  тензорын ықшамдай отырып, біз кеңістіктің  $R$  скаляр қисықтығын төмендегідей анықтай аламыз:

$$R = g^{ik} R_{ik} = g^{il} g^{km} R_{iklm}.$$

Біздің қарастырып отырған (4) метрикасы үшін  $R$  тензоры нөлге тең.

Ақыры, жоғарыда келтірілген теңдеулерді пайдаланып біз Эйнштейн тензорын төмендегі теңдеу бойынша анықтай аламыз:

$$G_{ik} = R - \frac{1}{2} g_{ik} R.$$

Онда

$$12(u_{xx} + u_x^2) - u_{xxxx} - u_{xt} - \frac{1}{2} = 0, \quad (8)$$

мұндағы  $x$  дегеніміз интегралдаудың ретін көрсетеді, бұл физикадағы ең әйгілі интегралданатын сызықты емес дербес туындылардағы дифференциалдық теңдеуге алып келеді, ал нақтылай айта кетсек, стандартты түрдегі Кортевег - де Фриз теңдеуі (интегралдау тұрақтысы солитондық шешімді алу үшін түсіп қалады)

$$u_{xxx} + u_t - 6uu_x = 0. \quad (9)$$

Осы теңдеудің шешімдерін қарастырамыз. Оны келесі түрде іздейміз:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u(\theta), \quad \theta = \beta(x - Vt) + \delta, \\ u_t &= \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\beta V u', \\ u_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \beta u', \\ u_{xxx} &= \beta^3 u'''. \end{aligned}$$

Белгілеулерді (9) теңдеуге апарып қоямыз:

$$\begin{aligned} -V\beta u' - 6u\beta u' + \beta^3 u''' &= 0, \\ -Vu' - 6uu' + \beta^2 u''' &= 0, \\ (1-V)u' - 6uu' + \beta^2 u''' &= 0. \end{aligned}$$

Осыны  $u$  бойынша интегралдасак,

$$\begin{aligned} (1-V)u - 3u^2 + \alpha^2 u'' &= C \quad /* 2u' \\ 2uu'(1-V) - 6u'u^2 + 2\alpha^2 u'u'' &= 2u'C \end{aligned}$$

Математикалық әдістерді пайдалана отырып, КДФ теңдеуінің шешімін аламыз:

$$\begin{aligned} (1-V)u^2 - 2u^3 + \beta^2 u'^2 &= 2uC + D, \\ \beta^2 u'^2 &= 2uC + D - (1-V)u^2 + 2u^3, \\ \beta u' &= \sqrt{2uC + D - (1-V)u^2 + 2u^3}, \\ \frac{\beta du}{\sqrt{2uC + D - (1-V)u^2 + 2u^3}} &= d\theta, \\ \beta \int_{u_0}^u \frac{du}{\sqrt{2uC + D - (1-V)u^2 + 2u^3}} &= \theta - \theta_0, \\ C = D = 0, u(\theta) \rightarrow 0, x \rightarrow \infty : 1-V &= -\beta^2, \\ \beta \int_{u_0}^u \frac{du}{\sqrt{\beta^2 u^2 + 2u^3}} &= \theta - \theta_0, \\ -2 \arctan h \left( \frac{\sqrt{\beta^2 - 2u}}{\beta} \right) &= \theta - \theta_0, \\ \frac{\sqrt{\beta^2 - 2u}}{\beta} &= \tanh \left( \frac{\theta - \theta_0}{2} \right). \end{aligned}$$

Теңдеудің шешімі төмендегідей болады:

$$u(\theta) = \frac{\beta^2 - \beta^2 \tanh^2\left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right)}{2}. \quad (10)$$

Сонымен, бұл шешім бізге күшті гравитациялық өрісті сипаттайтын бірсолитондық толқынды сипаттайтын шешім болып табылады.

#### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Том. II. - М.: Наука, 1988.
2. В.Ю. Новокшенов. Введение в теорию солитонов. - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
3. Вейнберг С. Гравитация и космология. - М.: Мир, 1975.

УДК 517.957; 530.182

### ВЫВОД ИЕРАРХИИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКА ГЕЙЗЕНБЕРГА

**Азимханова Айгерим Мухаметкалиевна**

Преподаватель кафедры "Общая и теоретическая физика" ЕНУ им. Л.Н.Гумилева

Научный руководитель – Мырзакулов Р.

Уравнение Кортевега-де Фриза (КдФ) считается одним из самых значимых уравнений в теории интегрируемых систем, имеющее мульти-солитонное решение, бесконечное число законов сохранения и применимо во многих научных приложениях [1]. В данной работе рассматривается расширение уравнения КдФ - связанное уравнение Кадомцева-Петвиашвили (КП) с тремя потенциалами:

$$q_t = \frac{1}{4}(q_{xxx} - 6qq_x + 3\int q_{yy} dx + 6(pr)_x), \quad (1)$$

$$p_t = \frac{1}{2}(-p_{xxx} - 6qp_x + 3qr_x + 3p\int q_y dx - 3p_{xy}), \quad (2)$$

$$r_t = \frac{1}{2}(-r_{xxx} + 3qr_x - 3r\int q_y dx + 3r_{xy}), \quad (3)$$

где индексы представляют собой частные производные. Данная система также интегрируема и допускает мульти-солитонные решения [2].

С помощью определенных преобразований [3], система (1)-(3) может быть сведена к связанной системе Кортевега-де Фриза [4] и стандартному уравнению Кадомцева-Петвиашвили [5].

Целью данной работы является вывод спиновой системы эквивалентной к рассматриваемой связанной системе КП через калибровочное преобразование. В работе [6] представлен разложенный вид этой системы по двум первым членам в (1+1)-мерную иерархию Абловица-Каупа-Ньюэлл-Сигура:

$$u_y = -u_{xx} + 2u^2v, \quad (4)$$

$$v_y = v_{xx} - 2uv^2, \quad (5)$$

$$u_t = u_{xxx} - 6uvu_x, \quad (6)$$

$$v_t = v_{xxx} - 6uvv_x \quad (7)$$