

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

F 96

F96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

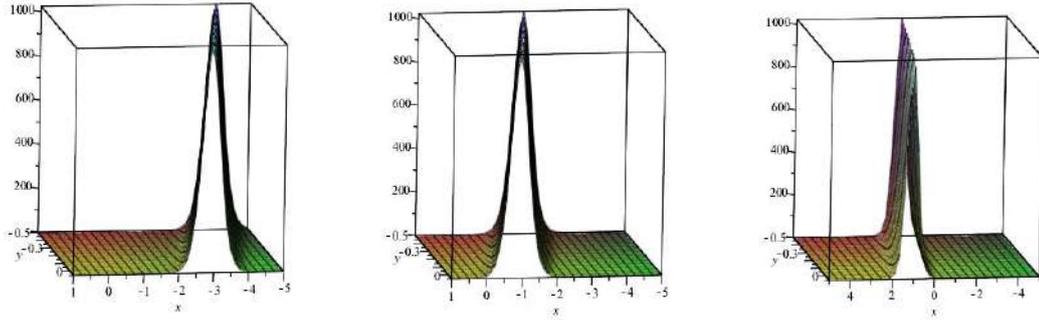
В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016



3-сурет. $w^{[1]}$ функциясы үшін $t=0$; $t=-1$; $t=1$ уақыттарындағы бір солитонды шешім графиктері

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Chuanzhong Li, Jingsong He, K. Porsezian. Rogue waves of the Hirota and the Maxwell-Bloch equations. [arXiv:1205.1191]
2. G. Shaikhova, K. Yesmakhanova, G. Mamyrbekova, R. Myrzakulov. Darboux transformation and solutions of the (2+1)-dimensional Schrodinger-Maxwell-Bloch equation. [arXiv:1402.4669]
3. R. Myrzakulov, G.K. Mamyrbekova, G.N. Nugmanova, M. Lakshmanan. Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials. [arXiv:1305.0098]

УДК 524.83

ОБ ОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ В РАМКАХ $F(T)$ ГРАВИТАЦИИ

Беков Сабит Сегизбаевич

bekov_sabit@mail.ru

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
 Научный руководитель – К.Р. Мырзакулов

В данной работе нами будет рассмотрена анизотропная модель Вселенной в рамках модифицированной теории $F(T)$ гравитации [1].

В общем виде действие в рамках $F(T)$ гравитации задается в виде [2]:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2k^2} F(T) + L_m \right), \quad (1)$$

где T - скаляр кручения, $F(T)$ является обобщенным дифференциалом скаляра кручения и L_m - лагранжиан материи, $k^2 = 8\pi G$. В общем виде скаляр кручения T определяется из выражения

$$T = S_{\rho}^{\mu\nu} T_{\mu\nu}^{\rho}, \quad (2)$$

где

$$S_{\rho}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left(K_{\rho}^{\mu\nu} + \delta_{\rho}^{\mu} T_{\theta}^{\theta\nu} - \delta_{\rho}^{\nu} T_{\theta}^{\theta\mu} \right). \quad (3)$$

Здесь $K_{\rho}^{\mu\nu}$ - контрсионный тензор

$$K_{\rho}^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}(T_{\rho}^{\mu\nu} - T_{\rho}^{\nu\mu} - T_{\rho}^{\mu\nu}), \quad (4)$$

который является разницей между соотношениями Вейтзенбока и Леви-Чивита. Таким образом, в теории $F(T)$ -гравитации используются связи Вейтзенбока с минимальным кручением, которые имеют ненулевые кручения определяемые с помощью выражения

$$T_{\mu\nu}^{\lambda} = \Gamma_{\nu\mu}^{\omega\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\omega\lambda} = e_i^{\lambda}(\partial_{\mu}e_{\nu}^i - \partial_{\nu}e_{\mu}^i). \quad (5)$$

В данной теории метрический тензор определяется как

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{ij}e_{\mu}^i(x)e_{\nu}^j(x), \quad (6)$$

где

$$e_i e_j = \eta_{ij}, \eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1). \quad (7)$$

Вариация действия (1) приводит к следующим гравитационным уравнениям движения

$$\left[e^{-1} \partial_{\mu} (e S_i^{\mu\nu} - e_i^{\lambda} T_{\mu\lambda}^{\rho} S_{\rho}^{\nu\mu}) \right] F_T + S_i^{\mu\nu} \partial_{\mu} T F_{TT} + \frac{1}{4} e_i^{\nu} F = \frac{1}{2} k^2 e_i^{\rho} T_{\mu}^{\nu}. \quad (8)$$

где $e = \sqrt{-g}$, $S_i^{\mu\nu} = e_i^{\rho} S_{\rho}^{\mu\nu}$ и $T_{\mu\nu}$ -тензор энергии-импульса.

Для рассматриваемой модели действие зададим в виде

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[h(\phi) F(T) - \lambda(T + 2 \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} \right)) \right] + \frac{1}{2} \dot{\phi}(t)^2 - V(\phi), \quad (9)$$

где ϕ является скалярным полем, $V(\phi)$ является потенциальной энергией скалярного поля. Точка над буквой обозначает производную по времени t . Варьируя действие (9) по отношению к функции T можно определить множитель Лагранжиана λ как

$$h \frac{dF}{dT} \delta T - \lambda \delta T = 0,$$

откуда

$$\lambda = h F_T.$$

Рассмотрим метрику Бьянки I для анизотропного пространства

$$ds^2 = dt^2 - A(t)^2 dx^2 - B(t)^2 dy^2 - C(t)^2 dz^2, \quad (10)$$

где A, B и C являются некоторыми параметрами зависящими от времени t . Учитывая что для этой метрики $\sqrt{-g} = ABC$ и подставляя значение множителя Лагранжиана λ в действие (9), можно окончательно переписать действие как

$$S = \int d^4x \left(ABC \left[hF - hF_T T - 2hF_T \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} \right) + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V \right] \right), \quad (11)$$

Используя уравнения (2)-(5) и (10) и после некоторых математических вычислений для метрики (10) можно определить скаляр кривизны и параметр Хаббла как [3,4]:

$$T = -2 \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} \right), \quad H = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \quad (12)$$

Подставляя уравнение (11) и учитывая метрику (12) можно определить точечный Лагранжиан для рассматриваемой модели как

$$L(A, B, C, T, \phi, \dot{A}, \dot{B}, \dot{C}, \dot{\phi}) = ABC \left[hF - hF_T T - 2hF_T \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} \right) + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V \right]. \quad (13)$$

Для определения уравнений поля рассматриваемой модели нами будут использованы уравнения Эйлера-Лагранжа и условие нулевой энергии

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0, \quad (14)$$

$$E_L = \frac{\partial L}{\partial \dot{T}} \dot{T} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \dot{\phi} + \frac{\partial L}{\partial \dot{A}} \dot{A} + \frac{\partial L}{\partial \dot{B}} \dot{B} + \frac{\partial L}{\partial \dot{C}} \dot{C} - L, \quad (15)$$

где q_i являются обобщенными координатами, в нашем случае $q_i = A, B, C, T, \phi$ Тогда уравнения поля для точечного Лагранжиана (13) примут вид

$$F_{TT} \left[T + 2 \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} \right) \right] = 0, \quad (16)$$

$$h'F - h'F_T \left[T + 2 \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} \right) \right] - \dot{\phi} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) + \ddot{\phi} - V' = 0, \quad (17)$$

$$\dot{\phi} - 4F_T \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} \right) - hF + hF_T T + 2hF_T \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} \right) - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V = 0, \quad (18)$$

$$F + \frac{1}{2h} \dot{\phi}^2 - \frac{V}{h} + 2F_{TT} \left(\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) + 2F_T \left[\frac{\dot{h}}{h} \frac{\dot{B}}{B} + \dot{T} \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\ddot{B}}{B} + 2 \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{h}}{h} \frac{\dot{C}}{C} + \dot{T} \frac{\dot{C}}{C} + \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{T}{2} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{B} - \frac{\dot{A}\dot{C}}{C} \right] = 0, \quad (19)$$

$$F + \frac{1}{2h} \dot{\phi}^2 - \frac{V}{h} + 2F_{TT} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{C}}{C} \right) + 2F_T \left[\frac{\dot{h}}{h} \frac{\dot{A}}{A} + \dot{T} \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\ddot{A}}{A} + 2 \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{h}}{h} \frac{\dot{C}}{C} + \dot{T} \frac{\dot{C}}{C} + \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{T}{2} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{A} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{C} \right] = 0, \quad (20)$$

$$F + \frac{1}{2h}\dot{\phi}^2 - \frac{V}{h} + 2F_{TT}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B}\right) + 2F_T\left[\frac{\dot{h}}{h}\frac{\dot{A}}{A} + \dot{T}\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\ddot{A}}{A} + 2\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{h}}{h}\frac{\dot{B}}{B} + \dot{T}\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\ddot{B}}{B} - \frac{T}{2} - \frac{\dot{A}\dot{C}}{A} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{B}\right] = 0. \quad (21)$$

Далее, решение будем искать в виде $F = T$, $B = A^m$ и $C = A^n$. Тогда систему уравнений (16)-(21) можно переписать как

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V + Th = 0, \quad (22)$$

$$h'T - 3H\dot{\phi} + \ddot{\phi} - V' = 0, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2h}\dot{\phi}^2 - \frac{V}{h} - 3\left(\frac{m\dot{A}}{A^2} + \frac{n\dot{A}}{A^2} + \frac{mn}{A^2}\right) + 4\frac{\dot{h}}{h}\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{A}\right) + \frac{2}{A^2}(m^2 + n^2 + 2mn - m - n) - 2\frac{\dot{A}}{A}(m+n) - \\ - \frac{2}{A}(m+n)\left[\frac{m}{A^2}(\ddot{A} - 2\dot{A} - 4n) - \frac{m}{A^3}(m\dot{A} - \dot{A} - \dot{A}^2 + nm - n)\right] = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2h}\dot{\phi}^2 - \frac{V}{h} - \left(\frac{m\dot{A}}{A^2} + \frac{n\dot{A}}{A^2} + \frac{mn}{A^2}\right) + 4\frac{\dot{h}}{h}\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{A}\right) + 2\left(\frac{\dot{h}}{h}\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\ddot{A}}{A} + 2\frac{\dot{A}n}{A^2} + \frac{\dot{h}}{h}\frac{n}{A} + \frac{n^2}{A^2} + \frac{n}{A^2} - \frac{m\dot{A}}{A^2} - \frac{nm}{A^2}\right) - \\ - \frac{2}{A}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{n}{A}\right)\left[\frac{m}{A^2}(\ddot{A} - 2\dot{A} - 4n) - \frac{m}{A^3}(m\dot{A} - \dot{A} - \dot{A}^2 + nm - n)\right] = 0, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2h}\dot{\phi}^2 - \frac{V}{h} - \left(\frac{m\dot{A}}{A^2} + \frac{n\dot{A}}{A^2} + \frac{mn}{A^2}\right) + 4\frac{\dot{h}}{h}\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{A}\right) + 2\left(\frac{\dot{h}}{h}\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\ddot{A}}{A} + 2\frac{\dot{A}n}{A^2} + \frac{\dot{h}}{h}\frac{m}{A} + \frac{m^2}{A^2} + \frac{m}{A^2} - \frac{n\dot{A}}{A^2} - \frac{nm}{A^2}\right) - \\ - \frac{2}{A}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{m}{A}\right)\left[\frac{m}{A^2}(\ddot{A} - 2\dot{A} - 4n) - \frac{m}{A^3}(m\dot{A} - \dot{A} - \dot{A}^2 + nm - n)\right] = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Также для нашей модели неизвестные параметры A, h в виде $A = e^{\lambda t}$, $h = h_0\phi$, где λ, h_0 являются некоторыми константами. Подставляя эти значения в уравнения (22)-(26) окончательно имеем

$$\phi = -\frac{1}{3}h_0e^{-2t} - \frac{1}{6}\frac{e^{-2t}}{h_0} + e^t + C, \quad (27)$$

$$V = \frac{1}{18} \frac{(2h_0^2 + 1)^2 e^{-4t} + (-6h_0^3 - 3h_0)e^{-t} - 18h_0^2 e^{2t}}{6h_0^2} + \frac{e^{-2t}}{h_0\phi}, \quad (28)$$

На рисунке 1 представлено графическое решение для скалярного поля ϕ от времени t при значениях $n = -1$, $m = 1$, $\lambda = 1$, $A_0 = -1$ и $C_0 = 1$.

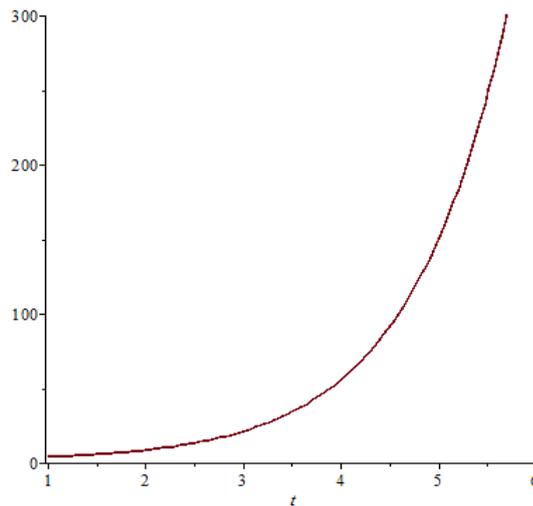


Рисунок 1. Зависимость скалярного поля ϕ от времени t .

Таким образом, из этого рисунка видно что скалярное поле ϕ с течением времени изменяется по экспоненциальному закону. Учитывая что скалярное поле в нашей модели играет роль материи, которая с течением времени экспоненциально увеличивается и является источником ускоренного расширения Вселенной.

Список использованных источников

1. Aslam A., Jamil M., Myrzakulov R. Noether gauge symmetry for Bianchi type I model in $F(T)$ gravity // *General Relativity and Quantum Cosmology*. 2013. Vol. 91. № 1. P. 93-97.
2. Myrzakulov R. $F(T)$ gravity and k-essence // *General Relativity and Quantum Cosmology*. 2012. №9. P. 1627-1651.
3. Sharif M., Shamaila Rani. $F(T)$ Models within Bianchi Type I Universe // *Modern Physics Letters A*. 2011. № 22. P. 1657.
4. Беков С.С., Бакытбек Е., Мырзакулов К.Р. Космологическая модель Бьянки III в $F(T)$ – гравитации // *Вестник ЕНУ*. Т. 99. №2. 2014. С. 274-280.

УДК 524.83

ОБ ОДНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ В $F(R)$ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Бекхожаев Сайдхожа Орынхожаулы

khodzha_92@mail.ru

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
 Научный руководитель – Е.М. Мырзакулов

В данной работе нами будет рассмотрена космологическая модель идеальной жидкости в рамках $F(R)$ гравитации для метрики Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ). Действие рассмотрим в виде [1]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2k^2} F(R) + L_m \right) \quad (1)$$