

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ С ФЕРМИОННЫМИ И СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ В ПРИСУТСТВИИ ПОТЕНЦИАЛА ТИПА ЮКАВЫ

Кунарова Асем Муратовна

Магистрант 2 курса ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Разина О.В.

Большинство космологических моделей, которые описывают ранний, средний и современный периоды эволюции Вселенной базируются на наблюдательных данных для однородной и изотропной Вселенной, совместно с метрикой ФРУ. Однако, последние измерения COBE и WMAP, показали малые колебания амплитуды температуры в различных направлениях, которые показывают небольшую анизотропность ранней Вселенной. Анализ ранней анизотропной Вселенной и механизмов, которые приводят к изотропности, вызвал интерес в теоретической физике.

Недавно в литературе появилось несколько космологических моделей, где фермионное поле действует как гравитационное и приводит к ускорению. Рассмотрим в качестве источников темной энергии фермионные и скалярные поля, взаимодействующие через потенциал типа Юкавы [1 - 3], совместно с метрикой Бьянки I, которая однородна и представляет анизотропное обобщение метрики ФРУ.

Действие задается в виде [4]

$$S = \int \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R + L_f + L_\phi + L_u \right] d^4x, \quad (11)$$

где R - скаляр кривизны, L_f - лагранжиан фермионного поля, L_ϕ - лагранжиан скалярного поля, L_u - потенциал типа Юкавы, которые представлены в следующем виде

$$L_f = \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi) - V_2(u), \quad (12)$$

$$L_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V_1(\phi) \quad (13)$$

$$L_u = -\lambda \bar{\psi} \phi \psi, \quad (14)$$

где $u = \bar{\psi} \psi$. Действие (1) будем рассматривать совместно с метрикой Бьянки I

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) dx^2 - b^2(t) dy^2 - c^2(t) dz^2, \quad (15)$$

для которой скаляр кривизны R равен

$$R = -2 \left[\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} \right]. \quad (16)$$

Для действия (1) учитывая (2) – (6), получим лагранжиан в виде

$$L = \dot{a}\dot{b}\dot{c} + \dot{a}\dot{c}\dot{b} + \dot{b}\dot{c}\dot{a} + abc \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi) - abc V_2(u) + \\ + \frac{1}{2} abc \dot{\phi}^2 - abc V_1(\phi) - abc \lambda \bar{\psi} \phi \psi. \quad (17)$$

Используя уравнение Эйлера-Лагранжа и условие нулевой энергии, получим систему уравнений движения

$$\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} = \rho, \quad (18)$$

$$\frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} = -p, \quad (19)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} = -p, \quad (20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = -p, \quad (21)$$

$$\ddot{\phi} + \left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c}\right)\dot{\phi} + V_{1\phi} + \lambda \bar{\psi}\psi = 0, \quad (22)$$

$$\dot{\psi} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c}\right)\psi + iV_{2u}\gamma^0\psi + i\lambda\phi\gamma^0\psi = 0, \quad (23)$$

$$\dot{\bar{\psi}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c}\right)\bar{\psi} - iV_{2u}\bar{\psi}\gamma^0 - i\lambda\phi\bar{\psi}\gamma^0 = 0, \quad (24)$$

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V_{1\phi} + V_2(u) + \lambda u\phi, \quad (25)$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V_{1\phi} + V_{2u}u - V_2(u). \quad (26)$$

где (8) - первое уравнение Фридмана, (9) – (11) - второе уравнение Фридмана, (12) - уравнение Клейна-Гордона, (13) и (14) - уравнения Дирака, (15) и (16) - плотность энергии и давление, соответственно.

Решение этих уравнений является сложной задачей, поэтому рассмотрим случай, когда $a(t) = b(t) = c(t)$. Тогда получим новую систему уравнений

$$3H^2 = \rho, \quad (27)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (28)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{1\phi} + \lambda \bar{\psi}\psi = 0, \quad (29)$$

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2}H\psi + iV_{2u}\gamma^0\psi + i\lambda\phi\gamma^0\psi = 0, \quad (30)$$

$$\dot{\bar{\psi}} + \frac{3}{2}H\bar{\psi} - iV_{2u}\bar{\psi}\gamma^0 - i\lambda\phi\bar{\psi}\gamma^0 = 0, \quad (31)$$

где ρ и p задаются выражениями (15) и (16) и $H = \frac{\dot{a}}{a}$. Для решения системы уравнений (17) – (21) рассмотрим масштабный фактор и скалярное поле в следующем виде

$$a = a_0 t^\beta, \quad (32)$$

$$\phi = \phi_0 t^\alpha, \quad (33)$$

где $a_0, \beta, \phi_0, \alpha$ - некоторые константы.

Зная зависимость параметра Хаббла от масштабного фактора, получим его

$$H = \frac{\beta}{t}. \quad (34)$$

Из уравнения Клейна-Гордона (19), учитывая масштабный фактор (22) и равенство $u = \frac{c}{a^3}$, находим потенциал скалярного поля

$$V_1(t) = \frac{(1-\alpha-3\beta)\alpha^2\phi_0^2}{2(\alpha-1)}t^{2(\alpha-1)} - \frac{\lambda\alpha\phi_0c}{a_0^3(\alpha-3\beta)}t^{\alpha-3\beta} + V_{10}, \quad (35)$$

$$V_1(\phi) = \frac{(1-\alpha-3\beta)\alpha^2\phi_0^2}{2(\alpha-1)}\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^{2-\frac{2}{\alpha}} - \frac{\lambda\alpha\phi_0c}{a_0^3(\alpha-3\beta)}\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^{1-\frac{3\beta}{2}} + V_{10}, \quad (36)$$

где V_{10} -- константа интегрирования. Из уравнения (17) и выражения для плотности энергии (15) найдем потенциал фермионного поля

$$V_2(t) = 3\beta^2t^{-2} - \frac{1}{2}\alpha^2\phi_0^2t^{2(\alpha-1)} + \alpha\phi_0(\alpha+3\beta-1)t^{\alpha-2} + \frac{\lambda c}{a_0^3}t^{-3\beta} - \frac{\lambda\phi_0c}{a_0^3}t^{\alpha-3\beta}, \quad (37)$$

$$V_2(u) = 3\beta^2\left(\frac{c}{a_0^3u}\right)^{-\frac{2}{3\beta}} - \frac{1}{2}\alpha^2\phi_0^2\left(\frac{c}{a_0^3u}\right)^{\frac{2}{3\beta}(\alpha-1)} + \\ + \alpha\phi_0(\alpha+3\beta-1)\left(\frac{c}{a_0^3u}\right)^{\frac{1}{3\beta}(\alpha-2)} - \frac{\lambda\phi_0c}{a_0^3}\left(\frac{c}{a_0^3u}\right)^{\frac{\alpha}{3\beta}-1} + \lambda u. \quad (38)$$

Из уравнений Дирака (20) и (21), учитывая потенциал (28) находим выражение для фермионного поля

$$\psi_0 = c_0t^{\frac{3}{2}\beta}e^{-i(B+B_{00})}, \quad \bar{\psi}_0 = c_0t^{\frac{3}{2}\beta}e^{i(B+B_{00})}, \quad (39)$$

$$\psi_1 = c_1t^{\frac{3}{2}\beta}e^{-i(B+B_{10})}, \quad \bar{\psi}_1 = c_1t^{\frac{3}{2}\beta}e^{i(B+B_{10})}, \quad (40)$$

$$\psi_2 = c_2t^{\frac{3}{2}\beta}e^{i(B+B_{20})}, \quad \bar{\psi}_2 = c_2t^{\frac{3}{2}\beta}e^{-i(B+B_{20})}, \quad (41)$$

$$\psi_3 = c_3t^{\frac{3}{2}\beta}e^{i(B+B_{30})}, \quad \bar{\psi}_3 = c_3t^{\frac{3}{2}\beta}e^{-i(B+B_{30})}, \quad (42)$$

где $c_0, c_1, c_2, c_3, B_{10}, B_{20}, B_{30}$ - константы интегрирования

$$B = \frac{2\beta a_0^3}{c(3\beta-1)}t^{3\beta-1} - \frac{\alpha^2\phi_0^2a_0^3}{c(2\alpha+3\beta-1)}t^{2\alpha+3\beta-1}. \quad (43)$$

Плотность энергии из выражений (15) и (17) равна

$$\rho = 3\frac{\beta^2}{t^2}. \quad (44)$$

Давление из выражений (16) и (18) равно

$$p = -3\frac{\beta^2}{t^2} + 2\frac{\beta}{t^2}. \quad (45)$$

На рисунках (1) и (2) представлены графики плотности энергии и давления.

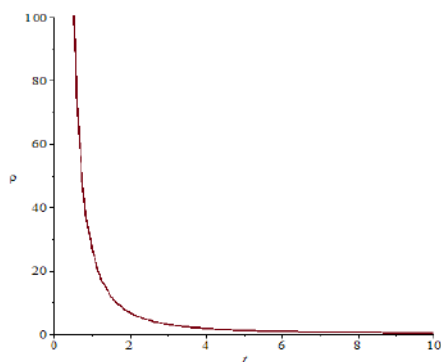


Рис. 1. Зависимость плотности энергии ρ от времени t .

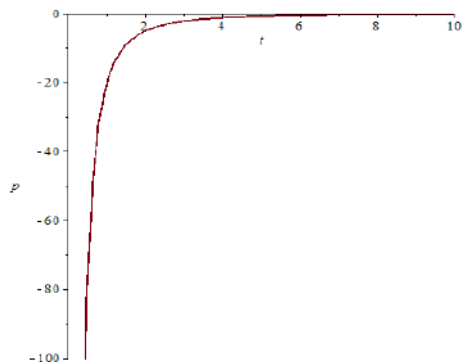


Рис. 2. Зависимость давления p от времени t .

В итоге получаем параметр уравнения состояния в следующем виде

$$\omega = -1 + \frac{2}{3\beta}, \quad (46)$$

На рисунке (3) представлена зависимость параметра уравнения состояния от времени.

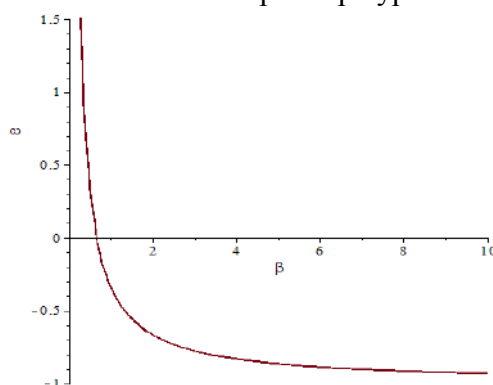


Рис. 3. Зависимость параметра уравнения состояния ω от времени t .

В данной работе рассмотрели модель темной энергии со скалярными и фермионными полями в присутствии потенциала типа Юкавы. Получили систему уравнений движения. Определили потенциалы скалярного и фермионного полей, нашли плотность энергии, давление и параметр уравнения состояния, который как видно из рисунка 3 стремится к -1, что удовлетворяет наблюдательным данным. Рассмотренная модель адекватно описывает ускоренное расширение Вселенной на современном этапе.

Список использованной литературы

1. Kulnazarov I., Yerzhanov K., Razina O., Myrzakul S., Tsyba P. and Myrzakulov R. G-essence with Yukawa Interactions. // European Physical Journal. 2011. № 71. С. 1698.
2. Ribas M. O., Zambianchi P., Devecchi F. P., Kremer G. M. Fermions in Walecka-type cosmology // Europhysics Letters. 2012. С. 97.
3. Saha B. Nonlinear Spinor Fields in Bianchi type-I spacetime reexamined // International Journal of Theoretical Physics. 2014. № 53.
4. Кунарова А.М., Разина О.В., Тилепова А. Космологическая модель не минимально связанная с фермионным полем. // Научный журнал Вестник ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. 2015. №6 (109). Т. 2. С. 55-60.