

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

ЕКІ ӨЛШЕМДІ КОМПЛЕКСТІ МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН КОРТЕВЕГ-ДЕ-ФРИЗ ТЕНДЕУІНІҢ НАҚТЫ ШЕШІМДЕРІ

Құрбанғалиева Әлима Құрбанғалиқызы

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ Жалпы және теориялық физика кафедрасы,

Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекші – Шайхова Г.Н.

Кіріспе. Сызықты емес дифференциалды теңдеулер теориясы зерттеушілердің арасында көп назарға алынды және солитондар теориясымен фундаментальді байланысқан. Кортевег-де Фриз теңдеуі (КдФ), модификацияланған Кортевег-де Фриз теңдеуі (мКдФ) және сызықты емес Шредингер теңдеуі секілді дисперсиялық физикалық жүйелер үшін сызықты емес толқындық құбылыстарды сипаттайтын сызықты емес теңдеулер жақсы зерттелген интегралданатын эволюциялық теңдеулер болып табылады. Олар сызықты емес толқындарды зерттеу барысында маңызды рөл атқарады. Жалпыланған теңдеулердің бірі мКдФ теңдеуі, комплексті мКдФ теңдеуі (кмКдФ) белгілі және солитондар теориясында нақты интегралданатын теңдеу болып табылады. Ол барлық интегралданатын модельдерді қамтиды. кмКдФ теңдеуінің физикалық мағынасы келесі теңдеулер үшін қорытылып шығарылған: сызықты емес тордың фундаментальды эволюциясы, гидродинамика, плазманың физикасы, сызықты емес оптикадағы ультрақысқа импульстер, сызықты емес өту жолдары және т.б. [1].

Біз бұл жұмыста (15)-теңдеуде көрсетілген екі өлшемді кмКдФ теңдеуін қарастырамыз. Сонымен қатар Дарбу түрлендіру әдісін қолданамыз. Бұл түрлендіру нәтижелі тәсіл болуы үшін, бастапқы шешімінің түрлі шешімдерін анықтау үшін жеке туындылармен сызықты емес теңдеулердің тривальды емес аналитикалық шешімдерін тұрғызуға мүмкіндік беретіні дәлелденді.

Екі өлшемді комплексті модификацияланған Кортевег-де-Фриз теңдеуі. Комплексті модификацияланған КдФ теңдеуі (кмКдФ) келесіні білдіреді [2]-[3]

$$iq_t + iq_{xy} - \nu q + i(wq)_x = 0, \quad (1)$$

$$q_x - 2i\delta(q_{xy}^* - q^* q_{xy}) = 0, \quad (2)$$

$$w_x - 2i\delta(|q|^2)_y = 0. \quad (3)$$

Мұндағы q, ν, w комплексті функциялар. (1)-(3) теңдеулер жүйесі кері есеп әдісі бойынша интегралданады. Лакс жұптарына сәйкес келетін кмКдФ (8)-теңдеуде көрсетілген

$$\Psi_x = A\Psi, \quad (4)$$

$$\Psi_t = 4\lambda^2\Psi_y + B\Psi. \quad (5)$$

мұндағы

$$A = -i\lambda\sigma_3 + A_0, \quad (6)$$

$$B = \lambda B_1 + B_0, \quad (7)$$

$$B_1 = i\omega\sigma_3 + 2i\sigma_3 A_{0y}, \quad (8)$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -r & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$B_0 = -\frac{1}{2}\vartheta\sigma_3 + \begin{pmatrix} 0 & -q_{xy} - wq \\ r_{xy} + wr & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

және $r = \delta q^*$, $k = \delta p^*$, мұндағы $\delta = \pm 1$. Сәйкес келу шарты өзгеріссіз

$$A - 4\lambda^2 A_y - B_x + [A, B] = 0. \quad (11)$$

Екі өлшемді кмКдФ теңдеуі үшін Дарбу түрлендіруі (ДТ). Бұл бөлімде біз екі өлшемді кмКдФ (1)-(3)-теңдеулер жүйесі үшін бірінші ретті ДТ толық көрсетеміз. Ψ және $\Psi^{[1]}$ (4)-(5)-теңдеулер жүйесінің екі шешімі

$$\Psi_x^{[1]} = A^{[1]} \Psi^{[1]}, \quad (12)$$

$$\Psi_t^{[1]} = 4\lambda^2 \Psi_y^{[1]} + B^{[1]} \Psi^{[1]}. \quad (13)$$

Бұл екі шешім келесі түрлендірумен байланысқанын болжай аламыз

$$\Psi^{[1]} = T\Psi = (\lambda I - M)\Psi. \quad (14)$$

T матрицасының функциясы келесі теңдеулерді қанағаттандырады

$$T_x + TA = A^{[1]}T, \quad (15)$$

$$T_t + TB = 4\lambda^2 T_y + B^{[1]}T. \quad (16)$$

Онда q, ϑ, w және $q^{[1]}, \nu^{[1]}, w^{[1]}$ қатынастары екі өлшемді кмКдФ теңдеуі үшін ДТ (15)-(16)- теңдеулерден кемуі мүмкін. λ^i ($i = 0, 1, 2$) коэффициентін салыстыра отырып (14)-теңдеудің бір бөлігінен біз келесіні аламыз

$$\lambda^0 : M_x = A_0^{[1]}M - MA_0, \quad (17)$$

$$\lambda^1 : A_0^{[1]} = A_0 + i[M, \sigma_3], \quad (18)$$

$$\lambda^2 : iI\sigma_3 = i\sigma_3 I. \quad (19)$$

(18)-теңдеу келесіні береді

$$q^{[1]} = q - 2im_{12}, \quad (20)$$

$$q^{*[1]} = q^* - 2im_{21}. \quad (21)$$

мұндағы

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Бұл жерден $m_{21} = -m_{12}^*$ аламыз. λ^i ($i = 0, 1, 2$) коэффициентін салыстыра отырып (16)-теңдеу келесі қатынасты береді

$$\lambda^0 : -M_t = -B_0^{[1]}M + MB_0, \quad (23)$$

$$\lambda^1 : B_0^{[1]} = B_0 - MB_1 + B_1^{[1]}M, \quad (24)$$

$$\lambda^2 : 4M_y = B_1^{[1]} - B_1. \quad (25)$$

сондықтан, ДТ аламыз

$$B_0^{[1]} = B_0 - MB_1 + (B_1 + 4M_y)M, \quad (26)$$

$$B_1^{[1]} = B_1 + 4M_y. \quad (27)$$

Сонымен қатар, (26)-(27)-теңдеулерден келесіні аламыз

$$\nu^{[1]} = \nu + 4(m_{12}q_y^* + m_{12}^*q_y + 2im_{11}m_{11y} - 2i_{12}^*m_{12y}), \quad (28)$$

$$w^{[1]} = w - 4im_{11y} = w + 4im_{22y}. \quad (29)$$

$m_{22} = m_{11}^*$ екенін ескереміз. M матрицасы келесі түрге ие

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ -m_{12}^* & m_{11}^* \end{pmatrix}, \quad M^{-1} = \frac{1}{|m_{11}|^2 + |m_{12}|^2} \begin{pmatrix} m_{11}^* - m_{12} \\ m_{12}^* m_{11} \end{pmatrix}. \quad (30)$$

M шектеуін қанағаттандыру үшін келесіні көрсетеміз

$$\psi^+ = \psi^{-1}, \quad A_0^+ = -A_0, \quad (31)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1^*, \quad H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x, y) & -\psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix}, \quad (32)$$

$$H^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \psi_1^*(\lambda_1; t, x, y) & \psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ -\psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix}. \quad (33)$$

мұндағы

$$\Delta = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2. \quad (34)$$

M матрицасы келесідей

$$M = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} (\lambda_1)|\psi_1|^2 + \lambda_2|\psi_2|^2 & (\lambda_1 - \lambda_2)\psi_1\psi_2^* \\ (\lambda_1 - \lambda_2)\psi_1^*\psi_2 & \lambda_1|\psi_2|^2 + \lambda_2|\psi_1|^2 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Екі өлшемді кмКдФ теңдеуі үшін бір өлшемді ДТ келесі түрге ие

$$q^{[1]} = q - 2im_{12}, \quad (36)$$

$$v^{[1]} = v + 4(m_{12}q_y^* + m_{12}^*q_y + 2im_{11}m_{11y} - 2im_{12}^*m_{12y}), \quad (37)$$

$$w^{[1]} = w - 4im_{11y} = w + 4im_{22y}. \quad (38)$$

Бір солитонды шешім. ДТ айқын түрін ала отырып, біз Екі өлшемді кмКдФ теңдеуінің нақты шешімін тұрғыза аламыз. Мысал ретінде бір солитонды шешімді көрсетеміз. Бір солитонды шешімді алу үшін бастапқы шешімді қабылдаймыз

$$q = v = w = 0, \quad (39)$$

Онда сәйкес байланысқан сызықты жүйе келесі түрге ие

$$\psi_{1x} = -i\lambda\psi_1, \quad (40)$$

$$\psi_{2x} = i\lambda\psi_2, \quad (41)$$

$$\psi_{1t} = 4\lambda^2\psi_{1y1}, \quad (42)$$

$$\psi_{2t} = 4\lambda^2\psi_{2y}. \quad (43)$$

Бұл жүйе келесі нақты шешімдерді алады

$$\psi_{1x} = e^{-i\lambda_1 x + i b_1 y + i(4\lambda_1^2 b_1)t + \delta_1 + i\delta_2}, \quad (44)$$

$$\psi_{2x} = e^{i\lambda_2 x - i b_2 y - i(4\lambda_2^2 b_2)t - \delta_1 - i\delta_2 + \delta_0}. \quad (45)$$

мұндағы

$$b_1 = b_2, \quad \lambda_1 = \lambda_2. \quad (46)$$

(44)-(45)-теңдеулерді келесідей жазамыз

$$\psi_{1x} = e^\theta, \quad (47)$$

$$\psi_{2x} = e^{-\theta + \delta_0}. \quad (48)$$

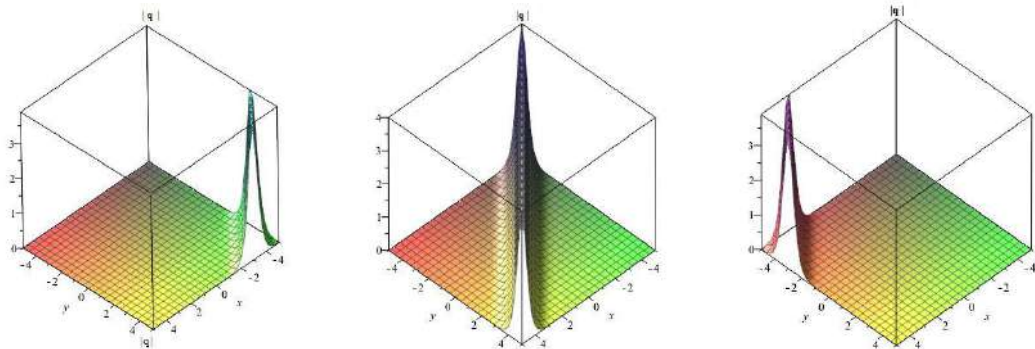
Екі өлшемді кмКдФ теңдеулер жүйесі (1)-(3) келесі түрге ие

$$q^{[1]} = -\frac{i(\lambda_1 - \lambda_2)|e^\theta|^2 e^{-\theta} e^{-\theta^* + i\delta_0}}{ch\theta}, \quad (49)$$

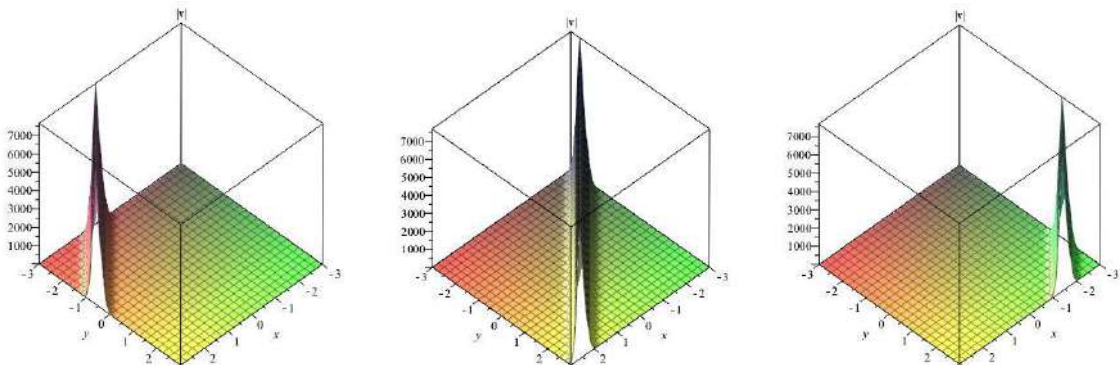
$$v^{[1]} = \frac{ich\theta \left(\lambda_1 |e^\theta|^2 + \lambda_2 e^{-\theta-\theta^*+i\delta_0} \right) \left(\lambda_1 |e^\theta|^2 + \lambda_2 e^{-\theta-\theta^*+i\delta_0} \right)_y - i(ch\theta)_y \left(\lambda_1 |e^\theta|^2 + \lambda_2 e^{-\theta-\theta^*+i\delta_0} \right)^2}{2ch^3\theta} -$$

$$\frac{i(\lambda_1^* - \lambda_2^*) e^{\theta^*} e^\theta e^{-\theta-\theta^*+i\delta_0} \left((\lambda_1 - \lambda_2) ch\theta \left(|e^\theta|^2 e^{-\theta-\theta^*-i\delta_0} \right)_y - (\lambda_1 - \lambda_2) (ch\theta)_2 |e^\theta|^2 e^{-\theta-\theta^*-i\delta_0} \right)}{2ch\theta^* ch^2\theta}, \quad (50)$$

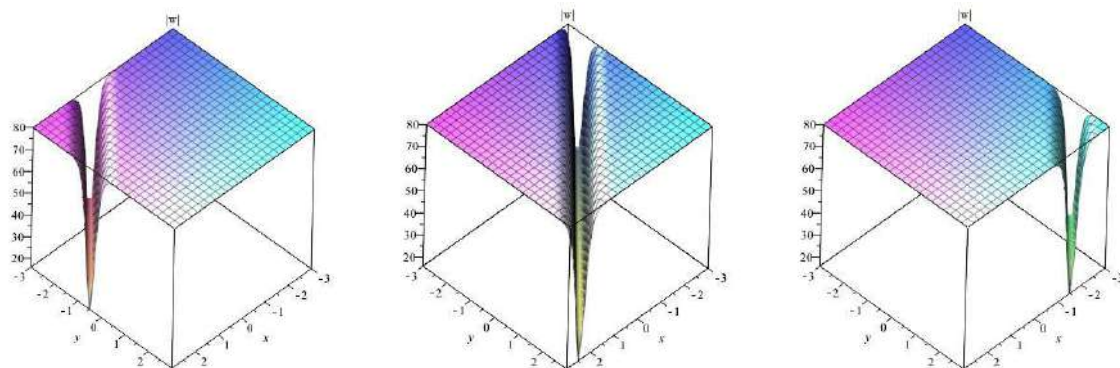
$$w^{[1]} = - \frac{2i \left(ch\theta \left(\lambda_1 |e^\theta|^2 + \lambda_2 e^{-\theta-\theta^*+i\delta_0} \right)_y - (ch\theta)_y \left(\lambda_1 |e^\theta|^2 + \lambda_2 e^{-\theta-\theta^*+i\delta_0} \right) \right)}{ch^2\theta}. \quad (51)$$



Сурет 1. $q^{[1]}$ функциясы үшін $t = -1; t = 0; t = 1$ уақыттарындағы бір солитонды шешім графиктері



Сурет 2. $v^{[1]}$ функциясы үшін $t = -1; t = 0; t = 1$ уақыттарындағы бір солитонды шешім графиктері



Сурет 3. $w^{[1]}$ функциясы үшін $t = -1; t = 0; t = 1$ уақыттарындағы бір солитонды шешім графиктері

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. G.P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, 5th edition // (Academic Press, San Diego, CA. 2012.
2. K.R. Yesmakhanova, G.N. Nugmanova, Wei-Zhong Zhao, Ke Wu, Integrable inhomogeneous Lakshman-Myrzakulov equation Электронный ресурс: arXiv:1305.0098v1 [nlin.SI] 1 May 2013
3. K.R. Yesmakhanova, G.N. Shaikhova, K. Zhussupbekov, R. Myrzakulov, The (2+1)-dimensional Hirota-Maxwell-Bloch equation: Darboux transformation and soliton solutions. Электронный ресурс: arXiv:1404.5613.

УДК 524.832\

КОСМОЛОГИЯ ОТСКОКА В МОДИФИЦИРОВАННОЙ ГАУССА-БОННЕ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Мейрамбай А.

Магистрант ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Ержанов К.К.

В свое время Хаббл представил работу, подтверждающую расширение Вселенной и содержащую чёткую зависимость красного смещения от расстояний до галактик. Предполагая, что ярчайшие звёзды, видимые в галактиках, имеют одинаковую собственную светимость, ученый обнаружил, что чем быстрее удаляется объект (по измерениям Слайфера), тем слабее его видимый блеск. Иными словами, чем дальше галактика, тем с большей скоростью она удаляется от нас. Именно из этой зависимости Хаббл сделал вывод о расширении Вселенной [1].

На основе факта расширения Вселенной теория пришла к стандартной космологической модели. Эта стандартная модель базировалась на ОТО и двух основных предположениях. Первое предположение - о том, что Вселенная однородна и изотропна в больших масштабах, второе - о том, что она заполнена обычным веществом, т.е. веществом, плотность которого уменьшается обратно пропорционально занимаемому им объёму [2].

Все это привело к возникновению большого количества космологических моделей, построенных на базе различных подходов.

Космологическая модель - математическое описание Вселенной, которая пытается объяснить ее текущее поведение и развитие в течение долгого времени. Они основаны на непосредственных наблюдениях [3]. Имеют большую популярность теории, в которых действие - произвольная функция скалярной кривизны или/и инварианта Гаусса-Бонне [4].

Космология отскока как и в других гравитационных теориях может быть исследована в модифицированной теории гравитации Гаусса-Бонне [5].

В данной работе демонстрируется несколько простых моделей, которые являются примером космологии отскока в гравитации Гаусса-Бонне.

Применим метод реконструкции космологических моделей. В нем вводится дополнительное скалярное поле φ , которые отождествляется с космологическим временем t . Рассмотрим этот метод для наших моделей. Действие без материи описывается в следующем виде:

$$S = \frac{1}{k^2} \int d^4x \sqrt{-g} (R + P(t)G + Q(t)). \quad (1)$$

здесь $P(\varphi), Q(\varphi)$ - некоторые функции скаляра φ . Варьируем данное действие относительно φ и получим уравнение: