

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

ҒАЛАМДАҒЫ ЖҰЛДЫЗДАР ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ҮШІНШІ ИНТЕГРАЛЫН АНЫҚТАУ МӘСЕЛЕСІ

Сандал Бахытжан

Жалпы және теориялық физика кафедрасының магистранты,

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.к., доцент Кенжалиев Д.И.

Кіріспе: Бұл баяндамада авторлар ғаламдағы жұлдыздар қозғалысын зерттейтін астрофизика бөлімі - жұлдыздар динамикасының негіздерін және зерттеу тақырыбы бойынша бұрынғы және соңғы шыққан мақалаларға қысқа түрде шолу жасап, көпшілікке жеткізуді көздейді.

Жұлдыздар динамикасы негізі

Ғалам өзара соқтығыспайтын гравитацияланушы массалардың көп санынан тұратын жүйе болып табылады. Ғаламның стационарлық жағдайы жұлдыздар жүйесі динамикасының ең жақсы өңделген бөлімі болып есептеледі. Астрономияда объектілердің көпшілігінің жасы өте үлкен, ал олардың көрінерлік қозғалысындағы өзгерістер өте баяу жүретіндіктен, стационарлық жүйелерді зерттеу бірінші ретті тапсырма болып табылады. Кез-келген өздік гравитацияланатын жүйенің динамикалық ерекшелігі оның гравитациялық потенциалымен анықталады:

$$\Phi(\vec{r}) = \int_V \frac{G\delta(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV \quad (1)$$

Мұндағы: G - гравитациялық тұрақты, δ - массаның кеңістіктік тығыздығы, $\vec{r}'$ - ағымдағы радиус-вектор, $\vec{r}$ -бақылау радиус векторы. Интеграл барлық көлем V бойынша алынады.

Жұлдыздар динамикасы үшін бүкіл жүйенің жалпы күштік өрісінде еркін материалдық нүктелер түрінде қозғалған денелердің (жұлдыздардың) көп санынан тұратын жүйелерді қарастыру тән. Жүйеде денелердің көптігі және денелердің орын ауыстыруы айтарлақтай болатын уақыт аралығының өте үлкендігі, - осының барлығы бізді аспан механикасының үйреншікті тәсілдерінен бас тартуға мәжбүрлейді және жеке дененің қозғалысын бақылауды емес, кеңістіктік координаталар (x, y, z) және жылдамдықтар бойынша (v_x, v_y, v_z) денелердің үлестірімділігін қарастыруды қажет етеді.

Жұлдыздардың кеңістіктік координаттары және жылдамдықтары бойынша үлестірімділік функциясын келесідей белгіленіп еңгізілген.

$$\Psi(x, y, z, v_x, v_y, v_z) dx dy dz dv_x dv_y dv_z \quad (2)$$

Бұл шама координаттары x және $x + dx$, y және $y + dy$, z және $z + dz$ аралығында, жылдамдығының құраушылары v_x және $v_x + dv_x$, v_y және $y + dv_y$, v_z және $v_z + dv_z$ аралығында болатын жұлдыздар санын береді. Енді бір жұлдыздар тобын зерттейтін болсақ, t уақыт моментінен $t + dt$ моментіне көшкенде координаттары x, y, z жылдамдықтары v_x, v_y, v_z болған жұлдыздардың координаттары:

$$x + dx = x + v_x dt \quad y + dy = y + v_y dt \quad z + dz = z + v_z dt$$

Ал жылдамдықтары: $v_x + dv_x = v_x + \frac{\partial \Phi}{\partial x} dt$, $v_y + dv_y = v_y + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dt$, $v_z + dv_z = v_z + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dt$

-ге өзгергенде жұлдыздар саны өзгермеуі тиіс. Яғни, жұлдыздардың үлестірімділік заңы өзгермейді:

$$\Psi \left(x + v_x dt, y + v_y dt, z + v_z dt, v_x + \frac{\partial \Phi}{\partial x} dt, v_y + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dt, v_z + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dt \right) dx dy dz dv_x dv_y dv_z = \Psi(x, y, z, v_x, v_y, v_z) dx dy dz dv_x dv_y dv_z \quad (3)$$

Осы қатынасты қатарға жіктеп, уақыт дифференциалының dt бірінші мүшелерімен шектеліп, үлестірімділік функциясы Ψ және Φ потенциалы қанағаттандыруы тиіс келесі дербес туындылы теңдеуді аламыз:

$$v_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} + v_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} + v_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial v_x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial v_y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial v_z} \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

Больцманның кинетикалық теңдеуі деп аталатын бұл теңдеуді 1915 жылы Джинс қорытып шығарған. Стокс операторын:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial v_x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial v_y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial v_z} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (5)$$

$$\text{енгізіп, теңдеуді} \quad \frac{D}{Dt} = 0 \quad (6)$$

күйіне келтіруге болады. Бұл теңдеудің мәні: жұлдызбен бірге қозғалатын нүктеде жұлдыздардың фазалық тығыздығы өзгермейді.

Басқаша айтқанда, фазалық тығыздықтың өзі бірінші қозғалыс интегралы болады және ең жалпы жағдайда бір-біріне тәуелсіз қозғалыстың қандай да бір алты бірінші интегралдарының функциясы болып жазылады.

$$\Psi = \Psi(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) \quad (7)$$

Мұнда: $I_k = I_k(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$, $(k = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$

(4) теңдеуді шешіп, Ψ үлестірімдік функциясын табу керек, ал ол үшін Φ потенциалын анықтау қажет. Φ потенциалы жөнінде жалпы болжам жасап, кейбір қорытындылар шығаруға болады.

Қозғалыс теңдеуін интегралдау үшін Φ потенциалының нақты түрін білу керек, бірақ потенциалды беру Ψ функциясын тандауға шектеу салады. Себебі, потенциал массаның δ тығыздығымен Пуассон теңдеуі арқылы байланысқан:

$$4\pi G \delta = -\nabla^2 \Phi \quad (8)$$

Масса тығыздығы үш өлшемді кеңістікте:

$$\delta = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi dv_x dv_y dv_z \quad (9)$$

Жүйе құрылымын минималды шектейтін жеке жұлдыз қозғалысының жалпы интегралы жеке жұлдыз үшін энергия интегралынан алынатын кез-келген функцияға келтіріледі.

$$\Psi = \Psi(I_1), \quad I_1 = \frac{1}{2}(v_x^2 + dv_y^2 + v_z^2) - \Phi \quad (10)$$

Стационарлы потенциал кезінде қозғалыстың бірінші интегралдарының бірі – энергия интегралы I_1 - белгілі.

Фазалық тығыздық Ψ стационарлы жүйеде нүктенің бір мәнді функциясы болып табылады және бірімәнді қозғалыс интегралдарына тәуелді. Олардың біреуі энергия интегралы. Φ потенциалы z осіне қатысты симметриялы болған кезде қозғалыс теңдеуінен тағы бір қозғалыстың бірінші интегралы - симметрия осіне қатысты кинетикалық момент интегралы сақталады.

$$I_1 = xv_y - yv_x = const \quad (11)$$

Нақты жұлдыздар жүйесі сфералық симметриялы болмайды және олардың көпшілігі остік симметриялы болады. Бұл шектеулі стационарлық жүйе үшін жалпы жағдай болып табылады. Остік симметриялы стационарлы жүйенің потенциалы бірімәнді болады, бұл жүйедегі жұлдыздың қозғалысында бір-бірінен және уақыттан тәуелсіз остік симметриялы үш қозғалыс интегралы сақталады. Бұндай жүйенің фазалық тығыздығы жалпы жағдайда келесі түрде анықталады:

$$\Psi = \Psi\left[\frac{1}{2}(v_x^2 + dv_y^2 + v_z^2) - \Phi(R, z), Rv_\varphi, I_3\right] \quad (12)$$

Мұндағы қозғалыстың үшінші интегралы (цилиндрлік координатамен берілген)

$$I_3 = I_3(R, z, v_R, v_z, v_\varphi) \quad (13)$$

Үшінші интеграл мәселесі

Жұлдыздар динамикасында стационар жұлдыздық жүйелердегі фазалық тығыздық өрнегінің мүмкін түрлерін анықтағанда үшінші интеграл мәселесімен кездесеміз.

Үшінші интегралдың қазіргі кезге дейін ешқандай универсал формасы табылған жоқ. Егер потенциал:

$$3\left(z \frac{\partial \Phi}{\partial R} - R \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right) - (R^2 + \mu - z^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R \partial z} + Rz \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}\right) = 0 \quad (14)$$

теңдеуін қанағаттандырса, үшінші интеграл жылдамдық құраушыларына қатысты квадрат дәрежелі полином түрде болады (остік симметриялы жағдайда цилиндрлік координата жүйесін қолдану ыңғайлы), -кез-келген параметр. (14) формуласы потенциалға қойылған шектеу, әрі үшінші квадрат дәрежелі интегралдың бар болу шарты болып табылады. Квадраттық үшінші интеграл түрі:

$$I = (zv_R - Rv_z)^2 + z^2 v_0^2 + \mu(v_z^2 - 2\Phi^*) \quad (15)$$

Φ^* функциясы мен $\Phi(R, z)$ потенциалы арасындағы байланысты:

$$\left. \begin{aligned} \mu \frac{\partial \Phi^*}{\partial R} &= z^2 \frac{\partial \Phi}{\partial R} - Rz \frac{\partial \Phi}{\partial z} \\ \mu \frac{\partial \Phi^*}{\partial z} &= -Rz \frac{\partial \Phi}{\partial R} + (R^2 + \mu) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Контопулос потенциалының үшінші интегралы фазалық кеңістіктегі қандай да бір тіркелген дөңгелек орбитадан ауытқу дәрежесі бойынша қатарға жіктеу болып табылады немесе гравитациялық потенциалдың квадраттық формада ауытқуын сипаттайтын кіші параметр бойынша қатарға жіктеу:

$$U_0 = -\frac{1}{2}(P\varepsilon^2 + Qz^2), \quad (\varepsilon = R - R_0) \quad (17)$$

Жеке жағдай үшін Контопулос үшінші интегралдың қатарға жіктеуін келтіреді:

$$I_3 = \frac{1}{2}(v_R^2 + P\varepsilon^2) + \frac{b}{4Q - p}[(P - 2Q)\varepsilon z^2 - 2\varepsilon v_z^2 + 2zv_R v_z] - \frac{1}{3}a\varepsilon^2 + \dots \quad (18)$$

Оорт-Линдблад интегралы:

$$I = v_z^2 - 2\varphi_2(z) \quad (19)$$

Қозғалыстың үшінші интегралын **Ronaldo S. S., Vieira және Javier Ramos-Caro** деген зерттеушілер 2015 жылы жариялаған «Ғалам дискісімен қиылыса қозғалатын жұлдыздардың үшінші қозғалыс интегралының қарапайым формуласы» атты мақалаларында қарастырған. Мұнда экваторға жақын орбиталармен біріккен қозғалыстардың жуық үшінші интеграл қарапайым аналитикалық формуламен берілген:

$$I_3 = Z\Sigma_I^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

Мұндағы,

$$Z(R) = Z(R_0) \frac{\Sigma^{1/3}(R_0)}{\Sigma^{1/3}(R)} \quad (21)$$

ғалам центрінен R қашықтықтағы орбитаның вертикаль амплитудасы және

$$\Sigma_I(R) = \int_{-\xi}^{\xi} \rho_{tot}(R, z) dz \quad (22)$$

массаның интегралдаушы динамикалық беттегі тығыздығы. Мұндағы: ρ_{tot} - жұқа диск профилінің «динамикалық» тығыздығы, ξ – жұқа диск қалыңдығы. Бұл зерттеуде осы түрдегі қозғалыстың үшінші интегралы қалыңдығы өте жұқа дисктен қалыңдығы жұқа диск аралығын қамтитын остік симметриялы ғаламдық модельдердегі дискпен қиылысатын орбиталар, яғни, оның бойымен қозғалмайтын орбиталар үшін орындалатындығы баяндалған.

Қорытынды: Жоғарыда жұлдыздар динамикасының негізгі теңдеуі Больцман теңдеуі екені және Φ потенциалының белгілі түрін беру арқылы Ψ үлестірімділік функциясы анықталатындығы немесе үлестірімділік функциясы белгілі болса (бақылау мәліметтері арқылы да анықтау мүмкіндігі бар) Φ потенциалды табу арқылы ғалам моделі жасалатындығы баяндалды. Осы жерде, Ψ үлестірімділік функциясы бірінші қозғалыс интегралы болатындығы, өз кезегінде оның өзі бір-бірінен және уақыттан тәуелсіз бір мәнді қозғалыстың бірінші интегралдарының функциясы екендігі айтылды (олардың саны алтау). Остік симметриялы потенциал жағдайында (басқа потенциалдарда да) бірімәнді қозғалыс интегралдарының үшіншісі нақты формада анықталмағандығы менің зерттеу тақырыбым болып табылады және осы уақытқа дейін оның анықталған түрлерін, осы тақырып бойынша қазіргі уақытта шыққан мақалаға жасалған талдауды келтірдім.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. К.Ф. Огородников. Динамика звездных систем. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958, 243-310 бет.
2. К.М. Идлис. Структура и динамика звездных систем. - Алма-ата: Издательство Академии наук Казахской ССР, 1961, 7-32 бет.
3. Ronaldo S. S. Vieira and Javier Ramos-Caro. A simple formula for third integral of motion of disc-crossing stars in galaxy // The Astrophysical journal, 2014. Vol.786. №1. P. 27-34.
4. J. Binney and S. Tremaine. GALACTIC DYNAMICS. - New Jersey: Princeton University Press, 1987, 177-183 бет.
5. И.К. Велтман, Г.М. Идлис, В.А. Антонов. Астрономия. Кинематика и динамика звездных систем. - М.: БИНТИ, 1966, 61-93 бет.

УДК 524.83

ЖАЛПЫ САЛЫСТЫРМАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ ШЕҢБЕРІНДЕ КҮШТІ ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ӨРІСТІ СИПАТТАЙТЫН БЕЛГІЛІ БІР ӘСЕР МЕН ҚОЗҒАЛЫС ТЕҢДЕУІ

Сәрсенбек Айнұр Бақтығалиқызы

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ «6m060400-физика» мамандығының 2-курс магистранты,
Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Қ. Мырзакулов