

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

2. Kamran N., Tenenblat K. Laplace transformation in higher dimensions // Duke Math. J. 1996. V. 84, N 1. P. 237-266.
3. Д. Х. Козыбаев, У. У. Умирбаев, Вложение магнуса для правосимметричных алгебр // Сибирский математический журнал, Май-июнь, 2004. Том 45, №3
4. L. Makar-Limanov, U. Umirbaev, The freihheitssats for Novikov algebras // arXiv:1105.2544v1, 12may 2011.
5. A.S. Dzhumadil'daev, C. Lofwall, Trees, free right-symmetric algebras, free Novikov algebras and identities. // Homology, Homotopy and Appl. 4(2002), No.2(1), 165-190.
6. Царев С. П. О нелинейных уравнениях с частными производными, интегрируемыми по Дарбу // Тр. мат. ин-та им. В. А. Стеклова, 1999. Т. 225. С. 389-399.

УДК 512.55

ЛЕВОСИММЕТРИЧНЫЕ КОАЛГЕБРЫ

Онербек Жомарт

onerbek.93@mail.ru

Магистрант 2 курса ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Начуный руководитель – Д.Х. Козыбаев

Пусть F - произвольное поле. Для элементов x, y, z произвольной алгебры над полем F воспользуемся следующими стандартным обозначениям $(x, y, z) = (xy)z - x(yz)$.

Алгебра A называется левосимметричной, если выполняется тождества:

$$(x, y, z) = (y, x, z)$$

Векторное пространства A над полем F , в котором задано линейное отображение $\Delta: A \rightarrow A \otimes A$ называется коалгеброй.

Положим

$$\Delta(a) = \sum_a a_{(1)} \otimes a_{(2)},$$

где $a \in A$ (обозначение Свидлера).[1]

Пусть $A^* = \{f: A \rightarrow F \text{ линейные функций}\}$ - двойственное к A пространство функционалов.

Тогда определяем спаривание $\langle A^*, A \rangle \rightarrow F$, полагая $\langle f, a \rangle = f(a)$, $f \in A^*, a \in A$.

Определяем операцию умножения на пространстве A^* следующим образом

$$\langle f \cdot g, a \rangle = \langle f \otimes g, \Delta(a) \rangle = \sum_a f(a_{(1)}) \cdot g(a_{(2)}),$$

где $f, g \in A^*, a \in A$. Легко проверить, что A^* является алгеброй относительно этого умножения.

Алгебра A^* называется двойственной алгеброй к A . [2]

Пусть M - произвольное многообразие алгебр над полем F . Коалгебра $\Delta: A \rightarrow A \otimes A$ называется M -коалгеброй, если алгебра A^* принадлежит M .

Определим линейные отображения $\tau: V \rightarrow W$, где V, W векторные пространства, полагая $\tau(v \otimes w) = w \otimes v$, $v \in V, w \in V$.

Теорема 1. Коалгебра $\Delta: A \rightarrow A \otimes A$ является левосимметричной тогда и только тогда, когда выполняется тождество

$$(1 - \tau \otimes 1)(\Delta \otimes 1 - 1 \otimes \Delta)\Delta = 0.$$

Приведем пример левосимметричной алгебры и коалгебры.

Пример 1

Левосимметричная алгебра	Левосимметричная коалгебра
$e_1 e_1 = e_1, e_1 e_2 = e_1, e_2 e_1 = e_1, e_2 e_2 = e_2$	$\Delta(e_1) = e_1 \otimes e_1 + e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2,$

	$\Delta(e_2) = 0$
--	-------------------

Если (A_1, Δ_1) и (A_2, Δ_2) коалгебры, тогда морфизмом (A_1, Δ_1) на (A_2, Δ_2) называется линейное отображение $f: A_1 \rightarrow A_2$ такое, что $\Delta_2 f = (f \otimes f) \Delta_1$.

Коалгебра (K, Δ_K) называется подкоалгеброй коалгебры A , если K векторное подпространство A и включение $i_N: K \subset A$ является морфизмом коалгебр.

Другими словами, K является подкоалгеброй тогда и только тогда, когда $\Delta(K) \subseteq K \otimes K$.

Коалгебра называется локально-конечной, если ее каждый элемент лежит в конечномерной подкоалгебре. [3]

Это означает, что всякая конечно порожденная подкоалгебра конечномерна.

Лемма. Если K подкоалгебра, и $x \in K$, $x \otimes y \in K \otimes K$, тогда $y \in K$. [4]

Теорема 2. Многообразие левосимметричных коалгебр не является локально-конечным.

Пусть A векторное пространство с базисом $e, f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$. В качестве примера возьмем следующую коалгебру $\Delta: A \rightarrow A \otimes A$:

$$\Delta(e) = 0,$$

$$\Delta(f_i) = e \otimes f_{i+1},$$

где $i \geq 1$.

Сначала проверим на левосимметричность, т.е. проверим выполняются ли тождества левосимметричности:

$$(1 - \tau \otimes 1)(\Delta \otimes 1 - 1 \otimes \Delta)\Delta(e) = 0,$$

$$\begin{aligned} (1 - \tau \otimes 1)(\Delta \otimes 1 - 1 \otimes \Delta)\Delta(f_i) &= (1 - \tau \otimes 1)(\Delta \otimes 1 - 1 \otimes \Delta)(e \otimes f_{i+1}) = \\ &= (1 - \tau \otimes 1)(-e \otimes e \otimes f_{i+1}) = -e \otimes e \otimes f_{i+1} + e \otimes e \otimes f_{i+1} = 0. \end{aligned}$$

В силу теоремы 1 это коалгебра является левосимметричной.

Теперь проверим коалгебру $\Delta: A \rightarrow A \otimes A$ на локальную конечность. В качестве подкоалгебры берем подкоалгебру K , порожденную элементами e, f_1 . Тогда $\Delta(f_1) = e \otimes f_2$, т.е. $f_2 \in K$ в силу леммы. Далее $\Delta(f_2) = e \otimes f_3$ и $f_3 \in K$, т.е. продолжая этот процесс, получаем, что $e, f_1, f_2, \dots, f_n, \dots \in K$.

Подкоалгебра K бесконечномерна. Следовательно, многообразие левосимметричных коалгебр не является локально-конечным.

Список использованных источников

1. W. Michaelis. Lie Coalgebras // Adv. Math. 38, 1980, P. 1-54.
2. J. Anquella, T. Cortes, F. Montaner. Nonassociative Coalgebras // Comm. In Algebra, 22, №. 12, 1994, P. 4693-4716.
3. A. Slinko. Local finites of coalgebraic Lie coalgebras // Comm. In Algebra, 23, №3, 1995, P. 1165-1169.
4. Козыбаев Д.Х. Правоальтернативные и правосимметричные коалгебры // Наука и Образование Южного Казахстана, 12 (19), 2000, С. 155-163.