

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

ЖОҒАРҒЫ ШЕГІ АЙНЫМАЛЫ БОЛАТЫН РИМАН-ЛИУВИЛЛЬ ТИПТЕС ОПЕРАТОРДЫҢ КОМПАКТТЫЛЫҒЫ

Ораз Ақерке Анарбекқызы

Rose 001_92@mail.ruЛ.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика – математика факультетінің 6М010600- математика
мамандығының 2- курс магистранты, Қазақстан, Астана
Ғылыми жетекшісі – А.М. Абылаева

Айталық $0 < \alpha < 1$, $1 < p, q < \infty$, $I = (1, \infty)$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$, $\varphi(x) \leq x$ және $w(x), v(x) \in L_{(a,b)}^{loc}$ оң анықталған салмақты функциялар.

Жұмыстың негізгі мақсаты жоғарғы шегі айнымалы болатын Риман-Лиувилль типтес операторлардың дербес жағдайы болып саналатын

$$I_{\alpha, \varphi} f(x) = \int_1^{\varphi(x)} \frac{f(s)}{s(\ln \frac{x}{s})^{1-\alpha}} ds, \quad x \in I, \quad (1)$$

- операторының $\forall f \in L_{p,w}(1, \infty)$, $\|f\|_{p,w} = \left(\int_1^\infty |f(x)w(x)|^p dx \right)^{1/p} < \infty$ болған кезде $L_{p,w}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1, \infty)$ -кеңістігіне компакттылық шарттарын орнату.

$I_{\alpha, \varphi}$ - операторының жоғарғы шегі $\varphi(x) = x$ және $\ln \frac{x}{s} = W(x)$ болған кездегі бағалануы [1] жұмысында алынған. Мұндағы $W(x)$ - I аралығындағы үзіліссіз, кемімейтін функция.

I - аралығында $\varphi(x) > 0$ қатаң өспелі, үзіліссіз және барлық $x \in I$ үшін $\varphi(x) \leq x$.

Теорема А. Айталық $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$, $I = (1, \infty)$ болсын, онда $\forall f \in L_{p,w}$ функциясы үшін (1)- операторы $L_{p,w}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1, \infty)$ -кеңістігіне шенелген болады сонда тек сонда ғана, егер $A < \infty$ болса. Мұндағы

$$A_{\alpha, \varphi} = \sup_{\varphi(x) \in I} \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds \right)^{1/p'} \left(\int_{\varphi(x)}^\infty v^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt \right)^{1/q} < \infty \quad (2)$$

Теорема Айталық $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < p \leq q < \infty$, $I = (1, \infty)$ болсын, (1) - операторы $L_{p,w}$ -кеңістігінен $L_{q,v}$ -кеңістігіне компактты болады сонда тек сонда ғана, егер $A_{\alpha, \varphi} < \infty$ және $\lim_{\varphi(x) \rightarrow 1} A_{\alpha, \varphi}(x) = \lim_{\varphi(x) \rightarrow \infty} A_{\alpha, \varphi}(x) = 0$ болса.

Дәлелдеуі. Қажеттілігі. $I_{\alpha, \varphi}$ - операторы $L_{p,w}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1, \infty)$ -кеңістігіне компакт. Олай болса Теорема А бойынша $A_{\alpha, \varphi} < \infty$. Енді $\lim_{\varphi(x) \rightarrow 1} I_{\alpha, \varphi}(x) = \lim_{\varphi(x) \rightarrow \infty} I_{\alpha, \varphi}(x) = 0$ екендігін көрсету керек.

$$f_\varphi(x) = \chi_{(1, \varphi(x))}(x) x^{1-p'} \left(\int_1^{\varphi(x)} s^{-p'} w^{p'}(s) ds \right)^{-\frac{1}{p}} w^{p'}(x) dx, \quad x \in I \quad (3)$$

- функциялар үйірін қарастырайық, Бұл $\{f_{\varphi(x)}\}_{x \in I}$ функциялар үйірі корректілі себебі, мұндағы қолданылатын шамалар $A_{\alpha, \varphi}$ шамасының құрамында бар, ал ұйғарымымыз бойынша $A_{\alpha, \varphi} < \infty$. f_φ -функциясының $L_{p,w}$ -гі нормасын қарастырсақ,

$$\begin{aligned}\|f_\varphi\|_{p,w} &= \left(\int_1^\infty |f_\varphi(x)w(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\int_1^\infty \left| \chi_{(1,\varphi(t))}(x) x^{1-p'} \left(\int_1^{\varphi(t)} s^{-p'} w^p(s) ds \right)^{\frac{1}{p}} w^{p'}(x) w(x) \right|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \\ &= \left(\int_1^{\varphi(t)} s^{-p'} w^{-p'}(s) ds \right)^{-\frac{1}{p}} \left(\int_1^{\varphi(t)} x^{-p'} w^{-p'}(x) dx \right)^{\frac{1}{p}} = 1.\end{aligned}\quad (4)$$

$\{f_{\varphi(x)}\}_{x \in I}$ -функциялар үйірі $L_{p,w}$ кеңістігінде нөлге әлсіз жинақталатындығын көрсетейік. Айталық $g \in L_{p',w^{1-p'}} = (L_{p,w})^*$ болсын, онда Гелдер теңсіздігі мен (4) ескерсек

$$\int_1^\infty f_\varphi(x)g(x)dx \leq \left(\int_1^{\varphi(x)} |f_\varphi(x)w(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_1^{\varphi(x)} g^{p'} w^{1-p'} dx \right)^{\frac{1}{p'}} = \left(\int_1^{\varphi(x)} g^{p'} w^{1-p'} dx \right)^{\frac{1}{p'}}.$$

Соңғы интегралда $g \in L_{p',w^{1-p'}}$ болғандықтан, $\varphi(t) \rightarrow 1^+$ ұмтылғанда нөлге тең болады, яғни ол $\{f_\varphi\}$ функциялар үйірінің $\varphi(t) \rightarrow 1^+$ ұмтылғанда нөлге әлсіз жинақталатындығын көрсетеді.

Олай болса, $I_{\alpha,\varphi}$ -операторының $L_{p,w}(1,\infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1,\infty)$ -кеңістігіне компакттылығынан $\lim_{\varphi(t) \rightarrow 1^+} \|I_{\alpha,\varphi} f_\varphi\|_{q,v} = 0$ және

$$\begin{aligned}\|I_{\alpha,\varphi} f_\varphi\|_{q,v}^q &= \int_1^\infty v^q(x) \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx \geq \int_{\varphi(t)}^\infty v^q(x) \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx \geq \\ &\geq \int_{\varphi(t)}^\infty v^q(x) (\ln x)^{q(\alpha-1)} \left(\int_1^{\varphi(t)} s^{1-p'} \left(\int_1^{\varphi(t)} z^{-p'} w^{p'}(z) dz \right)^{-\frac{1}{p}} w^{p'}(s) s^{-1} ds \right)^q dx = \int_{\varphi(t)}^\infty v^q(x) (\ln x)^{q(\alpha-1)} \left(\int_1^{\varphi(t)} s^{-p'} w^{p'}(s) ds \right)^q \times \\ &\times \left(\int_1^{\varphi(t)} z^{-p'} w^{p'}(z) dz \right)^{-\frac{q}{p}} dx = A_{\alpha,\varphi}^q(t) \quad \text{екендігінен } \varphi(x) \rightarrow 1^+ \text{ ұмтылдырсақ } \lim_{\varphi(x) \rightarrow 1^+} A_{\alpha,\varphi}(x) = 0\end{aligned}$$

шығады.

$I_{\alpha,\varphi}$ -операторының $L_{p,w}$ -кеңістігінен $L_{q,v}$ -кеңістігіне компакттылығынан оған түйіндес

$$I_{\alpha,\varphi}^* g(s) = s^{-1} w^{\frac{1}{p'}} \int_{\varphi(s)}^\infty \frac{g(x)}{\left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} dx$$

оператордың $L_{q,v^q}(1,\infty)$ -кеңістігінен $L_{p,w^{\frac{1}{p'}-1}}(1,\infty)$ -кеңістігіне компакттылығы

шығады. Сонымен кез-келген $x \in I$ үшін $\{g_\varphi(x)\}_{x \in I}$ -функциялар үйірін қарастырайық, мұндағы

$$g_\varphi(x) = \chi_{(\varphi(t),\infty)}(x) \left(\int_{\varphi(t)}^\infty (\ln s)^{q(\alpha-1)} v(s) ds \right)^{-\frac{1}{q'}} (\ln x)^{(q-1)(\alpha-1)} v^q(x), \quad x \in I. \quad (5)$$

Кез-келген $t \in I$ үшін $g_\varphi \in L_{q', v^{1-q'}}$ функциялар үйірі $\varphi(x) \rightarrow \infty^-$ ұмтылғанда, нөлге әлсіз жинақталатындығын көрсетейік.

$$\begin{aligned} \|g_\varphi\|_{q', v^{\frac{1}{q'}-1}} &= \left(\int_1^\infty \left| g_\varphi(x) v^{\frac{1}{q'}-1}(x) \right|^{q'} dx \right)^{\frac{1}{q'}} = \left(\int_1^\infty \left| \chi_{[\varphi(t), \infty)}(x) \left(\int_{\varphi(t)}^\infty (\ln s)^{q(\alpha-1)} v(s) \right)^{-\frac{1}{q'}} (\ln x)^{(q-1)(\alpha-1)} v^{\frac{1}{q'}}(x) \right|^{q'} dx \right)^{\frac{1}{q'}} \\ &= \left(\int_{\varphi(t)}^\infty (\ln s)^{q(\alpha-1)} v(s) \right)^{-\frac{1}{q'}} \left(\int_{\varphi(t)}^\infty (\ln s)^{q(\alpha-1)} v(s) \right)^{\frac{1}{q'}} = 1 \end{aligned}$$

(5)-функциялар үйірі $L_{p,w}$ кеңістігінде нөлге әлсіз жинақталатындығын көрсетейік. Айталық $f \in L_{q,v} = (L_{q', v^{\frac{1}{q'}-1}})^*$ болсын, онда Гелдер теңсіздігі мен жоғарыдағы теңсіздікті ескере отырып

$$\int_1^{\varphi(x)} f(x) g_\varphi(x) dx \leq \left(\int_1^{\varphi(x)} |f(x) v(x)|^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_1^\infty \left| g_\varphi(x) v^{\frac{1}{q'}-1}(x) \right|^{q'} dx \right)^{\frac{1}{q'}} = \left(\int_1^{\varphi(x)} |f(x) v(x)|^q dx \right)^{\frac{1}{q}}.$$

Соңғы интегралда $f \in L_{q,v}$ болғандықтан, $\varphi(t) \rightarrow \infty^-$ ұмтылғанда нөлге тең болады, яғни ол $\{g_\varphi\}$ функциялар үйірінің $\varphi(t) \rightarrow \infty^-$ ұмтылғанда нөлге әлсіз жинақталатындығын көрсетеді.

Олай болса, $I_{\alpha,\varphi}^*$ операторының $L_{q, v^{\frac{1}{q}-1}}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{p, w^{\frac{1}{p'}-1}}(1, \infty)$ -кеңістігіне

компакттылығынан $\lim_{\varphi(t) \rightarrow \infty^-} \|I_{\alpha,\varphi}^* f_\varphi\|_{p, w^{\frac{1}{p'}-1}} = 0$ және

$$\begin{aligned} \|I_{\alpha,\varphi}^* g_\varphi\|_{p, w^{\frac{1}{p'}-1}}^{p'} &= \int_1^\infty w^{1-p'}(s) \left(s^{-1} w^{\frac{1}{p'}} \int_{\varphi(s)}^\infty \frac{g_\varphi(x)}{(\ln \frac{x}{s})^{1-\alpha}} dx \right)^{p'} ds \geq \int_1^{\varphi(t)} \frac{w^{-p'}(s)}{s} \left(\int_{\varphi(s)}^\infty \frac{g_\varphi(x)}{(\ln \frac{x}{s})^{1-\alpha}} dx \right)^{p'} ds = \\ &= \int_1^{\varphi(t)} \frac{w^{-p'}(s)}{s} \left(\int_{\varphi(t)}^\infty \frac{\left(\int_{\varphi(t)}^\infty (\ln s)^{q(\alpha-1)} v^q(s) \right)^{-\frac{1}{q'}} (\ln x)^{(q-1)(\alpha-1)} v^q(x)}{(\ln \frac{x}{s})^{1-\alpha}} dx \right)^{p'} ds = \\ &\geq \int_1^{\varphi(t)} \frac{w^{-p'}(s)}{s} \left(\int_{\varphi(t)}^\infty \frac{(\ln x)^{(q-1)(\alpha-1)} v^q(x)}{(\ln x)^{1-\alpha}} dx \right)^{p'} \left(\int_{\varphi(t)}^\infty (\ln s)^{q(\alpha-1)} v^q(s) \right)^{-\frac{p'}{q}} ds = A_{\alpha,\varphi}^{p'}(t). \end{aligned}$$

екендігінен $\lim_{\varphi(x) \rightarrow \infty^-} A_{\alpha,\varphi}(x) = 0$ шығады. Осылайша қажеттігі дәлелденді.

Жеткіліктілігі. Бірінші және екінші шарт орындалсын, онда $I_{\alpha,\varphi}$ операторының $L_{p,w}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1, \infty)$ -кеңістігіне компакттылығы дәлелдеу керек.

Айталық, $0 \leq a < c < d < b \leq \infty$, $f = \lambda_{(a,b)}(f)$, $\lambda_{(a,b)}(x) = \begin{cases} 1, & x \in (a,b); \\ 0, & x \notin (a,b) \end{cases}$ болсын, және

$P_c f = \lambda_{(a,c]} f$, $P_{cd} f = \lambda_{(c,d]} f$, $P_d f = \lambda_{(d,b]} f$, олай болса

$f = \lambda_{(a,b)}(f) = \lambda_{(a,c]} f + \lambda_{(c,d]} f + \lambda_{(d,b]} f = P_c f + P_{cd} f + P_d f$, және

$$I_{\alpha,\varphi} f = (P_c + P_{cd} + P_d) I_{\alpha,\varphi} f = (P_c + P_{cd}) I_{\alpha,\varphi} f + P_d I_{\alpha,\varphi} f = (P_c + P_{cd}) I_{\alpha,\varphi} (P_c + P_{cd} + P_d) f + P_d I_{\alpha,\varphi} f =$$

$$= P_c I_{\alpha,\varphi} P_c f + P_c I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f + P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_c f + P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f + P_d I_{\alpha,\varphi} P_c f + P_d I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f + P_d I_{\alpha,\varphi} f$$

Онда әр қосылғышты жеке- жеке қарастыратын болсақ,

$$\|P_c I_{\alpha,\varphi} P_c f\|_{q,v}^q = \int_1^\infty \lambda_{(1,c]}(x) v^q(x) \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{\lambda_{(1,c]}(s) f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx = \int_1^c v^q(x) \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx$$

$$\|P_c I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f\|_{q,v}^q = 0, \quad s \notin (1, c) \quad \text{және} \quad \|P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_d f\|_{q,v}^q = 0, \quad s \notin (1, c)$$

$$\|P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_c f\|_{q,v}^q = \int_c^d v^q(x) \left(\int_1^c \frac{f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx \quad \text{және} \quad \|P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f\|_{q,v}^q = \int_c^d v^q(x) \left(\int_c^{\varphi(x)} \frac{f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx;$$

$P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd}$ - операторының $L_{p,w}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1, \infty)$ -кеңістігіне компактылығы көрсетейік. Ол үшін егер $x \in I \setminus (c, d)$ аралығында $P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f(x) = 0$ екендігі белгілі болғандықтан $P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd}$ - операторы $L_{p,w}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1, \infty)$ -кеңістігіне компакт, ал

ол өз кезегінде $If(x) = \int_c^d K(x, s) f(s) ds$ - операторының $L_p(c, d)$ -кеңістігінен $L_q(c, d)$ -

кеңістігіне ядросы $K(x, s) = \frac{s^{-1} v(x) \chi_{(c, \varphi(x))}(x) w(s)}{\left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}}$ болған кезде, компактылы екендігін

көрсетеді.

$$\int_c^d \left(\int_c^d |K(x, s)|^{p'} ds \right)^{\frac{q}{p'}} dx = \int_c^d \int_c^d \left| \frac{s^{-1} v(x) \chi_{(c, d]}(x-s) w(s)}{\left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} \right|^{p'} ds dx \leq c^{-q} w^q(c) \int_c^d v^q(x) \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{q(1-\alpha)} dx < \infty$$

Сонымен, Кантаровичтің теоремасы бойынша $If(x) = \int_c^d K(x, s) f(s) ds$ - операторының

$L_p(c, d)$ -кеңістігінен $L_q(c, d)$ -кеңістігіне компактылығы $P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd}$ - операторының $L_{p,w}$ -кеңістігінен $L_{q,v}$ -кеңістігіне компактылығымен пара-пар.

$$\|I_{\alpha,\varphi} f - P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f\| = \|P_c I_{\alpha,\varphi} P_c f + P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_c f + P_d I_{\alpha,\varphi} f\|$$

өрнегіне үшбұрыштар теңсіздігін қолданатын болса

$$\|I_{\alpha,\varphi} f - P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_{cd} f\| \leq \|P_c I_{\alpha,\varphi} P_c f\| + \|P_{cd} I_{\alpha,\varphi} P_c f\| + \|P_d I_{\alpha,\varphi} f\| \quad (6)$$

- теңсіздігінің $c \rightarrow 1$, $d \rightarrow \infty$ ұмтылғанда оң жағы нөлге ұмтылады, онда $I_{\alpha,\varphi}$ - операторының оның шегі ретінде $L_{p,w}(1, \infty)$ -кеңістігінен $L_{q,v}(1, \infty)$ -кеңістігіне компакт. Теорема А пайдалана отырып,

$$\|P_c I_{\alpha, \varphi} P_c f\|_{q, v}^q = \int_1^c v^q(x) \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{f(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx << \sup_{\varphi(x) \in (a, c)} \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds \right)^{q/p'} \left(\int_{\varphi(x)}^\infty v^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt \right) \|f\|_{p, w}^q \leq$$

$$\leq \sup_{x \in I} A_{\alpha, \varphi}^q(x) \|f\|_{p, w}^q$$

Осыдан $\lim_{c \rightarrow 1^+} \|P_c I_{\alpha, \varphi} P_c f\|_{q, v} << \limsup_{c \rightarrow 1^+} A_{\alpha, \varphi}(x) = \lim_{c \rightarrow 1^+} A_{\alpha, \varphi}(x) = 0 \cdot \|P_{cd} I_{\alpha, \varphi} P_c f\|$ - бағалау үшін,

$$\forall \varepsilon > 0, v_\varepsilon(x) = \begin{cases} v(x), & x \in (c, d] \\ \varepsilon^q v(x), & x \in (a, c] \end{cases}, \quad s_\varepsilon = \begin{cases} s, & s \in (a, c] \\ \varepsilon^{-p'} s, & s \in (c, d] \end{cases} \text{ деп алайық.}$$

$$\begin{aligned} \|P_{cd} I_{\alpha, \varphi} P_c f\|_{q, v} &= \left(\int_c^d v^q(x) \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq \left(\int_c^d v_\varepsilon^q(x) \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{f_\varphi(s)}{s \left(\ln \frac{x}{s} \right)^{1-\alpha}} ds \right)^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq \\ &\leq \sup_{\varphi(x) \in I} \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds \right)^{1/p'} \left(\int_{\varphi(x)}^d v_\varepsilon^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt \right)^{1/q} \|f\|_{p, w} \leq \\ &\leq \sup_{\varphi(x) \in (a, c)} \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds \right)^{1/p'} \left(\varepsilon^q \int_{\varphi(x)}^c v^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt + \int_c^d v^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt \right)^{1/q} \|f\|_{p, w} + \\ &+ \sup_{\varphi(x) \in (c, d)} \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds + \varepsilon^{p'} \int_c^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds \right)^{1/p'} \left(\int_{\varphi(x)}^d v^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt \right)^{1/q} \|f\|_{p, w} \leq \\ &\leq \left(\sup_{\varphi(x) \in (a, c)} \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds \right)^{1/p'} \left(\int_c^d v^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt \right)^{1/q} + \varepsilon A_{\alpha, \varphi} + \right. \\ &\left. + \sup_{\varphi(x) \in (c, d)} \left(\int_1^{\varphi(x)} \frac{w^{-p'}(s)}{s^{p'}} ds \right)^{1/p'} \left(\int_{\varphi(x)}^d v^q(t) (\ln t)^{q(\alpha-1)} dt \right)^{1/q} + \varepsilon A_{\alpha, \varphi} \right) \|f\|_{p, w} \leq 2(A_{\alpha, \varphi}(c) + \varepsilon A_{\alpha, \varphi}) \|f\|_{p, w}. \end{aligned}$$

Соңғы өрнектен $\varepsilon \rightarrow 0$ ұмтылдырсак $\|P_{cd} I_{\alpha, \varphi} P_c f\|_{q, v} << \lim_{c \rightarrow 1^+} A_{\alpha, \varphi}(c) = 0$. Ары қарай тура жоғарыдағыдай бағалай отырып,

$$\|P_d I_{\alpha, \varphi} f\|_{q, v} << \sup_{\varphi(x) \in (d, \infty]} A_{\alpha, \varphi}(x) \|f\|_{p, w} \cdot \lim_{d \rightarrow \infty^-} \|P_d I_{\alpha, \varphi} f\|_{q, v} \leq \lim_{d \rightarrow \infty^-} \sup_{\varphi(x) \in (d, \infty]} A_{\alpha, \varphi}(x) \|f\|_{p, w}^q = 0$$

Онда (6) өрнек оның оң жақ бөлігіндегі шамаларды бағалау бойынша нөлге ұмтылады. Теорема толығымен дәлелденді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Абылаева А.М., Ойнаров Р. Критерий ограниченности одного класса операторов дробного интегрирования // Математический журнал. Алматы, 2004, Т. 4, №2(12), С. 5-14.