

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ



Студенттер мен жас ғалымдардың  
**«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016»** атты  
XI Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XI Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»**

PROCEEDINGS  
of the XI International Scientific Conference  
for students and young scholars  
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір  
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2016»  
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XI Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS  
of the XI International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2016»**

**2016 жыл 14 сәуір**

**Астана**

**ӘӨЖ 001:37(063)**

**КБЖ 72:74**

**Ғ 96**

**Ғ96** «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – .... б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

**ISBN 978-9965-31-764-4**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**ӘӨЖ 001:37(063)**

**КБЖ 72:74**

**ISBN 978-9965-31-764-4**

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2016

5. Нурсултанов Е.Д., Тлеуханова Н.Т. Мультипликаторы кратных рядов Фурье // Труды МИРАН им. В.А. Стеклова, 1999, № 227, С. 231-236.
6. Нурсултанов Е.Д. Неравенства разных метрик С.М.Никольского и свойства последовательности норм сумм Фурье функции из пространств Лоренца // Труды МИРАН им. В.А. Стеклова, 2006, № 255, С. 197-215.

УДК 519.63

# **ПРИБЛИЖЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ИЗ ОБОБЩЕННЫХ КЛАССОВ СОБОЛЕВА В КОНТЕКСТЕ КОМПЬЮТЕРНОГО (ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО) ПОПЕРЕЧНИКА**

**Ырзамбердиева Асем Аскаровна**

[asem\\_505@mail.ru](mailto:asem_505@mail.ru)

Магистрант 2-го курса ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, СНС института ИТМ и НВ

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – А. Жубанышева

В задачах восстановления по точной и по неточной информации центральным является следующее определение

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(I^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N(\varepsilon_N; (I^{(N)}, \varphi_N))_Y,$$

где

$$\delta_N(\varepsilon_N; (I^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \sup_{\substack{f \in F \\ |f_N^{(\tau)}| \leq 1(\tau=1, \dots, N)}} \|Tf(\cdot) - \varphi_N(I_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)}\varepsilon_N, \dots, I_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)}\varepsilon_N; \cdot)\|_Y.$$

Здесь  $Y$  есть нормированное пространство числовых функций (или  $Y = C$ , если оператор  $Tf$  числовой), определенных на множестве  $\Omega_Y$ ,  $F$  – класс функций, оператор  $Tf$  действует из  $F$  в  $Y$ .  $\{\varepsilon_N\}$  – неотрицательная последовательность, в случае  $\varepsilon_N \equiv 0$  речь будет идти о задаче восстановления по точной информации и, в противном случае, по неточной информации.

Далее,  $I^{(N)} \equiv (I_N^{(1)}, \dots, I_N^{(N)})$  – набор функционалов (не обязательно линейных), заданных на функциональном классе  $F$ .

Алгоритм переработки информации есть, по определению, функция  $(N+1)$ -й переменной  $\varphi_N, \varphi_N(z_1, \dots, z_N; \cdot) : C^N \times \Omega_Y \mapsto C$ , которая при всяком фиксированном  $(z_1, \dots, z_N) \in C^N$  как функция от  $(\cdot)$  есть элемент нормированного пространства  $Y$ , причем  $\varphi_N(0, \dots, 0; \cdot) \equiv 0$ . Включение  $\varphi_N \in Y$  будет означать, что  $\varphi_N$  удовлетворяет всем перечисленным условиям, через  $\{\varphi_N\}_Y$  обозначим множество, составленное из всех  $\varphi_N \in Y$ .

Вычислительные агрегаты  $(I^{(N)}, \varphi_N) \equiv (I_N^{(1)}, \dots, I_N^{(N)}; \varphi_N)$ , определяемые по паре  $I^{(N)}$  и  $\varphi_N$ , рассматриваются в двух видах: по точной информации –  $\varphi_N(I_N^{(1)}(f), \dots, I_N^{(N)}(f); \cdot)$  и по неточной информации –

$$\varphi_N(z_1, \dots, z_N; \cdot) \equiv \varphi_N(I_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)}\varepsilon_N, \dots, I_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)}\varepsilon_N; \cdot), |I_N^{(\tau)} - z_j| \leq \varepsilon_N, |\gamma_N^{(\tau)}| \leq 1(\tau = 1, \dots, N),$$

где  $\varepsilon_N$  - показатель неточности информации, числовой набор (конечная последовательность)  $\{z_j\}_{j=1}^N$  есть информационный шум.

Через  $\{(l^{(N)}, \varphi_N)\} \equiv \{(l^{(N)}, \varphi_N)\}_{F,Y}$  обозначим множество, составленное из всех возможных вычислительных агрегатов, состоящих из функционалов (не обязательно линейных)  $l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}$ , определенных на функциональном классе  $F$  (в случае линейности  $l$  – на линейной оболочке  $F$ ) и алгоритмов  $\varphi_N$  из  $Y$ .

Пусть  $D_N \equiv D_N(F)_Y$  – данный набор комплексов  $(l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}; \varphi_N) \equiv (l^{(N)}, \varphi_N)$ .

Записи  $A \ll B$  и  $A \asymp B$  соответственно означают  $|A| \leq cB$  и одновременное выполнение  $A \ll B$  и  $B \ll A$ . В целях сокращения речи будем говорить «Вычислительный агрегат  $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N) \in D_N$  поддерживает оценку снизу  $\vartheta_N \ll \delta_N(0; T; F; D_N)_Y$ », если выполнены неравенства  $\delta_N(0; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y \ll \vartheta_N$ .

При заданных  $F, Y, T, D_N$  (фиксированных всюду по последующему контексту) в рамках приведенных обозначений и определений, проблема оптимального восстановления по неточной информации, оформленная под названием «Компьютерный (вычислительный) перечень» (в сокращении – К(В)П), заключается, в собирательном смысле, в последовательном решении трех задач:

К(В)П-1: Находится порядок  $\asymp \delta_N(0; D_N)_Y \equiv \delta_N(0; T; F; D_N)_Y$ , – информативная мощность набора вычислительных агрегатов  $D_N \equiv D_N(F)_Y$ ;

К(В)П-2: Производится построение вычислительного агрегата  $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$  из  $D_N \equiv D_N(F)_Y$ , поддерживающего порядок  $\asymp \delta_N(0; D_N)_Y$ , для которого исследуется задача существования

и нахождения последовательности  $\tilde{\varepsilon}_N \equiv \tilde{\varepsilon}_N(D_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y$  – К(В)П-2 – предельной погрешности (соответствующей вычислительному агрегату  $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$ ) такой, что, во-первых,  $\delta_N(0; D_N)_Y \asymp \delta_N(\tilde{\varepsilon}_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y = \sup \{ \|Tf(\cdot) - \bar{\varphi}_N(z_1(f), \dots, z_N(f); \cdot)\|_Y : f \in F, |\bar{l}_\tau(f) - z_\tau(f)| \leq \varepsilon_N(\tau = 1, \dots, N) \}$

во-вторых,

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0 < \eta_N < \eta_{N+1}, \eta_N \rightarrow +\infty) : \overline{\lim}_{N \rightarrow +\infty} \delta_N(\eta_N \tilde{\varepsilon}_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y / \delta_N(0; D_N)_Y = +\infty.$$

К(В)П-3: Устанавливается массивность предельной погрешности  $\tilde{\varepsilon}_N(D_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y$ : находится как можно большее множество  $D_N(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$  (обычно связанных со структурой исходного  $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$ ) вычислительных агрегатов  $(l^{(N)}, \varphi_N) \equiv \varphi_N(l_1(f), \dots, l_N(f); \cdot)$ , построенных по всевозможным (не обязательно линейным) функционалам  $l_1, \dots, l_N$ , таких, что для каждого из них выполнено соотношение

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0 < \eta_N < \eta_{N+1}, \eta_N \rightarrow +\infty) : \overline{\lim}_{N \rightarrow +\infty} \delta_N(\eta_N \tilde{\varepsilon}_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y / \delta_N(0; D_N)_Y = +\infty.$$

В данной статье изучается следующая конкретизация задачи К(В)П: оператор

$Tf = f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)}$  – производная, класс  $W_2^{\delta^r \log^r \frac{2}{\delta}}(0,1)^s$  есть класс Соболева, погрешность восстановления измеряется по норме  $Y = L^2(0,1)^s$ , восстановление производится по всем

вычислительным агрегатам, в которых числовая информация снимается с тригонометрических коэффициентов Фурье с произвольным спектром:

$$D_N = \Phi_N \equiv \left\{ l_N^{(1)}(f) = \hat{f}(m^{(1)}), \dots, l_N^{(N)}(f) = \hat{f}(m^{(N)}) : m^{(1)} \in Z^s, \dots, m^{(N)} \in Z^s \right\} \times \{\varphi_N\}_{L^2(0,1)^s},$$

где  $\hat{f}(m) = \int_{[0,1]^s} f(x) e^{-2\pi i(m,x)} dx$  – тригонометрические коэффициенты Фурье-Лебега.

Приведем определение обобщенного класса Соболева.

Класс  $W_2^{\delta^r \ln^r \frac{2}{\delta}}(0,1)^s$  есть, по определению, множество всех суммируемых 1-периодических по каждой переменной функций  $f(x) = f(x_1, \dots, x_s)$ , тригонометрические коэффициенты Фурье-Лебега  $\hat{f}(m)$  которых удовлетворяют условию

$$\sum_{m=(m_1, \dots, m_s) \in Z^s} |\hat{f}(m)|^2 \cdot \left( \overline{m_1}^{2r} \ln^{-2r} 2m_1 + \dots + \overline{m_s}^{2r} \ln^{-2r} 2m_s \right) \leq 1,$$

$$\overline{m_j} = \max\{1, |m_j|\}, j = 1, \dots, s.$$

Под производной Вейля порядка  $(\alpha_1, \dots, \alpha_s)$  функции  $f$ , где  $\alpha_j (j=1, \dots, s)$  – неотрицательные числа, понимается функция  $f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)}$ , ряд Фурье-Лебега которой есть

$$\sum_{m \in Z^s} \hat{f}(m) \left( e^{2\pi i(m,x)} \right)^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)} \equiv \sum_{(m_1, \dots, m_s) \in Z^s} \hat{f}(m_1, \dots, m_s) \prod_{j=1}^s \left( e^{2\pi i m_j x_j} \right)^{(\alpha_j)}, \quad (1)$$

где

$$\left( e^{2\pi i m_j x_j} \right)^{(\alpha_j)} = \left( \overline{2\pi m_j} \right)^{\alpha_j} e^{i\alpha_j \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn} m_j} e^{2\pi i m_j x_j} \quad (m_j \in Z, \alpha_j \in R, \alpha_j \geq 0, 1^{\alpha_j} \equiv 1) \quad (2)$$

**Лемма.** Пусть даны целое положительное число  $s$  и неотрицательные числа  $r, \alpha_1, \dots, \alpha_s$

такие, что  $r > (\alpha_1 + \dots + \alpha_s) \cdot \frac{e}{e-2}$ . Тогда для всякой функции  $f \in W_2^{\delta^r \ln^r \frac{2}{\delta}}(0,1)^s$  существует производная  $f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)} \in L^2(0,1)^s$ .

Справедлива

**Теорема 1.** Пусть даны целое положительное число  $s$  и неотрицательные числа

$r, \alpha_1, \dots, \alpha_s$  такие, что  $r > (\alpha_1 + \dots + \alpha_s) \cdot \frac{e}{e-2}$ . Тогда справедливы следующие

утверждения

K(B)П-1:

$$\delta_N(0; D_N)_{L^2(0,1)^s} \equiv \inf_{m^{(1)}, \dots, m^{(N)}; \varphi_N} \sup_{f \in W_2^{\delta^r \ln^r \frac{2}{\delta}}(0,1)^s} \left\| f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)}(\cdot) - \varphi_N(\hat{f}(m^{(1)}), \dots, \hat{f}(m^{(N)})) \right\|_{L^2(0,1)^s} \asymp$$

$$\asymp N^{-\frac{r}{s} + \frac{\alpha_1 + \dots + \alpha_s}{s}} \ln^r N$$

К(В)П-2: Для  $(\alpha_1, \dots, \alpha_s)$ -производной частичной суммы ряда Фурье  $S_N(f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)}; x) = \sum_{m \in I_n} \prod_{j=1}^s (e^{2\pi i m_j x_j})^{\alpha_j} (\hat{f}(m))$  величина  $\tilde{\varepsilon}_N = N^{\frac{r-1}{s-2}} \ln^r N$  является предельной погрешностью: во-первых,

$$\delta_N(0; D_N)_{L^2(0,1)^s} \asymp \delta_N(N^{\frac{r-1}{s-2}} \ln^r N; D_N)_{L^2(0,1)^s} \equiv \inf_{m^{(1)}, \dots, m^{(N)} \in Z^s; \varphi_N} \sup_{\substack{f \in W_2^{\delta^r \ln^{\frac{r-2}{s}}(0,1)^s} \\ |\hat{f}(m^{(\tau)}) - z_\tau| \leq \varepsilon_N \\ (\tau=1, \dots, N)}} \|f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)}(\cdot) - \varphi_N(z_1, \dots, z_N; \cdot)\|_{L^2(0,1)^s} \asymp$$

$$\asymp \sup_{\substack{f \in W_2^{\delta^r \ln^{\frac{r-2}{s}}(0,1)^s} \\ |\hat{f}(m) - z_m| \leq \varepsilon_N = N^{\frac{r-1}{s-2}} \ln^r N \\ m=(m_1, \dots, m_s) \in Z^s \\ |m_j| \leq n \quad (j=1, s)}} \left\| f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)}(\cdot) - \sum_{\substack{m=(m_1, \dots, m_s) \in Z^s \\ |m_j| \leq n}} \prod_{j=1}^s (2\pi m_j)^{\alpha_j} e^{i \frac{\pi}{2} \alpha_j \operatorname{sgn} m_j} z_m e^{2\pi i(m, x)} \right\|_{L^2(0,1)^s} \asymp N^{\frac{r-1}{s-2} + \frac{\alpha_1 + \dots + \alpha_s}{s}} \ln^r N$$

во-вторых, для всякой возрастающей к  $+\infty$  положительной последовательности  $\{\eta_N\}_{N=1}^\infty$  имеет место равенство

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\delta_N(\eta_N N^{\frac{r-1}{s-2}} \ln^r N; S_N(f^{(\alpha_1, \dots, \alpha_s)}; x))_{L^2(0,1)^s}}{\delta_N(0; D_N)_{L^2(0,1)^s}} = +\infty.$$

#### Список использованных источников

1. Темиргалиев Н., Жубанышева А.Ж. Информативная мощность тригонометрических коэффициентов Фурье и их предельная погрешность при дискретизации оператора дифференцирования на многомерных классах Соболева // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2015, С. 1474-1485.
2. Темиргалиев Н., Абикенова Ш.К., Жубанышева А.Ж., Таугынбаева Г.Е. Задачи дискретизации решений волнового уравнения, численного дифференцирования и восстановления функций в контексте компьютерного (вычислительного) поперечника // Изв. ВУЗов. Математика. 2013, № 8. С. 86–93.
3. Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, 2014, №4 (101) часть I, С. 16.
4. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. - М.: Наука, 1996.

#### 4.2 Механика

УДК 621.01: 531.3

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ НАГРУЖЕНИЯХ

Абильгаламова Асель Давлеткалиевна  
[asel.abilgalamova@mail.ru](mailto:asel.abilgalamova@mail.ru)

Студент Карагандинского Государственного Технического Университета,  
Караганда, Казахстан  
Научный руководитель – д.т.н, проф. Бакиров Ж.Б.