

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Брозгуль Л.И., Смирнов Е.Л. Вибрационные гироскопы. История механики гироскопических систем. –М.: Наука, 1975.
2. Лунц Я.Л. Введение в теорию гироскопов. –М.: Наука, 1972.

ӘОК 531

МЕНШІКТІ КИНЕТИКАЛЫҚ МОМЕНТІ АЙНЫМАЛЫ КЕЗІНДЕГІ РАДИАЛДЫ КОРРЕКЦИЯЛЫ ГИРОВЕРТИКАЛЬ ҚОЗҒАЛЫСЫ

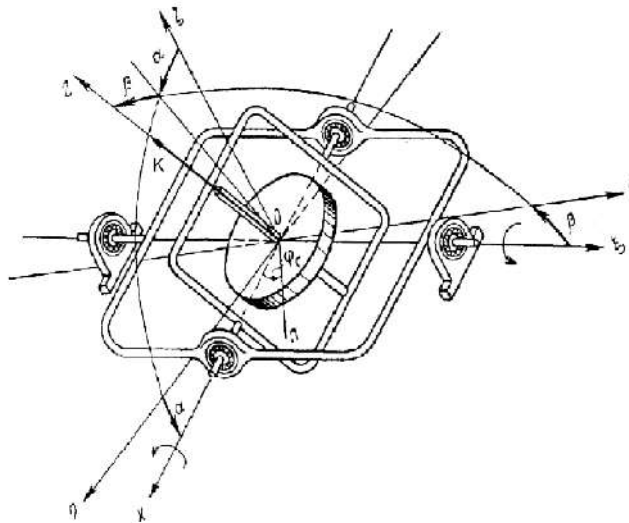
Таубаева Айжан Аймұхамедқызы

kalzhanova.aizhan@mail.ru

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ Механика кафедрасының магистранты, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – М.Ә. Берсүгір

Радиалды коррекциялы гировертикаль авиацияда борттық көкжиек көрсеткіші ретінде кеңінен таралған бір-бірімен өзара іс-қимыл жасайтын үш денеден, яғни: ротор, ішкі сақина, сыртқы сақинадан тұрады (Сур. 1).



Сур. 1 – Кардан аспасындағы гироскоп

Гироскоптық бағыт, гироскопиялық компас, гироскопиялық вертикаль деп аталатын мұндай аспаптардың негізгі қолданысы болып, шапшаң айналатын симметриялы гироскоп фигурасының өсімен нұсқалатын кеңістіктегі белгілі бір бағыттарды әзірлеу болып табылады.

Айта кету керек, Эйлердің классикалық ψ , ϑ және φ бұрыштары аппараты көптеген гироскопиялық аспаптарды талдау үшін жеткіліксіз. Бұлай дейтініміз, фигура өсінің шағын қозғалысына ψ , ϑ және φ бұрыштарының жиынтығынан ең кіші екі бұрышты сәйкес қоюға болмайды.

Динамикалық теңдеулерді қолданбалы мақсаттар үшін пайдаланудың тиімсіздігі мынада, атап айтқанда, дене үлкен жылдамдықпен айналған кезде, денемен байланысқан x, y, z өстер кеңістіктегі орнын өте тез өзгертеді. Бұл қозғалыс теңдеулерінде, ережеге сәйкес, аспап аспасының физикалық өстеріне қатысты түзілетін әр түрлі коррекциялық және басқарушы моменттердің әсерлерін көрсетуді қиындатады. Аталған қиындықтар ψ , ϑ және

φ бұрыштарынан өзге бұрыштар жиынтығын таңдау арқылы, сонымен қатар динамикалық теңдеулерді түрлендіру арқылы жүзеге асады.

Гироскоптың массалар центрінің z өсінің теріс жағына қарай l шамасына ығысуымен ерекшеленетін M_k коррекциялық моменттерден басқа маятниктік моменттер орын алатын меншікті кинетикалық моменті айнымалы радиалды коррекциялы гировертикальдың қозғалысын қарастырайық [1].

Қозғалыстың дифференциалдық теңдеулері мына түрде жазылады:

$$\begin{aligned} -A\ddot{\beta} + K\dot{\alpha} &= Pl\beta - M_k\alpha, \\ A\ddot{\alpha} + K\dot{\beta} &= -Pl\alpha - (M_k + \dot{K})\beta, \\ \dot{K} &= M_z, \end{aligned} \quad (1)$$

мұндағы α, β – гироскоптың сыртқы және ішкі рамаларының бұрылу бұрыштары; K – гировертикальдың меншікті кинетикалық моменті; M_k – коррекция моменті; P – гироскоп салмағы; l – гироскоптың массалар центрінің z өсінің теріс жағына қарай ығысу шамасы M_z – z өсіне қатысты сыртқы кедергі күш моменті.

(1) теңдеулер жүйесінің бастапқы шарттарын келесі түрде аламыз:

$$t = 0: \quad \alpha = \alpha_0; \quad \dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0; \quad (2)$$

$$\beta = \beta_0; \quad \dot{\beta} = \dot{\beta}_0. \quad (3)$$

(1) дифференциалдық теңдеулер жүйесінен инерциялық мүшелерін ең аз деп:

$$\ddot{\beta} + 2\frac{M_k + \dot{K}}{K}\dot{\beta} + \frac{K\ddot{K} + M_k(\dot{K} + M_k) + (Pl)^2}{K^2}\beta = 0, \quad (4)$$

теңдеуін аламыз.

(4) теңдеуіндегі ізделінді функцияның β бұрылу бұрышының бірінші туындысынан құтылу үшін келесі ауыстыру жасаймыз:

$$\beta = uv, \quad (5)$$

деп алып, v функциясы үшін

$$\ddot{v} + \left(\frac{Pl}{K}\right)^2 v = 0, \quad (6)$$

егер

$$u = \frac{K_0}{K} \exp\left(-M_k \int_0^t \frac{d\tau}{K(\tau)}\right), \quad (7)$$

теңдеулерін аламыз. Мұндағы K_0 – меншікті кинетикалық моменттің бастапқы уақыттағы мәні.

Айталық, гировертикальдың меншікті кинетикалық моменті мына заңдылықпен өзгертін:

$$K = K_0 + h \cos pt, \quad (8)$$

мұндағы p – периодты құраушысының айналмалы жиілігі. $\frac{h}{K_0} \ll 1$ деп аламыз.

(6) теңдеуіне (8) ескеріп алатынымыз

$$\ddot{v} + \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt} \right)^2 v = 0. \quad (9)$$

Сызықты емес дифференциалдық теңдеулерді бөліктеп дискретизациялау әдісі [2] (9) дифференциалдық теңдеуін мына түрге келтіреді:

$$\ddot{v} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_i} \right)^2 v(t_i) \delta(t - t_i) - \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_{i+1}} \right)^2 v(t_{i+1}) \delta(t - t_{i+1}) \right], \quad (10)$$

мұндағы $\delta(t)$ – Дирак функциясы.

(10) дифференциалдық теңдеуінің жалпы шешімі төмендегіше өрнектеледі

$$v(t) = C_2 + C_1 t - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_i} \right)^2 v(t_i) (t - t_i) H(t - t_i) - \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_{i+1}} \right)^2 v(t_{i+1}) (t - t_{i+1}) H(t - t_{i+1}) \right], \quad (11)$$

мұндағы $H(t)$ – Хевисайд функциясы; C_1 және C_2 – интегралдау тұрақтылары.

(3) бастапқы шарттарын пайдаланып, алатынымыз

$$v(t) = \beta_0 \left(1 + \frac{h}{K_0} \right) + \left(\dot{\beta}_0 \left(1 + \frac{h}{K_0} \right) + \frac{\beta_0 M_k}{K_0} \right) t - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \times \\ \times \left[\left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_i} \right)^2 v(t_i) (t - t_i) H(t - t_i) - \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_{i+1}} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times v(t_{i+1}) (t - t_{i+1}) H(t - t_{i+1}) \right]. \quad (12)$$

(11) өрнегіне сәйкес интегралдық қисықтың бастапқы нүктелер үшін келесі алгебралық өрнектерін табамыз

$$v(t_1) = \beta_0 \left(1 + \frac{h}{K_0} \right) + \left(\dot{\beta}_0 \left(1 + \frac{h}{K_0} \right) + \frac{\beta_0 M_k}{K_0} \right) t_1, \\ v(t_2) = \beta_0 \left(1 + \frac{h}{K_0} \right) + \left(\dot{\beta}_0 \left(1 + \frac{h}{K_0} \right) + \frac{\beta_0 M_k}{K_0} \right) t_2 - \frac{1}{2} (t_1 + t_2) \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_1} \right)^2 v(t_1) (t_2 - t_1),$$

$$\begin{aligned} \nu(t_3) = & \beta_0 \left(1 + \frac{h}{K_0}\right) + \left(\dot{\beta}_0 \left(1 + \frac{h}{K_0}\right) + \frac{\beta_0 M_k}{K_0}\right) t_3 - \frac{1}{2} (t_1 + t_2) \left[\left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_1} \right)^2 \times \right. \\ & \times \nu(t_1) (t_3 - t_1) - \left. \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_2} \right)^2 \nu(t_2) (t_3 - t_2) \right] + \frac{1}{2} (t_2 + t_3) \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_2} \right)^2 \times \\ & \times \nu(t_2) (t_3 - t_2). \end{aligned}$$

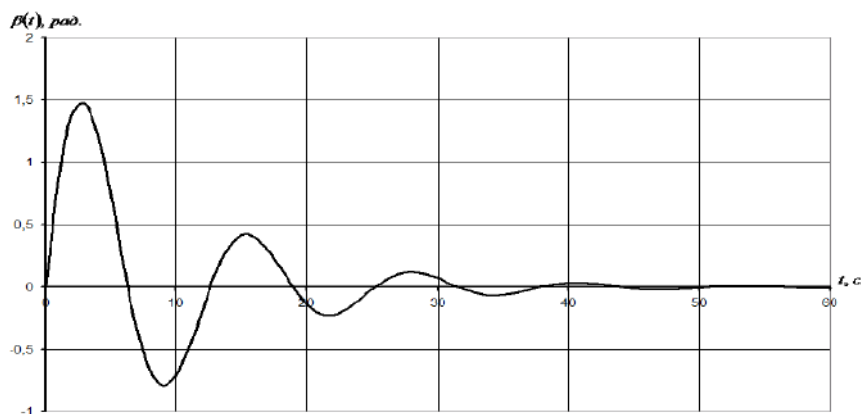
Математикалық индукция әдісін пайдаланып ізделінді функцияның кез келген t_i ($i = \overline{1, n}$) нүктедегі аналитикалық өрнегін мына түрде аламыз

$$\begin{aligned} \nu(t_i) = & \beta_0 \left(1 + \frac{h}{K_0}\right) + \left(\dot{\beta}_0 \left(1 + \frac{h}{K_0}\right) + \frac{\beta_0 M_k}{K_0}\right) t_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} (t_j + t_{j+1}) \times \\ & \times \left[\left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_j} \right)^2 \nu(t_j) (t_i - t_j) - \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_{j+1}} \right)^2 \nu(t_{j+1}) (t_i - t_{j+1}) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

(5) және (7) өрнектерін пайдаланып β бұрылу бұрышы үшін келесі өрнекті аламыз

$$\begin{aligned} \beta(t) = & \frac{K_0}{K_0 + h \cos pt} \exp \left[-\frac{2M_k}{p(K_0 - h)} \sqrt{\frac{K_0 - h}{K_0 + h}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{K_0 - h}{K_0 + h}} \operatorname{tg} \left(\frac{pt}{2} \right) \right) \right] \times \\ & \times \left\{ \beta_0 \left(1 + \frac{h}{K_0}\right) + \left(\dot{\beta}_0 \left(1 + \frac{h}{K_0}\right) + \frac{\beta_0 M_k}{K_0}\right) t - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (t_i + t_{i+1}) \left[\left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_i} \right)^2 \times \right. \right. \\ & \times \nu(t_i) (t - t_i) H(t - t_i) - \left. \left. \left(\frac{Pl}{K_0 + h \cos pt_{i+1}} \right)^2 \nu(t_{i+1}) (t - t_{i+1}) H(t - t_{i+1}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

2-суретте гироскоп роторының β бұрылу бұрышының $M_k = 1 \text{ Нм}$, $P = 10 \text{ Н}$, $l = 0,5 \text{ м}$, $K_0 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$, $p = 0,01$ параметрлеріне байланысты өзгеру қисығы келтірілген.



Сур. 2 – Гироскоп роторының β бұрылу бұрышының өзгеру қисығы

Суреттен байқағанымыздай гироскоп роторының β бұрылу бұрышының тербелісі уақыт өткен сайын өшпелі сипатта болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Кошляков В.Н. Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов: Аналитические методы. – М.: Наука, 1985, – 286 с.
2. Тюреходжаев А.Н., Берсүгір М.Ә., Маматова Г.У. Гироскоптың кедергілі ортадағы қозғалысы туралы есептің аналитикалық шешімі // Материалы III Международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения». – Т.1. – Алматы, 2009. – С.127-132.

4.3 Математическое и компьютерное моделирование

UDC 338

GLOBAL OUTPUT TRACKING FOR INHERENTLY NON-LINEAR SYSTEMS BY CONTINUOUS STATE FEEDBACK CONTROLLERS

Bayan Nazarova

bakonai@gmail.com

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Master's degree,
Astana, Kazakhstan

This paper considers the global practical tracking problem by state feedback for a class of high-order non-linear systems with more general uncertainties, to which the existing control methods are inapplicable. We successfully propose a new tracking control design scheme for the system studied by introducing sign function and necessarily modifying the method of adding a power integrator. It is shown that the designed controller guarantees that all states of the resulting closed-loop system are globally bounded and the tracking error remains prescribed arbitrarily small after a finite time.

Keywords: uncertain nonlinear systems, practical output tracking, sign function, state feedback

1. Introduction

This paper deals with the practical output tracking problem with a state feedback for a class of high-order nonlinear systems having the following form:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2^{p_1} + \phi_1(t, z, u) \\ \dot{z}_2 &= z_3^{p_2} + \phi_2(t, z, u) \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n^{p_{n-1}} + \phi_{n-1}(t, z, u), \\ \dot{z}_n &= u^{p_n} + \phi_n(t, z, u), \\ y &= z_1,\end{aligned}\tag{1}$$

where $z = (z_1, \dots, z_n)^T \in R^n$ and $u \in R$ are the system state and the control input, respectively. For $i = 1, \dots, n$, $\phi_i(t, z, u)$ are unknown continuous functions and $p_i \in R_{odd}^{\geq 1} := \{p/q \in R^+ : p \text{ and } q \text{ are odd integers, } p \geq q\}$ ($i = 1, \dots, n-1$) are said to be the high orders of the system.

We first introduce definition of the practical output tracking problem.

Consider the system (1) and assume that the reference signal $y_r(t)$ be a time-varying C^1 -bounded on $[0, +\infty)$. Then, the *global practical output tracking problem* by a *state controller* is