

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

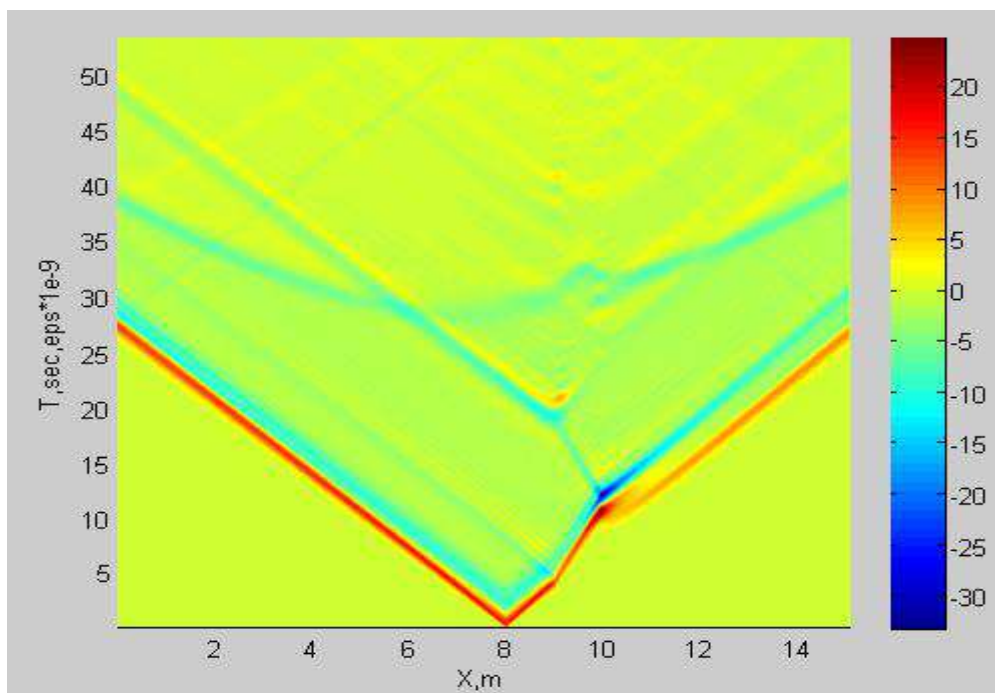
В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016



Сурет 3. Диэлектрлік өткізгіштігі ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 болатын қабаттардан сигналдың шағылуы
3 – суретте t, x координаталарында көрсетілген толқындық функция көрсетілген және

функцияның амплитудасы түстермен берілген. Функцияның мәні мен түстің қатынасы суреттің оң жағында көрсетілген. Сонымен қатар ортада екі цилиндрлік қоспа қосылған. Ортаның диэлектрлік өткізгіштігі әр қабатқа сәйкес $\epsilon_1=1.2$, $\epsilon_2=4$, $\epsilon_3=9$. Есептелетін ауданның X осі бойынша шектеу жасау қажет болса, шекараларында $x=0$ және $x=X$ бастапқы шарттарын осы қашықтықтағы идеалды шағылыстыратын шекараға сәйкес аламыз. Осы шекаралардан шағылатын сигналдарды суреттен байқауға болады.

“MATLAB” программалық жүйесінде ортада локал цилиндрлік қоспа болған кездегі толқын өтуінің синтетикалық радарограммасының программасы жазылған.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Финк Л.М. Сигналы, помехи, ошибки. – М.: Радио и связь, 1984. –256 С.
2. Ground Penetrating Radar / edited by David J.daniels. – London& the Institution of Electrical Engineers6 2009. – 734 P.
3. Ground Penetrating Radar: Theory And Applications / edited by H.M.Jol. – Amsterdam: Elsevier Science, 2009. – 508 P.
4. Баскаков С.И. Основы электродинамики. – М.: Советское радио, 1973.- 248 С.

УДК 556.537

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО НЕОДНОРОДНОГО ПОТОКА

Жумашев Диас Мараткалиулы,

zhumashev_dias@mail.ru

магистрант 2 курса МКМ, ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель - Шалабаева Б.С.

Турбулентный режим течения, наблюдающийся во многих потоках жидкостей и газов, характеризуется тем, что гидродинамические и термодинамические величины в этих потоках (скорость, температура, давление, плотность) испытывают хаотические пульсации относительно некоторых средних значений, и изменяются от точки к точке в потоке и с

течением времени в некоторой точке потока нерегулярно, случайным образом. Этим турбулентный режим течения отличается от ламинарного режима, в котором изменение всех величин носит регулярный характер и происходит в связи с изменением внешних условий или действующих сил. Течения жидкостей и газов в природе (движения воздуха в атмосфере, волн в реках и морях и др.) и в технических устройствах (в трубах, каналах, струях, в пограничных слоях около поверхности летательного аппарата, в следах за движущимися в жидкой или газообразной среде телами и пр.) в большинстве случаев оказываются турбулентными [1].

Пульсации гидродинамических величин в турбулентном потоке оказываются коррелированными; масштаб корреляции, или расстояние, на котором пульсации оказываются независимыми, сравним с размером потока (шириной канала или струи).

Турбулентное течение тогда можно представить, как случайно пульсирующее перемещение коррелированных образований ("молей", вихрей, объемов сплошной среды), наложенное на средний поток. Движение этих вихрей трехмерно, а их размеры и частоты пульсаций сильно различаются [2].

1.1 Вывод уравнения Рейнольдса из уравнения Навье–Стокса

Турбулентное течение несжимаемой жидкости описывается системой нестационарных уравнений Навье–Стокса и неразрывности. В предположении, что жидкость является ньютоновской записывается в виде (в индексном) [3]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k}, \quad \frac{\partial U_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1)$$

Пусть $U_i = \bar{U}_i + u_i$; $U_k = \bar{U}_k + u_k$; $p = \bar{p} + p'$ т.е. скорость разложим на осредненное $\bar{U}_i$ и пульсационное u_i

$$\bar{U}_i = \frac{1}{T} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} U_i d\tau \quad (1')$$

$$\bar{U}_i' = 0$$

согласно определению

тогда уравнения (1) будут

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{U}_i + u_i)}{\partial \tau} + (\bar{U}_k + u_k) \frac{\partial(\bar{U}_i + u_i)}{\partial x_k} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(\bar{U}_i + u_i)}{\partial x_k \partial x_k} \\ \frac{\partial(\bar{U}_k + u_k)}{\partial x_k} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Далее произведём осреднение уравнений (2)

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{U}_i'}{\partial \tau} + \bar{U}_k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} + \bar{U}_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_k' \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right] + \nu \left[\frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_k \partial x_k} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \right]$$

$$\frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_k} = 0$$

$$u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = \frac{\partial u_k' u_i}{\partial x_k} - u_i' \frac{\partial u_k'}{\partial x_k}, \text{ где } u_i' \frac{\partial u_k'}{\partial x_k} = 0 \text{ согласно уравнению неразрывности, тогда имеем}$$

уравнение Рейнольдса

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial \tau} + \bar{U}_k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i' u_k'})$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial \tau} + \bar{U}_k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} - \overline{u_i' u_k'} \right)$$

или

(3)

$$\frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} = 0$$

уравнения (3) совпадают с уравнениями Навье–Стокса без учета последнего члена в правой части, если только в них заменить актуальные величины U_i и P их осредненными по времени значениями. Но в (1') имеются и дополнительные члены, обусловленные турбулентным пульсационным движением.

Используем следующие обозначения: $i=1, x_1=x, \bar{U}_1=U, u_1=u$;

$i=2, x_1=y, \bar{U}_2=V, u_2=v$; $i=3, x_1=z, \bar{U}_3=W, u_3=w$

получим незамкнутую систему 4-х уравнений для турбулентного потока из 10 неизвестных. Знак осреднения опустим для скорости, тогда система уравнений (3) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \bar{u}^2 + \frac{\partial}{\partial y} \bar{vu} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{uw} \right) \\ U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \bar{vu} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}^2 + \frac{\partial}{\partial z} \bar{vw} \right) \\ U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \bar{wu} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{vw} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{w}^2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

это уравнения Рейнольдса для осредненной скорости,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \text{ – уравнение неразрывности;}$$

член $\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}$ – образует тензор вязких напряжений по аналогии величины $\overline{\rho u_i u_k}$ также

является напряжением. Это дополнительное напряжение, возникающие в турбулентном движении за счёт хаотического движения молекул жидкости.

В уравнении Рейнольдса для осреднённой скорости в правой части последние три члена образуют тензор турбулентного напряжения

$$\begin{pmatrix} \overline{\rho u^2} & \overline{\rho uv} & \overline{\rho uw} \\ \overline{\rho vu} & \overline{\rho v^2} & \overline{\rho vw} \\ \overline{\rho wu} & \overline{\rho wv} & \overline{\rho w^2} \end{pmatrix} \quad (5)$$

по диагонали нормальные напряжения, остальные касательные. В тензоре турбулентного напряжения антисимметричные члены равны: $\bar{uv} = \bar{vu}$, $\bar{uw} = \bar{wu}$, $\bar{vw} = \bar{wv}$.

Как известно система уравнений Навье–Стокса, описывающая ламинарный поток состоит из 4-х уравнений, где содержатся 4-е неизвестных компоненты (U, P) , $i=1,3$; А в системе уравнений (3) или (4), описывающих турбулентный поток число уравнений 4 (четыре), а неизвестных компонентов $4(U, P) + 6(\overline{u_i u_j}) = 10$ (десять).

Таким образом, имеем систему из 4-х уравнений с 10-ю неизвестными, следовательно, система уравнений незамкнута. В этом и заключается проблема теории турбулентности.

1.2 Динамика одноточечной корреляции скорости (пульсации)

Для замыкания системы уравнений Рейнольдса, получим систему уравнений для одноточечных моментов второго порядка $\overline{u_i u_j}$.

Запишем уравнение движения Навье–Стокса для стационарного течения, используя (2)

$$\frac{\partial U_i}{\partial \tau} + (\bar{U}_k + u_k) \frac{\partial (\bar{U}_i + u_i)}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{p} + p)}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (\bar{U}_i + u_i)}{\partial x_k \partial x_k} \quad (6)$$

осредняя уравнение неразрывности $\frac{\partial (\bar{U}_k + u_k)}{\partial x_k} = 0$ по времени и вычитая полученное при

этом уравнение из предыдущего, получим уравнение неразрывности для пульсации

$$\frac{\partial U_k}{\partial x_k} = 0 \quad (7)$$

Произведя ряд преобразований в уравнении (6) и осредняя по времени, получим искомые уравнения для одноточечных моментов второго порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \overline{U_i U_j} + U_k \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{U_i U_j} + \overline{U_k U_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} + \overline{U_k U_i} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} + U_j \frac{\partial}{\partial x} \overline{U_k U_i} + U_i \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{U_k U_i} = \\ = -\frac{1}{\rho} \left(\overline{U_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} + \overline{U_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} \right) + \nu \left(\overline{U_j \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2}} + \overline{U_i \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_k^2}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

получено уравнение для двух моментов $\overline{U_k U_i}$ и $\overline{U_k U_j}$ – третьего порядка

для преобразования уравнения к виду, позволяющему выполнить физическую интерпретацию его отдельных членов, используем соотношения, записанные с учётом уравнения неразрывности (7):

$$\begin{aligned} \overline{U_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{p U_j} - p \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i}, & \overline{U_j \frac{\partial p}{\partial x_j}} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{p U_i} - p \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \\ \overline{U_j \frac{\partial}{\partial x_k} U_i U_k} + \overline{U_i \frac{\partial}{\partial x_k} U_j U_k} &= \overline{U_j U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k}} + \overline{U_i \frac{\partial}{\partial x_k} U_j U_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{U_i U_j U_k} \\ \overline{U_i \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_k^2}} + \overline{U_j \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2}} &= \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \overline{U_i U_j} - 2 \frac{\partial U_i}{\partial x_k^2} \frac{\partial U_j}{\partial x_k^2} \end{aligned}$$

подставляя эти соотношения в (8), получим:

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{\partial}{\partial \tau} \overline{U_i U_j} + U_k \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{U_i U_j}}_I + \underbrace{\overline{U_i U_k} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} + \overline{U_j U_k} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k}}_{II} = \\ = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\underbrace{\nu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{U_i U_j}}_a - \underbrace{\overline{U_i U_j U_k}}_b - \underbrace{\frac{1}{\rho} (\delta_{jk} U_i p + \delta_{ik} U_j p)}_c \right] - \underbrace{\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)}_{IV} - \underbrace{2\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k}}_V; \quad (9) \end{aligned}$$

I – полное изменение энергии, при стационарном течении Ib–конвективный член–перенос субстанции средним движением; II – порождение энергии, описывает генерацию энергии пульсационного движения за счёт энергии осреднённого движения;

III – диффузионный член; а – вязкая диффузия, в– турбулентная диффузия, с– перенос за счёт пульсации давления; IV – обменный член, описывает обмен энергии пульсационного движения вдоль различных осей; V – диссипативный член;

где δ_{ij} – символ Кронекера $\delta_{ij}=1$ при $i=j$, $\delta_{ij}=0$ при $i \neq j$.

1.3 Полуэмпирические гипотезы

Для установившегося в среднем течения на ряду с конвективным членом, определяющим порождение энергии, содержит различные неизвестные корреляционные члены: такие, как диффузионный, обменный и диссипативный. Замыкание их основано на полуэмпирических моделях Колмогорова [4] и Ротта [5].

Гипотеза Колмогорова – Ротта; $\left\langle \frac{p}{P} \frac{\partial s}{\partial x_i} \right\rangle = -k \frac{\sqrt{E}}{l} \langle u_i s \rangle$, $2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial s}{\partial x_k} \right\rangle = 0$

Для обменного члена: $\left\langle \frac{p}{P} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle = -k \frac{\sqrt{E}}{l} (\langle u_i u_j \rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} E)$

Для диссипативного члена: $2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle = \nu c_1 \frac{u_i u_j}{l^2} + \frac{2}{3} \delta_{ij} c \frac{E^{3/2}}{l}$,

k, c – эмпирические константы; l – длина пути смешения

$E = \frac{1}{2} (\bar{U}^2 + \bar{V}^2 + \bar{W}^2)$ – среднекинетическая пульсационная энергия

Таким образом, математическая модель турбулентного неоднородного потока имеет достаточной сложный вид и в общем виде будет состоять из системы уравнений (4) вместе с одноточечными корреляциями (пульсациями) скорости (9).

Список использованных источников

1. Шлихтинг Г. «Теория пограничного слоя». –М. Наука, 2009.
2. Лойцянский Л.Г. «Ламинарный пограничный слой». –М. МФ, 1962.
3. Лойцянский Л.Г. «Механика жидкости и газа». М.-Л.: Гостехиздат, 2006
4. Колмагоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса //Докл.АН СССР. Т.30.N 4. С.299-303.
5. А.А. Обухов Турбулентность и динамика атмосферы –Л.Гидрометеиздат 1988.

УДК 338

МЕДИЦИНАЛЫҚ ЖӘРДЕМ КӨРСЕТУДЕГІ МАРКОВ ТІЗБЕКТЕРІНІҢ ҚОЛДАНУЫ

Кабошева Тоғжан Темиржанқызы

togzhan_9494@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика-математика факультетінің математика

мамандығы бойынша 4-курс студенті, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Рахимжанова С. К.

Адамның іс - әрекетінің күрделі әлеуметтік - психологиялық түрлерінің белгілі бір аспектітерін бейнелейтін, медициналық жәрдем беру процесстердің динамикасын зерттеулерге арналған көп жұмыстар бар. Сонымен қоса, бұл сұрақты әлеуметтік, физиологиялық, медициналық және психологиялық көз қарасы жағынан қарастырылады. Берілген зерттеудің өзгешелігін бейнелейтін белгілі шарттарына негізделген зерттеудің әр түрі ресми математикалық моделдерін құрастыру арқылы беріледі.

Медициналық жәрдем көрсету технологиялық процессі есептің жалпы қойылымы жағынан «Өнімді жасау технологиялық процесс» ұғымына сәйкес. Осы жағдайдағы өнім ретінде медициналық қызмет көрсету болып табылады.

Осындай жалпы қасиеттерге келесілер жатады:

1. Операцияның түрлендіруі бойынша біртіндеп іс- шара жасау процессін бөліктеу. Әр операцияның нақты бастау және аяқтау уақыттары белгілі.