

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың  
**«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016»** атты  
XI Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

---

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XI Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»**

---

PROCEEDINGS  
of the XI International Scientific Conference  
for students and young scholars  
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір  
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2016»  
атты ХІ Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
ХІ Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS  
of the XI International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2016»**

**2016 жыл 14 сәуір**

**Астана**

**ӘӨЖ 001:37(063)**

**КБЖ 72:74**

**Ғ 96**

**Ғ96** «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2016. – .... б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

**ISBN 978-9965-31-764-4**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**ӘӨЖ 001:37(063)**

**КБЖ 72:74**

**ISBN 978-9965-31-764-4**

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2016

|                                               |                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                               | есептеу үшін <b>калькуляторды</b> қолдану ұсынылған.                                                                                                                                 | есеп қарастыру арқылы енгізген.                                                                                                              |
| Квадрат теңдеулер                             | Анықтамасы «Квадрат теңдеу» ұғымына әкелетін практикалық мағыналы геометриялық есеп қарастыру арқылы енгізген.                                                                       | Тура математикалық анықтамасы берілген.                                                                                                      |
| Квадрат теңдеу түбірлерін есептеу формуласы   | Келтірілген квадрат теңдеудің түбірін есептеу формуласын жалпы жағдай үшін қолданған. Теңдеулерді екі мүшенің квадратын айыру тәсілімен шешу жаттығулары <b>4 есеппен шектелген.</b> | Теңдеулерді екі мүшенің квадратын айыру тәсілімен шешу әдісі қолданылған, бірақ оған <b>дайындық жұмысы жүргізілмеген.</b>                   |
| Квадрат теңдеуге келтірілетін мәтінді есептер | Талданған есептер біріншіден, саны жеткіліксіз; екіншіден, есепті шешуге үйрету әдістемесі суреттелмеген. Алгоритм жалпы сөздермен жазылған, пайдасыз.                               | Негізгі есептер типтері де оларды шешуге үйрету әдістері де келтірілмеген, теориялық бөлім кездейсоқ алынған екі есепті талдаумен шектелген. |
| Квадрат теңсіздіктер. Интервалдар әдісі       | Квадрат теңсіздіктерге қолданылатын әдісті рационал теңсіздіктер жағдайында қолдануға болатындығы оқулықта <b>негізделмеген.</b> Алгоритмде негізделмеген қадамдар бар.              | Интервалдардағы таңбалардың дәреже тақтығына тәуелділігі <b>негізделмеген.</b>                                                               |

#### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Шыныбеков А.Н. Алгебра: Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық. – Алматы: Атамұра, 2012.
2. Әбілқасымова А., Корчевский В., Абдиев А., Жұмағұлова З. Алгебра: Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық. – Алматы: Мектеп, 2012.

УДК 37.02

#### ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ В УРАВНЕНИЯХ

**Базарбаева Мира Кенисовна**

*[mira88@inbox.ru](mailto:mira88@inbox.ru)*

Магистрант ЕНУ им. Л. Н. Гумилева  
Научный руководитель – О. Журавлева

Тема линии уравнений является ведущей темой в школьном курсе математики и является «фундаментом» для решения многих задач как в алгебре так и в геометрии. Из школьного курса нам известны основные методы решения уравнений: алгоритмический, графический, метод подбора и т. д, но готовясь к олимпиадам часто встречаются уравнения повышенной сложности, которые сложно решить традиционными методами. В этом случае, ученик должен найти нестандартный способ решения. Рассмотрим задачи, решения которых сводятся к решению уравнений и их систем, используя принцип Дирихле.

Метод получил свое название от немецкого математика Дирихле (1805-1859 гг.), который установил связь между объектами (зайцы) и контейнерами. Формулировка принципа Дирихле: «Если в  $n$  контейнерах сидит  $n+1$  или больше зайцев, то найдётся клетка, в которой сидят по крайней мере два зайца». Доказывается данный принцип методом «от противного»,

приведем его. Допустим, что в каждой клетке число зайцев не более одного, тогда в  $n$  клетках находятся  $n$  зайцев. Получили противоречие. Задачи на принцип Дирихле доказываются двумя способами: 1) «от противного», аналогично доказательству принципа Дирихле; 2) обозначением «зайцев» и «клеток» в каждой конкретной задаче, где самым трудным этапом является то, что именно нужно обозначить за «клетки» а что «зайцы», а в более сложных задачах их нужно «создать». В программе школьного курса математики общеобразовательной школы не предусмотрено изучение принципа Дирихле. Однако при решении нестандартных логических задач этот принцип широко применяется.

Рассмотрим несколько задач на принцип Дирихле.

Задача1: В школе 20 классов. В ближайшем доме живет 23 ученика этой школы. Можно ли утверждать, что среди них найдутся хотя бы два одноклассника.

Решение: Пусть классы – это «клетки», а ученики – «зайцы». Тогда «клеток» - 20, а «зайцев» - 23,  $20 < 23$ . Следовательно, по принципу Дирихле можно утверждать, что найдутся хотя бы два одноклассника.

Задача2: 34 пассажира едут в автобусе, который делает всего 9 остановок, причем новые пассажиры ни на одной из них не выходят. Докажите, что найдутся две остановки, на которых выйдет одинаковое число пассажиров (может быть, ни одного).

Решение: Докажем методом «от противного». Предположим, что на каждой остановке выходило различное количество пассажиров: на первой остановке вышло 0 пассажиров, на второй - 1 пассажир, на третьей – 2, на четвертой – 3, на пятой – 4, на шестой – 5, на седьмой – 6, на восьмой – 7, на девятой – 8. Тогда всего на девяти остановках вышло  $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$  человек, что противоречит условию, что в автобусе было 34 пассажира. Следовательно, найдутся две остановки, на которых выйдет одинаковое число пассажиров или ни одного.

Ниже приведены такие олимпиадные задачи, решение которых сводится к решению уравнений, где можно применить принцип Дирихле.

Задача3: 25 покупателей купили 80 арбузов. Среди них были покупатели, купившие по одному и по два арбуза. Верно ли, что среди них имеется покупатель (хотя бы один), который купил не менее 4 арбузов.

Решение: Обозначим за  $x$  – число покупателей, купивших по одному арбузу, за  $y$  – число покупателей, купивших по два арбуза, а за  $z$  - число покупателей, купивших по 4 арбуза. Известно, что всего покупателей было 25, значит  $x + y + z = 25$ . Также известно, что покупатели купили 80 арбузов, получим:  $1 * x + 2 * y + 4 * z = 80$ . Данная задача свелась к решению системы уравнений с тремя неизвестными  $x, y, z \in N$ :

$$\begin{cases} x + y + z = 25 \\ 1 * x + 2 * y + 4 * z = 80 \end{cases}$$

Нужно показать, что  $z \neq 0$ . Будем доказывать от противного. Предположим, что  $z = 0$ , получим систему уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 1 * x + 2 * y = 80 \end{cases}$$

Отнимем от второго уравнения первое, получим  $y = 55$ , а  $x = -30 \notin N$ . Получили противоречие! Следовательно,  $z \neq 0$ . а значит, найдется покупатель (хотя бы один), который купил не менее 4 арбузов.

Задача 4: В летнем лагере собраны ребята 10, 11, 12 и 13 лет. Их 23 человека и им вместе 253 года. Сколько в отряде 12-летних ребят, если известно, что их в полтора раза больше, чем 13-летних.

Решение: Данная задача сводится к решению уравнений, если введем следующие неизвестные величины: обозначим за  $a$  - 10-летних ребят, за  $b$  - 11-летних ребят, за  $c$  - 12-летних, за  $d$  - 13-летних. Необходимо найти  $c$ . Из условия известно, что всего их 23 человека. Следовательно, получим уравнение:  $a + b + c + d = 23$ . Из условия, что им вместе 253 года, получим:  $10a + 11b + 12c + 13d = 253$ . А из условия, что 12-летних ребят в полтора раза

больше, чем 13-летних, получим:  $c = 1,5 * d$ . Следовательно, наша задача свелась к решению системы линейных уравнений с 4-мя неизвестными:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 23 & (1) \\ 10a + 11b + 12c + 13d = 253 & (2) \\ c = 1,5 * d & (3) \end{cases}$$

Разделим 253 на 23 получим 11 – это средний возраст ребят. Тогда из уравнения (2) следует, что  $a = c + 2d = 3,5d$ , а из уравнения (3) следует, что  $d$  - четное число. Пусть  $d=2$ ,  $c = 1,5 * d = 3$ . Покажем, что число  $d < 4$  методом «от противного». Предположим, что  $d = 4$ , тогда  $c = 6$ , а  $a = 14$ . Сумма  $a + c + d = 24 > 23$ . Пришли к противоречию, следовательно  $d$  может равняться только 2, а отсюда следует, что  $c = 3$ .

Ответ: 3 человека.

**Задача 5:** За пять лет обучения студент сдал 31 экзамен, причем в каждом году он сдавал экзаменов больше, чем в предыдущем. На пятом курсе экзаменов втрое больше, чем на первом. Сколько экзаменов на четвертом курсе?

**Решение:** Пусть на первом курсе студент сдал  $x$  экзаменов, тогда на втором курсе он сдал не менее  $x + 1$  экзаменов, а на третьем не менее  $x + 2$ , на четвертом курсе их не менее  $x + 3$ . Также известно, что пятом курсе экзаменов втрое больше, чем на первом, следовательно на пятом курсе студент сдал  $3x$ . Значит на четвертом курсе студент сдал не более  $3x - 1$ , тогда на третьем не более  $3x - 2$ , а на втором  $3x - 3$ . Получаем:

$$\begin{cases} x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + 3x \leq 31 \\ 3x + (3x - 1) + (3x - 2) + (3x - 3) + x \geq 31 \end{cases}$$

Решая данную систему неравенств. Получим  $x = 3$ . Тогда на четвертом курсе студент сдавал не менее  $x + 3 = 6$ , но не более  $3x - 1 = 8$ . Тогда используя принцип Дирихле можно показать, что на четвертом курсе студент сдавал ровно 8 экзаменов. Докажем это методом «от противного». Предположим, что четвертом курсе студент сдавал меньше 8, например 7, экзаменов, тогда на третьем не больше 6, на втором не больше 5, на первом не больше 3, а значит на пятом не больше 9, получим, что всего экзаменов могло быть не более 30, что противоречит условию задачи.

Ответ: 8 экзаменов.

На примерах показано использование принципа Дирихле, как метода решения уравнений. В задаче 3, использование принципа Дирихле при решении системы уравнений является более простым и емким. Если решать систему уравнений традиционным способом, то это займет больше времени и будет являться громоздким.

В заключение, можно сделать вывод, что ученика просто необходимо научить решать задачи как можно больше разными нестандартными эффективными методами. В этом случае ученик не только нарабатывает приемы решения задач, но и у него развивается мышление и логика. А принцип Дирихле в уравнениях является эффективным и нестандартным методом решения.

#### Список использованных источников

1. Андреев А.А., Горелов Г.Н., Люлев А.И., Савин А.И. Принцип Дирихле, Самара: Пифагор, 1997, стр. 3.
2. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.:МЦМНО, 2004, С. 36-41.