

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

ВЕКТОРЛЫҚ ЕСЕПТЕУЛЕР КӨМЕГІМЕН ТЕНДЕУЛЕР ЖӘНЕ ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ

Боранғали Дәулет Қанатұлы

bora210897@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университетінің Ақпараттық технологиялар факультетінің АБ-11 курс студенті

Ғылыми жетекші – Байарыстанов А.О.

Өзектілігі. Векторлық есептеулер қоршаған әлемді және жүйелерді модельдеудегі зерттеудің маңызды құралдардың бірі. Векторлық есептеулер әдісімен алгебралық теңдеулерді және теңдеулер жүйесін шешу, болашақ зерттеушілерге векторлық есептеу әдістерін және идеяларын жақсы түсінуге көмектеседі, сонымен қатар болашақта тиімді модельдерді және шешімдерді табуға көмектеседі.

Жаңалығы. Осы зерттеуде қолданылып отырған әдіс әртүрлі типті алгебралық теңдеулер мен теңдеулер жүйесін тиімді шешуге мүмкіндік береді.

Жұмыстың мақсаты: алгебралық теңдеулер мен олардың жүйелерін, сонымен қатар диофанттық теңдеулер және күрделі типті теңдеулер жүйесін шешу үшін қолданылатын векторлық есептеулер әдісінің мүмкіндіктерін зерттеу.

Тапсырмалар:

- векторлық есептеулердің негізгі түсініктерін меңгеру;
- векторлық есептеулер әдісімен тиімдірек шешілетін тапсырмалар класын табу.

Жорамал. Қайсыбір алгебралық теңдеулер немесе теңдеулер жүйесін шешуде векторлық есептеулерді қолдану теңдеулер жүйесін тиімдірек шешуге мүмкіндік береді.

ABSTRACT

Relevance: Vector calculus is one of the most important tools for the study of the world, and modeling systems. Solving algebraic equations and their systems using vector calculus will allow future researchers to better understand the ideas and methods of vector calculus and help create effective models and solutions in the future.

Novelty: The method used in this study allows solve rationally various types of algebraic equations and their systems.

Aim: To explore the possibilities of this method of vector calculus to solve algebraic equations and their systems, including Diophantine equations and systems of equations of the complex type.

Objectives:

- To study the basic concepts of vector calculus;
- To find the classes of problems that can be efficiently solved by methods of vector calculus.

Hypothesis: Using vector calculus can effectively solve some algebraic equations and their systems.

Жоба бөлімдері:

Кіріспе

Негізгі бөлім.

1. Вектор түсінігі. Векторларға сызықтық амалдар қолдану. Векторлардың скаляр көбейтіндісі.

2. Теңдеуді векторлық есептеулер арқылы шешу

3. Теңдеулер жүйесін векторлық есептеулер арқылы шешу

4. Теңсіздіктерді векторлық есептеулер арқылы дәлелдеу

5. Тригонометриялық теңдеулерді векторлық есептеулер арқылы шешу

Қорытынды

1-мысал. Алгебралық теңдеуді векторлық әдіспен шешу.

$x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x^2+1}$ теңдеуін шешу.

Шешуі: $\bar{a} = (x, 1)$, $\bar{b} = (\sqrt{1+x}, \sqrt{3-x})$ векторларын қарастырайық. Векторлардың модульдерін және скаляр көбейтіндісін анықтайық:

$$|\bar{a}| = \sqrt{x^2 + 1}, |\bar{b}| = \sqrt{1+x+3-x} = 2, \bar{a}\bar{b} = x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x}$$

Теңдеуден $\bar{a}\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|$ екені белгілі. $\bar{a}\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|\cos\varphi$ мұндағы φ - $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары арасындағы бұрыш, скаляр көбейтінді формуласын ескере отырып, $\varphi = 0$ екенін аламыз.

Бұл $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары коллинеар векторлар дегенді білдіреді.

Коллинеарлық шарттан берілген векторлардың координаталары өзара пропорционал, яғни:

$$\frac{\sqrt{1+x}}{x} = \frac{\sqrt{3-x}}{1}. \quad (11)$$

Осы теңдеуді квадраттап $1+x = x^2(3-x)$ немесе $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$ теңдеуін аламыз.

$x_1 = 1$ болғандықтан теңдеудің түбірі бар, онда теңдеудің сол жағын былай жазуға болады:

$x^3 - 3x^2 + x + 1 = (x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0$. $x^2 - 2x - 1 = 0$ квадрат теңдеуін шешіп,

$x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{2}$ табамыз. Бірақ $1 - \sqrt{2}$ (11) теңдеудің түбірі бола алмайды.

Жауабы: $x_1 = 1$, $x_2 = 1 + \sqrt{2}$.

Теңдеулер жүйесін векторлық әдіспен шешу.

2-мысал. Теңдеулер жүйесін шешу.

$$\begin{cases} x^{2n} + y^{2n} + z^{2n} = 3, \\ x^{2n+1} + y^{2n+1} + z^{2n+1} = 3, \\ x^{2n+2} + y^{2n+2} + z^{2n+2} = 3. \end{cases}$$

Шешуі: $\bar{a} = (x^n, y^n, z^n)$, $\bar{b} = (x^{n+1}, y^{n+1}, z^{n+1})$ белгілеулерін енгіземіз. Берілген жүйеден

$\bar{a}\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|$ векторлар арасындағы бұрыш нөлге тең, онда $\bar{a} = \bar{b}$

$$|\bar{a}| = |\bar{b}| = \sqrt{3}, \bar{a} \cdot \bar{b} = 3$$

осылайша,

$$x^n = x^{n+1}, y^n = y^{n+1}, z^n = z^{n+1}$$

және ары қарай жүйенің жалғыз шешімі $(1, 1, 1)$ жиыны екенін оңай аламыз.

3-мысал. Теңсіздікті векторлық әдіс арқылы дәлелдеу.

Егер a, b, c және d сандары теріс емес сандар болса, онда $\sqrt{(a+c) \cdot (b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$ теңсіздігінің орындалатындығын дәлелдеңіз.

Шешуі. $\vec{x} = \{\sqrt{a}; \sqrt{c}\}$ және $\vec{y} = \{\sqrt{b}; \sqrt{d}\}$ векторларын енгізейік. Онда $\vec{x} \cdot \vec{y} = \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$;

$|\vec{x}| = \sqrt{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{c})^2}$; $|\vec{y}| = \sqrt{(\sqrt{b})^2 + (\sqrt{d})^2}$, яғни $|\vec{x}| = \sqrt{a+c}$, $|\vec{y}| = \sqrt{b+d}$. Олай болса

$\vec{x} \cdot \vec{y} \leq |\vec{x}| \cdot |\vec{y}|$, онда $\sqrt{(a+c) \cdot (b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$ шығады, дәлелдеу керек екендігі де осы болатын.

4-мысал. Тригонометриялық теңдеуді векторлық әдіспен шешу.

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$$

Берілген теңдеудің екі жағын да 2-ге бөліп теңдеуді мына түрде жазайық:

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2}$$

Мынадай белгілеулер енгізейік: $\vec{a} (\cos x; \sin x)$ және $\vec{b} (-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$

Олардың ұзындықтары: $|\vec{a}| = \sqrt{\cos^2 x + \sin^2 x} = \sqrt{1} = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{1} = 1$

Векторлардың скаляр көбейтіндісін табайық: $\vec{a} \vec{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2}$ (есеп шарты бойынша)

$\vec{a} \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi = 1 \cdot 1 \cdot \cos \varphi = \cos \varphi$. Оң жақтарын теңестіру арқылы алатынымыз:

$\cos \varphi = \frac{1}{2}$, яғни векторлар арасындағы бұрыш $\frac{\pi}{3}$ тең. Тікбұрышты координаттар жүйесіне $\vec{b} (-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$

векторын салайық. $\vec{b} (-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ векторы абсцисса осімен $\frac{5\pi}{6}$ бұрыш жасайды.

$\vec{a}$ векторын $\vec{b}$ векторынан $\frac{\pi}{3}$ бұрышқа сағат тілінің бағытымен немесе оған қарсы бағытқа

бұру арқылы алуға болады. Сондықтан $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ және $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Жауабы: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$; $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Векторлық есептеулер арқылы шешілетін есептерді қалай ажыратуға болады?

• Егер теңдеу $\sqrt{x^2 + y^2}$ және $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ алгебралық өрнектер түрінде болса, яғни бұл жазықтықтағы $\vec{a}(x, y)$ немесе кеңістіктегі $\vec{a}(x, y, z)$ векторлардың ұзындықтары.

Мысалы: $x^2 + y^2 + z^2 = a$, онда $\vec{b}(x, y, z)$, ал ұзындығы $\sqrt{a}$ -ға тең.

• Егер теңдеу $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$ алгебралық өрнектер түрінде болса, онда оны жазықтықтағы (кеңістіктегі) $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторларының скаляр көбейтіндісі түрінде қарастыруға болады.

• Егер теңдеудің сол жағы векторлардың скаляр көбейтіндісі, ал оң жағы сол векторлардың ұзындықтарының көбейтіндісі түрінде болса, онда ондай түрдегі теңдеулер мен олардың жүйесін векторлық есептеулер арқылы шешуге болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1970.
2. Бахвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1964.
3. Атанасян Л.С. Аналитическая геометрия. – М.: Просвещение, 1967.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1999.
5. Базылев В.В., Дуничев К.И. Геометрия 1,2. – Алматы: Мектеп, 1981.
6. Островский А.М. Решение уравнений и систем уравнений. – М., ИИЛ, 1963.
7. Гальперин И.М., Габович И. Г. Использование векторного неравенства Коши-Буняковского для решения задач по алгебре//Математика в школе, М., №2, 1991
8. Литвинова С.А. За страницами учебника математики. – М.: Панорама, 2006
9. Рыжик В.И. 25000 уроков математики. – М.: Просвещение, 1993.