

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

3. Сыдықов А.А., Жармағанбетова А.Ә. Бірінші текті Абель теңдеуінің кейбір түрлерін шешудің бір әдісі. ҚазМемҚызПУ, «Сапалы білім, озық ғылым, жасыл экономика – ғаламшар болашағы» атты, университеттің 70 жылдық мерейтойына арналған республикалық ғылыми-практикалық конференция, Алматы, 2014.

УДК 37.02

ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ГЕОМЕТРИЯДА ҮШБҰРЫШТАРДЫҢ ЭЛЕМЕНТТЕРІН ТРИГОНОМЕТРИЯ ТҰРҒЫСЫНАН ҚАРАСТЫРУ

Джаналиева А.К.

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті 2-курс магистранты, Астана, Қазақстан
r.azel_92@mail.ru

Лобачевский геометриясы математикада да, физикада да қолдануға болатын мазмұны бай теория. Лобачевский бұл теорияны құру арқылы Евклидтік емес геометрияның озық мүмкіндіктерін көрсетті. Евклидтік геометрия абсолюттық геометрия аксиомаларымен бірге евклидтік аксиоманы қолдану негізінде құралған. Ал Лобачевский геометриясы (басқаша айтқанда гиперболалық геометрия) абсолюттық геометрия аксиомалары және Лобачевский аксиомасы негізінде құралады. Сондықтан, абсолюттық геометриядағы түсініктер, теоремалар гиперболалық геометрияда да орындалады. Айырмашылығы бесінші аксиомаға байланысты түсініктер мен теоремаларда. Гиперболалық геометриядағы кейбір тұжырымдарды анықтап оларды қортып шығару жолдары біздің ұсынылып отырған мақалада көрсетілген.

Үшбұрышқа қатысты тригонометриялық қатынастарды қарастырайық. Бізге қажетті теоремаларды атап кетейік.

Теорема 1 (косинустар теоремасы). [1: 400] Қабырғалары $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ және бір бұрышы $\hat{A} = \alpha$ болатын кез келген ABC үшбұрышы үшін келесі қатынас орындалады

$$ch \frac{a}{k} = ch \frac{b}{k} \cdot ch \frac{c}{k} - sh \frac{b}{k} \cdot sh \frac{c}{k} \cdot \cos \alpha.$$

Теорема 2 (синустар теоремасы). [1: 402] Қабырғалары $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ және бұрыштары $\hat{A} = \alpha$, $\hat{B} = \beta$, $\hat{C} = \gamma$ болатын кез келген ABC үшбұрышы үшін келесі қатынас орындалады

$$\frac{sh \frac{a}{k}}{\sin \alpha} = \frac{sh \frac{b}{k}}{\sin \beta} = \frac{sh \frac{c}{k}}{\sin \gamma}.$$

Теорема 3. [1: 399] Гипотенузасы $c = AB$, бір катеті $a = BC$ және сүйір бұрыштары $\hat{A} = \alpha$, $\hat{B} = \beta$ болатын тік бұрышты ABC үшбұрышы үшін келесі теңдіктер орындалады

$$ch \frac{c}{k} = ctg \alpha \cdot ctg \beta, \quad \cos \alpha = ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta.$$

Мұнда k кеңістіктің қисықтық радиусы.

Енді осы теоремаларды қолданып келесі тұжырымдарды шығарайық.

Есеп 1. Қабырғалары $BC = a$, $CA = b$ және бұрыштары $\hat{A} = \alpha$, $\hat{B} = \beta$, $\hat{C} = \gamma$ болатын кез келген ABC үшбұрышы берілген. Осы үшбұрыш үшін келесі қатынастың орындалатынын дәлелдендер

$$ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta = ch \frac{b}{k} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma.$$

Дәлелдеу. Синустар теоремасы бойынша $sh \frac{c}{k} = sh \frac{b}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$. Осы мәнді

косинустар теоремасының

$$ch \frac{a}{k} = ch \frac{b}{k} \cdot ch \frac{c}{k} - sh \frac{b}{k} \cdot sh \frac{c}{k} \cdot \cos \alpha$$

формуласына қоямыз. Сонда $ch \frac{a}{k} = ch \frac{b}{k} ch \frac{c}{k} - sh \frac{b}{k} sh \frac{b}{k} \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} \cos \alpha$ теңдік пайда болады.

Енді осы теңдіктің екі жағын $\sin \beta$ мәніне көбейтіп

$$ch \frac{a}{k} \sin \beta = ch \frac{b}{k} ch \frac{c}{k} \sin \beta - sh^2 \frac{b}{k} \cos \alpha \sin \gamma$$

теңдікке келеміз. Қосинустар теоремасын

$$ch \frac{c}{k} = ch \frac{a}{k} \cdot ch \frac{b}{k} - sh \frac{a}{k} \cdot sh \frac{b}{k} \cdot \cos \gamma$$

түрінде жазайық. Онда синустар теоремасынан $sh \frac{a}{k} = sh \frac{b}{k} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ қатынасты осы формулаға қою арқылы келесі формуланы аламыз

$$ch \frac{c}{k} = ch \frac{a}{k} ch \frac{b}{k} - sh^2 \frac{b}{k} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \gamma.$$

Бұл мәнді жоғарыда осы сияқты шыққан теңдікке қойғанда келесі теңдік шығады

$$ch \frac{a}{k} \sin \beta = ch \frac{b}{k} (ch \frac{a}{k} ch \frac{b}{k} - sh^2 \frac{b}{k} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \gamma) \sin \beta - sh^2 \frac{b}{k} \sin \gamma \cos \alpha.$$

Жақшаны ашамыз, сонда

$$ch \frac{a}{k} \sin \beta = ch^2 \frac{b}{k} ch \frac{a}{k} \sin \beta - ch \frac{b}{k} sh^2 \frac{b}{k} \sin \alpha \cos \gamma - sh^2 \frac{b}{k} \sin \gamma \cos \alpha.$$

Әрі қарай түрлендіру арқылы келесідей аламыз

$$ch \frac{a}{k} \sin \beta = ch^2 \frac{b}{k} ch \frac{a}{k} \sin \beta - sh^2 \frac{b}{k} (ch \frac{b}{k} \sin \alpha \cos \gamma + \sin \gamma \cos \alpha).$$

немесе

$$ch^2 \frac{b}{k} ch \frac{a}{k} \sin \beta - ch \frac{a}{k} \sin \beta = sh^2 \frac{b}{k} (ch \frac{b}{k} \sin \alpha \cos \gamma + \sin \gamma \cos \alpha).$$

Бұдан

$$ch \frac{a}{k} \sin \beta (ch^2 \frac{b}{k} - 1) = sh^2 \frac{b}{k} (ch \frac{b}{k} \sin \alpha \cos \gamma + \sin \gamma \cos \alpha).$$

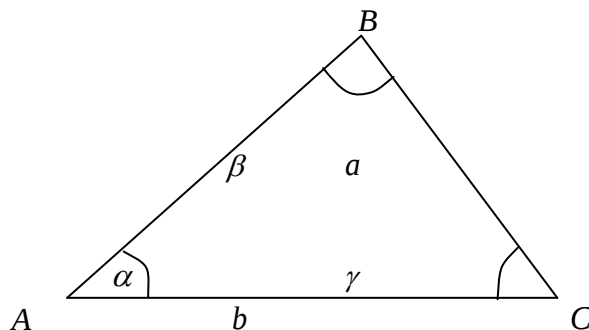
Енді $ch^2 \frac{b}{k} - 1 = sh^2 \frac{b}{k}$ болғандықтан ізделінді формуланы шығаруға болады

$$ch \frac{a}{k} \sin \beta = ch \frac{b}{k} \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma.$$

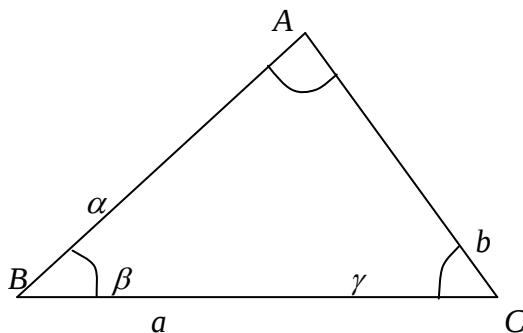
Есеп 2. Бір қабырғалары $BC = a$ және бұрыштары $\hat{A} = \alpha$, $\hat{B} = \beta$, $\hat{C} = \gamma$ болатын кез келген ABC үшбұрышы берілген. Осы үшбұрыш үшін келесі қатынастың орындалатынын дәлелдендер

$$\cos \alpha = ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma - \cos \beta \cdot \cos \gamma$$

Дәлелдеу. Жоғарыда дәлелденген тұжырым бойынша:



және



$$ch \frac{b}{k} \cdot \sin \alpha = ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma + \cos \beta \cdot \sin \gamma$$

Екінші теңдікті бірінші теңдікке қойғанда

$$ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta = \left(ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma + \cos \beta \cdot \sin \gamma \right) \cdot \cos \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma.$$

Жақшаны ашу арқылы

$$ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta = ch \frac{a}{k} \cdot \sin \beta \cdot \cos^2 \gamma + \cos \beta \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma$$

және $1 - \cos^2 \gamma = \sin^2 \gamma$ теңдігін ескере отырып әрі қарай түрлендіреміз. Сонда

$$\operatorname{ch} \frac{a}{k} \cdot \sin \beta \cdot \sin^2 \gamma = \cos \beta \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma$$

$$\sin \gamma \text{ -ға қысқартамыз} \quad \operatorname{ch} \frac{a}{k} \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma = \cos \beta \cdot \cos \gamma + \cos \alpha .$$

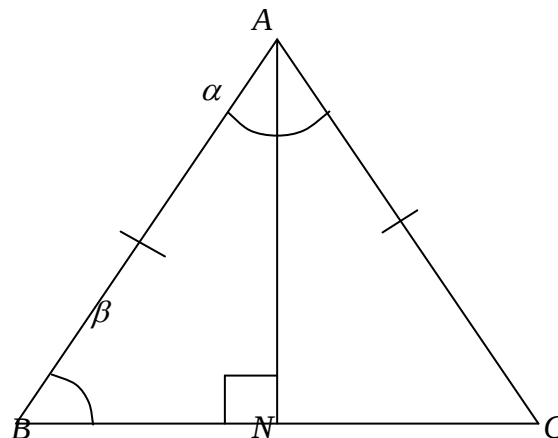
Сонымен,

$$\cos \alpha = \operatorname{ch} \frac{a}{k} \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma - \cos \beta \cdot \cos \gamma .$$

Есеп 3. Табаны BC және бұрыштары $\hat{A} = \alpha$, $\hat{B} = \beta$ болатын ABC теңбүйірлі үшбұрышы берілген. Үшбұрыштың қабырғаларын табу керек.

Шешімі. A төбесінен BC табанына AN перпендикуляр жүргіземіз. Бізде ABN және ACN екі тікбұрышты үшбұрыштары пайда болды. Онда жоғарыда келтірілген теорема 3 бойынша қабырғаларын оңай табуға болады:

$$\operatorname{ch} \frac{AB}{k} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \beta, \quad \operatorname{ch} \frac{BC}{2k} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \beta}, \quad \operatorname{ch} \frac{AC}{k} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \beta$$



Осы бағытта зерттеулерді жүргізуге болады. Евклидтік геометриядағы тұжырымдарды гиперболалық геометрияда ұқсас түрінде анықтауға жол бар. Мақалада келтірілген ойлар оқытушыларға, студенттерге, ғылыми жоба орындаушыларға пайдалы болады деген сенімдеміз.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Атанасян Л.С. Геометрия Лобачевского. – М.: БИНОМ, 2014