



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ФЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҮЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ  
Еуразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«ФЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты  
IX қалықаралық ғылыми конференциясы**

**IX Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»**

**The IX International Scientific Conference for  
students and young scholars  
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»**

2014 жыл 11 сәуір  
11 апреля 2014 года  
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ**  
**Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҮЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2014»  
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
IX Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS  
of the IX International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2014»**

**2014 жыл 11 сәуір**

**Астана**

**УДК 001(063)**

**ББК 72**

**F 96**

**F 96**

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001(063)**

**ББК 72**

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2014

$$\begin{aligned}
L_{nm}^{(2)} &= D_n(x) \sum_{j=m}^{\infty} \Delta_{01} a_{nj} D_{j+1}(y) = \\
&= D_n(x) \sum_{j=m}^{\infty} \Delta_{01}^2 (a_{nj})(j+1) F_{j+1}(y) + \Delta_{01} a_{nm} m F_m(y) - a_{nm} D_m(y).
\end{aligned}$$

Используя преобразование Абеля для  $L_{nm}^{(3)}$ , имеем

$$\begin{aligned}
L_{nm}^{(3)} &= D_m(y) \sum_{i=n}^{\infty} \Delta_{10} a_{im} D_{i+1}(x) = \\
&= D_m(y) \sum_{i=n}^{\infty} \Delta_{10}^2 (a_{im})(i+1) F_{i+1}(x) + \Delta_{10} a_{nm} n F_n(x) - a_{nm} D_n(x).
\end{aligned}$$

Из этих соотношений на основания условия теоремы 1 можно получить (3).

#### Список использованных источников

1. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша. Теория и применения. – М.: Наука, 1987. – 343 с.
2. Volosivets S.S., Fadeev R.N. Estimates of best approximations in integral metrics an Fourier coefficients with respect to multiplicative systems // Analysis Mathematica. – 37(2011). – P. 215-238.
3. Morics F. On double cosine, sine, and Walsh series with monotone coefficients // Proceedings of the American Mathematical Society. – 1990. – V. 109, № 2.

УДК 517

#### ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ ВВЕДЕНИЯ НЕСТАНДАРТНОЙ СТЕПЕНИ

Гайдаров Ибрагим Айвазович  
[ibragimgaidarov@mail.ru](mailto:ibragimgaidarov@mail.ru)

Студент 1-го курса ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана.  
Научный руководитель – Т.Д. Тукаев

Современный век информационных технологий требует наличие у образованного человека более глубоких знаний по математике. Будущих выпускников школ необходимо вооружить хорошими исследовательскими навыками. Эти исследовательские навыки развиваются, в частности, через участие в олимпиадах, в выполнении научных проектов. Все эти пути, как правило, прививают у учеников стандартного подхода к исследовательской работе. По моему мнению, необходимо научить учеников нестандартно подходить к исследованию в математике. В этом русле, я хочу предложить некоторое нестандартное исследование в области школьной математики.

Со школьного курса нам известно, как можно число возвести в степень, и нам известны действия над степенями. Например: Степенью числа  $a$  называется выражение  $a^n$ , где  $a$  — основание степени (множитель из произведения),  $n$  — показатель степени (число множителей в произведении).  $\underbrace{a \cdot a \dots \cdot a}_n = a^n$ .

**Свойства степени:**  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ;  $(a^n)^m = a^{nm}$ ;  $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ ;  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Предлагаю, рассмотреть следующие необычные действия:  $\underbrace{a : a \dots : a}_n = {}^n a$ , где  $n$  – число делителей. То есть,  ${}^n a$  – это означает, что число  $a$  надо разделили само на себя в  $n$  раз. Например:  ${}^4 2 = 2 : 2 : 2 : 2 = 0,25$

### Свойства степени:

$$1. {}^0 a = a^2$$

$$2. {}^1 a = a$$

$$3. {}^2 a = 1$$

$$4. {}^3 a = \left( \frac{1}{a} \right)$$

$$5. {}^n (a \cdot b) = {}^n a \cdot {}^n b$$

$$6. \left( \frac{a}{b} \right) = \frac{{}^n a}{{}^n b} \quad b \neq 0$$

$$7. {}^m a \cdot {}^n a = {}^{(m+n)-2} a$$

$$8. \frac{{}^m a}{{}^n a} = {}^{(m-n)+2} a \quad a \neq 0$$

$$9. {}^{-n} a = \left( \frac{1}{a^{n+4}} \right) \quad a \neq 0$$

$$10. {}^m ({}^n a) = \left( \frac{1}{a} \right)^{(m-2)(n-2)+2}$$

$$11. \left( {}^n \left( \frac{a}{b} \right) \right) = \left( \frac{a}{b} \right)^{(m-2)(n-2)+2} \quad b \neq 0, a \neq 0$$

**Нестандартный вид степени выражается через стандартный по следующим**

$$1. {}^n a = \left( \frac{1}{a} \right)^{n-2}$$

$$2. \left( \frac{1}{a} \right) = a^{n-2}$$

$$3. \left( \frac{a}{b} \right) = \left( \frac{b}{a} \right)^{n-2}$$

$$4. {}^m ({}^n a) = a^{(m-2)(n-2)}$$

$$5. \left( {}^n \left( \frac{a}{b} \right) \right) = \left( \frac{a}{b} \right)^{(m-2)(n-2)}$$

**Стандартный вид степени выражается через не стандартный по следующим формулам:**

$$1. a^n = \left( \frac{1}{2} \right)^{n+2} \quad 2. \left( \frac{1}{a} \right)^n = {}^{n+2} a \quad 3. \left( \frac{a}{b} \right)^n = \left( \frac{b}{a} \right)^{n+2}$$

Можно определить нестандартный корень  $n$ -й степени. Нестандартным корнем  $n$ -й степени из числа  $a$ , называется такое число  $b$ , что  ${}^n b = a$

**Свойства нестандартных корней:**

$$1. \overline{a} \sqrt[n]{\cdot} \overline{b} \sqrt[n]{\cdot} = \overline{a \cdot b} \sqrt[n]{\cdot}$$

$$2. \overline{b} \sqrt[n]{\cdot} = \overline{a} \sqrt[n]{\cdot}$$

$$3. \overline{m}(\overline{a} \sqrt[n]{\cdot}) = \overline{a} \sqrt[n]{\cdot}$$

$$4. \overline{1} \sqrt[2]{\cdot} = (+\infty; 0) \cup (0; -\infty)$$

**Корни нестандартные и стандартные связаны следующими соотношениями:**

$$\overline{a}^{\sqrt[n]{n}} = \frac{1}{\sqrt[n-2]{a}} \quad ; \quad \sqrt[n]{a} = \frac{1}{a} \sqrt[n+2]{n+2}$$

Приведенные выше свойства нестандартной степени и корня можно доказать путем перевода нестандартной степени и корня к стандартному виду. Например, покажем вывод одного из свойств:

$${}^m\left(\sqrt[n]{a}\right) = \left(\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{n-2}}\right) = \left(a^{\frac{1}{n-2}}\right)^{m-2} = a^{(m-2)(n-2)} \Leftrightarrow {}^m\left(\sqrt[n]{a}\right) = a^{(m-2)(n-2)}$$

**Нестандартная показательная функция.** Аналогично тому, как вводится обычная показательная функция, мы так же введем нестандартную показательную функцию:  $y = {}^x a$

Для примера построим график не стандартной показательной функции:  $y = {}^x \left(\frac{1}{2}\right)$

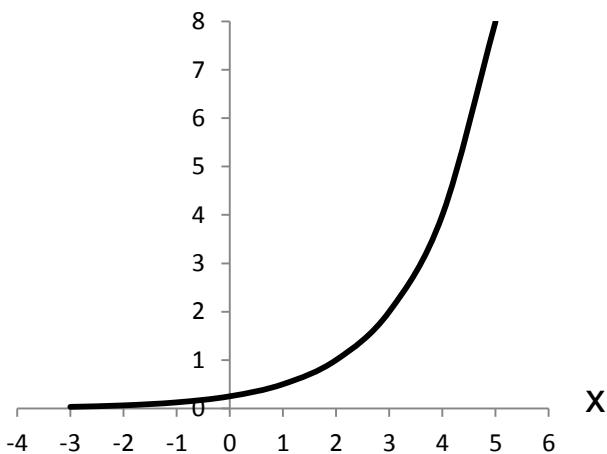
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	0,03125	0,0625	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8

Свойства нестандартной показательной функции:

$$1. D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$2. E(y) = (0; +\infty)$$

3. Если  $a > 1$ , то функция убывает, если  $0 < a < 1$ , то функция возрастает.



Таким образом, введенные нестандартные действия можно развивать до тех границ, как и для обычных степеней. Надеюсь, что такие исследования помогут развивать у школьников логическое мышление, развивать пространственное воображение, вызвать интерес к исследованиям в области математики.

УДК 517.51

## ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТИПА ХАРДИ И БЕЛЛМАНА В ПРОСТРАНСТВАХ $L_p$

Галеев Даурен Кайрбекович  
[daurengaleev@rambler.ru](mailto:daurengaleev@rambler.ru)

Магистрант 2 курса ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан  
Научный руководитель – Н.Т. Тлеуханова

Приведем классические результаты Харди [1].

Пусть  $f \in L_p[0;1]$ ,  $1 < p < \infty$ , с рядом Фурье  $f \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx$ .

Рассмотрим величины

$$A_k = \frac{1}{k+1} \sum_{m=0}^k a_m, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

$$B_k = \sum_{m=k}^{\infty} \frac{a_m}{m}, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

Тогда ряды

$$\sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos kx, \quad \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos kx$$

являются рядами Фурье некоторых функций  $Hf, Bf$  из  $L_p[0; \pi]$  и верны неравенства

$$\|Hf\|_{L_p} \leq c \|f\|_{L_p}, \quad \|Bf\|_{L_p} \leq c \|f\|_{L_p}.$$

Данные неравенства  $Hf, Bf$  называются преобразованиями Харди и Беллмана.

В 2001 г. Тлеухановой Н.Т. [2] удалось обобщить результат Харди. Рассматривалась следующая задача.

Пусть  $1 < p < \infty$ ,  $f \in L_p[0; \pi]$ , с рядом Фурье  $f \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx$ ,  $I = \{I_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  – некоторая последовательность конечных подмножеств из  $\mathbb{N}$ . Через  $J$  обозначена последовательность множеств  $\{J_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ , где  $J_k = \{m : k \in I_m\}$ .

Рассмотрены последовательности чисел

$$A_k(f; I) = \frac{1}{|I_k|} \sum_{m \in I_k} a_m, \quad k \in \mathbb{N},$$

$$B_k(f; I) = \sum_{m \in J_k} \frac{a_m}{|I_m|}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Определены преобразования  $H(f; I)$  и  $B(f; I)$  следующим образом

$$H(f; I) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos kx = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|I_k|} \left( \sum_{m \in I_k} a_m \right) \cos kx,$$

$$B(f; I) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos kx = \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{m \in J_k} \frac{a_m}{|I_m|} \right) \cos kx.$$

Далее были определены условия на семейство множеств  $I = \{I_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  при которых операторы  $H(f; I)$  и  $B(f; I)$  будут ограниченными в  $L_p$  и выполнены следующие неравенства

$$\|H(f; I)\|_{L_p} \leq c \|f\|_{L_p},$$

$$\|B(f; I)\|_{L_{p'}} \leq c \|f\|_{L_{p'}}.$$

Определим преобразования типа Харди и Беллмана для более общих усреднений.

Пусть  $1 < p < \infty$ ,  $f \in L_p[0;1]$ , с рядом Фурье  $f \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k e^{2\pi i k x}$ .

$\lambda = \{\lambda_k\}_{k=1}^\infty$  – некоторая последовательность, которая удовлетворяет условию: при  $\alpha > \frac{1}{p'}$

$$\sup_{1 \leq m \leq k} m^{2-\alpha} |\lambda_m - \lambda_{m+1}| \leq D \frac{1}{k^\alpha} \left| \sum_{m=1}^k \lambda_m \right|, \quad (1)$$

где  $D > 0$  – некоторая константа, не зависящая от  $k$ . Рассмотрим следующие последовательности чисел

$$A_k(f, \lambda) = \frac{1}{\left| \sum_{m=1}^k \lambda_m \right|} \left| \sum_{m=1}^k \lambda_m a_m \right|,$$

$$B_k(f, \lambda) = \sum_{m=k}^{\infty} \frac{A_m}{m} = \sum_{m=k}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{1}{\left| \sum_{s=1}^m \lambda_s \right|} \left| \sum_{s=1}^m \lambda_s a_s \right|.$$

Определим обобщенные преобразования  $H(f, \lambda)$  и  $B(f, \lambda)$  следующим образом:

$$H(f, \lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{2\pi i k x} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\left| \sum_{m=1}^k \lambda_m \right|} \left| \sum_{m=1}^k \lambda_m a_m \right| e^{2\pi i k x},$$

$$B(f, \lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k e^{2\pi i k x} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=k}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{1}{\left| \sum_{s=1}^m \lambda_s \right|} \left| \sum_{s=1}^m \lambda_s a_s \right| e^{2\pi i k x}.$$

Данные функции будем называть преобразованиями типа Харди и Беллмана.

**Теорема.1** Пусть  $2 < p < \infty$ ,  $p' = \frac{p}{p-1}$ ,  $f \in L_p[0;1]$ ,  $f \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k e^{2\pi i k x}$ .

Последовательность  $\lambda$  удовлетворяет условию (1) при  $\alpha > 1 - \frac{1}{p'}$ . Тогда преобразования типа Харди и Беллмана ограничены в  $L_p$  и  $L_{p'}$  и верны неравенства

$$\|H(f, \lambda)\|_{L_p} \leq c \|f\|_{L_p},$$

$$\|B(f, \lambda)\|_{L_{p'}} \leq c \|f\|_{L_{p'}}.$$

#### Список использованных источников

1. Hardy G.H. Notes on some points in the integral calculus// LXVI, The arithmetic mean of a Fourier constant// Messengers of Math. – 1958. – P.50-52.
2. Тлеуханова Н.Т. О преобразованиях Харди и Беллмана для ортогональных рядов Фурье // Математические заметки. – Т. 70, №4. – 2001. – С. 638-640.

УДК 517.51

#### ОГРАНИЧЕННОСТЬ ОПЕРАТОРА ЧЕЗАРО В ПРОСТРАНСТВЕ ХАРДИ

Гульманов Нуртай Кудайбергенович  
[gulmanov.nurtai@mail.ru](mailto:gulmanov.nurtai@mail.ru)

магистрант факультета математики и информационных технологий

КарГУ имени Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

Научный руководитель – Г. Акишев