ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2014

5. Павлюк И. И. Сравнения и проблема Черникова в теории групп: монография. – Павлодар: ПГУ, 2002. – 222 с.
6. Коргаполов М. И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М. Наука, 1982. – 288 с.
7. Мальцев А. И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1971. – 320 с.

УДК 517. 51

ЛЕБЕГ КЕҢІСТІГІНДЕГІ БӨЛШЕК РЕТТІ ИНТЕГРАЛДЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ ШЕНЕЛГЕНДІГІ

Ержан Аймарал
Laramia@mail.ru
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ Механика-математика факультетінің магистранты,
Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – А.М. Абылаева

Айталық $1 < p \le q < \infty,\ \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1,\ I = (0;\infty)$ болсын. M^+ класы барлық өлшемді $f : [0,\infty) \to [0,+\infty]$ функцияларының жиыны болсын. Төмендегі интегралдық операторларды қарастырайық:

$$L_{\alpha,\beta,\gamma} f(x) = x \int_0^x \frac{y^{\gamma-1} \ln^{\beta}\left(\frac{x}{y}\right) f(y)}{(x-y)^{1-\alpha}} dy, \tag{1}$$

$$L^*_{\beta,\gamma} f(x) = \frac{1}{x} \int_0^x y^{\gamma} \ln^{\beta}\left(\frac{x}{y}\right) f(y) dy, \tag{2}$$

Мұндағы $\alpha > 0,\ \beta > 1,\ \gamma \in (0,1)$.

Бұл жұмыста (1) және (2) операторлары үшін келесі

$$\left(\int_0^\infty \left(L_{\alpha,\beta,\gamma} f(x) \right)^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \le C \left(\int_0^\infty f^p(x) dx \right)^{\frac{1}{p}}, \qquad \forall f \in M^+ \tag{3}$$

$$\left(\int_0^\infty \left(L^*_{\beta,\gamma} f(x) \right)^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \le C \left(\int_0^\infty f^p(x) dx \right)^{\frac{1}{p}}, \qquad \forall f \in M^+ \tag{4}$$

теңсіздіктерінің орындалуының кажетті және жеткілікті шарттарын анықтайтын боламыз.

Ол үшін келесідей шамаларды енгізейік:

$$A_0 = \sup_{t>0} \left(\int_t^\infty x^{\alpha q} \ln^{\beta q}\left(\frac{2x}{t}\right) dx \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_0^{\frac{t}{2}} y^{(\gamma-1)p'} dy \right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$A_1 = \sup_{t>0} \left(\int_t^\infty x^{\alpha q} dx \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_0^{\frac{t}{2}} y^{(\gamma-1)p'} \ln^{\beta p'}\left(\frac{t}{y}\right) dy \right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$A_0^* = \sup_{t>0}\left(\int_t^{\infty} x^{-q}\ln^{\beta q}\left(\frac{2x}{t}\right)dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_0^{\frac{t}{2}} y^{\gamma p'}dy\right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$A_1^* = \sup_{t>0}\left(\int_t^{\infty} x^{-q}dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_0^{\frac{t}{2}} y^{\gamma p'}\ln^{\beta p'}\left(\frac{t}{y}\right)dy\right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$B_0 = \sup_{t>0} B_0(t) = \sup_{t>0}\sup_{s\in[\frac{t}{2},t]}\left(\int_s^t x^q (x-s)^{(\beta-1)q}dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_{\frac{t}{2}}^{s} y^{(\gamma-1-\beta)p'}dy\right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$B_1 = \sup_{t>0} B_1(t) = \sup_{t>0}\sup_{s\in[\frac{t}{2},t]}\left(\int_s^t x^q dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_{\frac{t}{2}}^{s} y^{(\gamma-1-\beta)p'}(s-y)^{(\beta-1)p'}dy\right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$B_0^* = \sup_{t>0} B_0^*(t) = \sup_{t>0}\sup_{s\in[\frac{t}{2},t]}\left(\int_s^t x^{-q} (x-s)^{(\beta-1)q}dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_{\frac{t}{2}}^{s} y^{(\gamma-\beta)p'}dy\right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$B_1^* = \sup_{t>0} B_1^*(t) = \sup_{t>0}\sup_{s\in[\frac{t}{2},t]}\left(\int_s^t x^{-q} dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_{\frac{t}{2}}^{s} y^{(\gamma-\beta)p'}(s-y)^{\beta p'}dy\right)^{\frac{1}{p'}};$$

$$D = \sup_{k\in z} D_k = \sup_{k\in z}\sup_{t\in[2^k,2^{k+1}]} D_k(t) = \sup_{k\in z}\sup_{t\in[2^k,2^{k+1}]} 2^{k(\alpha-1)}\left(\int_t^{2^{k+1}} x^q dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_{2^{k-1}}^{t} y^{(\gamma-1)p'}dy\right).$$

$$A = A_0 + A_1;\quad B = B_0 + B_1;\quad A^* = A_0^* + A_1^*;\quad B^* = B_0^* + B_1^*;$$

Теорема 1. *Айталық* $\max(\frac{1}{\alpha},1) < p \le q < \infty,\ \alpha > 0,\ \beta > 1,\ \gamma \in (0,1)$ *болсын. Сонда*

I*) Егер* $\alpha + \beta > 1$ *болса, онда (3) теңсіздігі орындалуы үшін* $A + B < \infty$ *болуы қажетті және жеткілікті. Сонымен қатар* $C \approx A + B$ *болады.*

II*) Егер* $0 < \alpha + \beta < 1$ *болса, онда (3) теңсіздігі орындалуы үшін* $A + D < \infty$ *болуы қажетті және жеткілікті. Сонымен қатар* $C \approx A + D$ *болады.*

Теорема 2. *Айталық* $1 < p \le q < \infty,\ \beta > 1,\ \gamma \in (0,1)$ *болсын. Сонда (4) теңсіздігі орындалуы үшін* $A^* + B^* < \infty$ *болуы қажетті және жеткілікті. Сонымен қатар* $C \approx A^* + B^*$ *болады.*

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Ойнаров Р. Ограниченность и компактность интегральных операторов с переменными пределами интегрирования в весовых пространствах Лебега. // Сиб. мат. журн. – 2011. – Т. 52, №6. – С. 1313-1328.
2. Мохаммади Ф.С. Весовые оценки одного класса интегральных операторов дробного типа // Дис. … канд. ф.- м. наук. – Москва, 2013. - 82 с.

3. Абылаева А.М., Омирбек М.Ж. Весовая оценка интегрального оператора с логарифмической сингулярностью // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. – Алматы, 2005. – No1. – С. 38-47.

УДК 512.54

О ПОДМНОЖЕСТВАХ ГРУППЫ

Ермекова Айнагуль Амангельдиновна
aina_ermekova@mail.ru
Павлодарский государственный университет имени С.Торайгырова, магистрант ММАТ-12н, Павлодар, Казахстан
Научный руководитель – И.И. Павлюк

С основными понятиями теории групп можно ознакомиться в работах И.Гроссмана, И.Магнуса и М.Н.Карганолова, Ю.Н.Мерзлякова [1, 2]. Часть H группы G может быть замкнута относительно операции умножения, заданной на элементах G, т.е. вместе с любыми своими элементами $a, b \in H$ содержит и их произведение ab, при этом, умножение элементов H будет алгебраической операцией в H. Эта операция индуцирована умножением из G. Если H является группой относительно этой операции, то ее называют подгруппой группы G ($H \leq G$). Если же $H \leq G$ и $H \neq G$, то $H < G$ - собственная подгруппа G.

Целью работы является доказательство утверждения, что для любого элемента b подгруппы H группы G произведение bH совпадает с подгруппой H и аналитическое обоснование формулы (2). Этот результат лежит в основаниях теории и часто используется, но логически завершенного доказательства, опирающегося только на аксиомы теории множеств и теории групп, ранее не приводилось. Даже интуитивно доступное пониманию разумом утверждение нуждается в обосновании с помощью основополагающих исходных понятий, аксиом и законов математической логики. Для реализации цели нам понадобятся критерии подгруппы группы.

Как не трудно видеть, пересечение любого множества H_i ($\bigcap_{H_{i \leq G}}$) подгрупп группы G является подгруппой группы G, т.е.

$$(1) \qquad (\forall H_i \leq G) \Rightarrow \left(\bigcap_{H_{i \leq G}} H_i = H \leq G\right).$$

Не столь очевидным является тот факт, что пересечение любого множества нетривиальных нормальных делителей группы G является нормальным делителем той же группы формулы (3). Для прояснения ситуации установим следующее предположение: если в группе G существует нормальный делитель N, то для любой подгруппы H группы G пересечение $N \cap H = K$ является нормальным делителем в H, то есть:

$$(2) \qquad \big((\forall H < G) \& (\forall N \nabla G)\big) \Rightarrow (H \cap N = K \nabla H), -$$

истинная формула теории групп.

Доказательство. Пусть элемент $k \in K$, а элемент $h \in H$. Рассмотрим элемент k^h, сопряженный с элементом k в подгруппе H при помощи элемента h из H. Так как элемент $k^h = h^{-1}kh$ содержится в H, а $\big((\forall a \in N) \& (\forall g \in G)\big) \Rightarrow (a^g \in N)$, то $k^h \in N$. Таким образом, $k^h \in K = N \cap H$. Отсюда теперь следует, что подгруппа K группы H замкнута относительно своих сопряженных элементов в подгруппе H. Отсюда следует, что K является нормальным делителем подгруппы H. Вместе с этим установлена тождественная истинность формулы (2).

Предложение доказано.

Далее, из формулы (1) и (2) следует, что