ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

преобразования рядов Фурье // Вестник Евразийского университета. – 1997. – № 3. – С. 90-144.
3. Темиргалиев Н. О задаче восстановления по неточной информации //Вестник Евразийского национального университета. – 2004. – № 1. – С. 202-209.
4. Темиргалиев Н. Предельная нечувствительность операторов восстановления по неточной информации //Тезисы докладов 10-ой Межвузовской конференции по математике и механике. – Алматы: ЭВЕРО,2004. – Т.29. – С. 252-253.
5. Темиргалиев Н. Математика: Избранное. – Астана: Изд-во ЕНУ, 2009. – 613 с.
6. Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник. Алгебраическая теория чисел и гармонический анализ в задачах восстановления (метод квази-Монте Карло). Теория вложений и приближений. Ряды Фурье // Вестник ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. Спец. выпуск, посвященный научным достижениям математиков ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. – Астан, 2010. – С.1-194.
7. Темиргалиев Н. Непрерывная и дискретная математика в органическом единстве в контексте направлений исследований: электронное издание // Институт теоретической математики и научных вычислений ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. – Астана, 2012. – 259 с.
8. Темиргалиев Н., Абикенова Ш.К., Жубанышева А.Ж., Таугынбаева Г.Е. Задачи дискретизации решений волнового уравнения, численного дифференцирования и восстановления функций в контексте компьютерного (вычислительного) поперечника // Изв.ВУЗов. Математика. – 2013. – №8. – С. 86–93.
9. Темиргалиев Н. , Шерниязов К. Е. , Берикханова М. Е. Точные порядки компьютерных (вычислительных) поперечников в задачах восстановления функций и дискретизации решений уравнения Клейна–Гордона по коэффициентам Фурье // Современные проблемы математики / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН (МИАН). – М.: МИАН, 2013. Вып. 17: Математика и информатика. 2. – С.179–207.
10. Комплекс «Институт теоретической математики и научных вычислений в 2013 году». – Астана: ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, 2014. – 139 с.
11. Баилов Е.А. Приближенное интегрирование и восстановление функций из анизотропных классов и восстановление решений уравнения Пуассона / Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. – Алматы, 1998.
12. Ковалева И.М. Восстановление и интегрирование по областям функций из анизатропных классов Коробова / Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. – Алматы, 2002.

УДК 512.51

ОБ ОЦЕНКЕ НАИЛУЧШЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПОЛИНОМАМИ УОЛША

Жотабаева Аяулым Алимгазыевна
ayauka@list.ru
Магистрант 2 курса специальности «6М060100 - математика» механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н.А. Бокаев

В данной работе рассматривается условие L_p- интегрируемости $(1 < p < \infty)$ с весом суммы ряда Уолша, коэффициенты которого из класса BVS_0 и оценка наилучшего приближения полиномами Уолша функции $f \in L_p[0;1)$, которая представляет сумму ряда Уолша.

Приведем необходимые определения. Говорят что, что последовательность действительных чисел $a:=\{a_n\}$ принадлежит классу BVS_0, если

$$a_n \to 0 \quad \text{и} \quad \sum_{n=k}^{\infty}|a_n - a_{n+1}| < Ca_k$$

Такой класс последовательности в связи с вопросом интегрируемости с весом суммы тригонометрических рядов был рассмотрен Л. Лейндлером в работе [1].

Наилучшим приближением функции $f \in L_p[0;1)$ полиномами по системе Уолша $\{w_n(x)\}$ порядка n называют величину

$$E_n(f)_p = \inf_{\{a_k\}} \left\| f(x) - \sum_{k=0}^{n-1} a_k w_k(x) \right\|_p ,$$

где нижняя грань берется по всем наборам из n действительных чисел $\grave{a}_0,...,\grave{a}_n$.

Через

$$E_n(f)_{p,\alpha} = \inf_{\{a_k\}} \left\| x^{-\frac{\alpha}{p}}(f(x) - \sum_{k=0}^{n-1} a_k w_k(x)) \right\|_p$$

обозначим наилучшее приближение с «весом» функции $f \in L_p[0;1)$ полиномами Уолша порядка n

Рассмотрим ряд по системе Уолша

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n w_n(x), \tag{1}$$

где коэффициенты $\{a_n\} \in BVS_0$. Справедлива

Теорема 1. Пусть $f(\tilde{o})$ - сумма ряда (1), $1 < p < \infty$, $\{a_n\} \in BVS_0$, $q := p/(p-1)$, $\gamma_n := \sum_{k=n}^{\infty}|a_k - a_{k+1}|$, и при $\alpha < 1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha+p-2}\gamma_n^p < \infty. \tag{2}$$

Тогда

$$x^{-\alpha}|f(x)|^p \in L_1[0;1)$$

и имеет место неравенство

$$E_n(f)_{p,\alpha} \le C\left(\gamma_n n^{\frac{\alpha}{p}+\frac{1}{q}} + \left(\sum_{m=n+1}^{\infty}\gamma_m^p m^{\alpha+p-2}\right)^{\frac{1}{p}}\right).$$

В случае $\alpha = 0$ имеем

Следствие 1. Пусть $1<p<\infty$, $f(\tilde{o})$ – сумма ряда (1), $\{a_n\} \in BVS_0$, $\gamma_n := \sum_{k=n}^{\infty}|a_k - a_{k+1}|$,

и

$$\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n^p n^{p-2} < \infty.$$

Тогда

$$f \in L_p[0;1)$$

$$E_n(f)_p \le C\left(\gamma_n n^{\frac{1}{q}} + \left(\sum_{m=n+1}^{\infty}\gamma_m^p m^{p-2}\right)^{\frac{1}{p}}\right).$$

Отметим, что результат, аналогичный следствию 1, для синус-рядов ранее был доказан Л.Лейндлером [1] .

При доказательстве теоремы 1 используется следующая

Лемма А. Если $\{d_k\} \ge 0,\ c > 1$ и $p > 1$, то

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-c}\left(\sum_{k=1}^{n} d_k\right)^p \le K(p,c)\sum_{n=1}^{\infty} n^{-c}(nd_n)^p.$$

Доказательство теоремы 1. Обозначим через $S_n = S_n(x)$ частичную сумму ряда (1), т.е.

$$S_n(\tilde{o}) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k w_k(x).$$

Пусть $0 < x < 1$. Рассмотрим

$$|f(x) - S_n(x)| = \left|\sum_{k=0}^{\infty} a_k w_k(x) - \sum_{k=0}^{n-1} a_k w_k(x)\right| = \left|\sum_{k=n}^{\infty} a_k w_k(x)\right|.$$

Далее, применяя преобразование Абеля, получим

$$\left|\sum_{k=n}^{m} a_k w_k(x)\right| \le \left|\sum_{k=n}^{m-1} \Delta a_k D_{k+1}(x)\right| + |a_m D_{m-1}(x)| + |a_n D_n(x)|,$$

где $D_0 = 0$ и $D_k(x) = \sum_{i=0}^{k-1} w_i(x)$ при $k \ge 1$ – ядро Дирихле по системе Уолша, для которого известно, что $|D_k(x)| < \frac{1}{x},\ 0 < \mathrm{x} < 1,\ \ \mathrm{k} = 1,2,...,$

поэтому

$$\left|\sum_{k=n}^{m} a_k w_k(x)\right| \le \frac{1}{x}\left[\sum_{k=n}^{m-1} |a_k - a_{k+1}| + |a_m| + |a_n|\right].$$

Отсюда, учитывая, что

$$|a_n| = \left|\sum_{i=n}^{\infty}(a_i - a_{i+1})\right| \le \sum_{i=n}^{\infty}|a_i - a_{i+1}| = \gamma_n, \tag{3}$$

Получаем

$$\left|\sum_{k=n}^{\infty} a_k w_k(x)\right| \le C\frac{\gamma_n}{x}. \tag{4}$$

Тогда

$$|f(x) - S_n(x)| \le C_1 m\gamma_n, \quad \mathrm{x} \in \left(\frac{1}{\mathrm{m}+1}, 1\right]. \tag{5}$$

Далее

$$\int_0^1 x^{-\alpha}|f(x) - S_n(x)|^p dx = \int_0^{\frac{1}{n+1}} x^{-\alpha}|f(x) - S_n(x)|^p dx + \int_{\frac{1}{n+1}}^1 x^{-\alpha}|f(x) - S_n(x)|^p dx = Q_1 + Q_2.$$

Рассмотрим каждое слагаемое отдельно.

Для Q_1, используя (4), можно получить оценку

$$Q_1 \le c_1\left(\gamma_n^p n^{\alpha+p-1} + \sum_{m=n+1}^{\infty} m^{\alpha+p-2}\gamma_m^p \right).$$

Для Q_2 можно получить оценку

$$Q_2 \le \tilde{n}_2 j_n^p n^{\alpha+p-1}.$$

Из этих неравенств следует оценка

$$E_n(f)_{p,\alpha} \le C_1\left(\gamma_n n^{\frac{\alpha}{p}+\frac{1}{q}} + \left(\sum_{m=n+1}^{\infty} \gamma_m^p m^{\alpha+p-2} \right)^{\frac{1}{p}} \right).$$

Теорема 1 доказана.

Список использованных источников

1. Leindler L. A note on the best approximation of sine and cosine series // Analysis Mathematica. – 32(2006). – P. 155 – 161.

УДК 517.39

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О БРАХИСТОХРОНЕ ПРИ РЕШЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Жунусов Темирлан Аманкулович

zh.temirlan3@gmail.com

Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, студент РЭТ-108, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Дюсембаева Л.К.

Введем на плоскости систему координат (x,y) так, чтобы ось x была горизонтальна, а ось y – направлена вниз. При этом поместим точку A в начало координат. Пусть уравнение искомой кривой, соединяющей точку A с точкой B, координаты которой равны (a,b), будет задано функцией y=f(x).

Сначала вычислим время, за которое тело M массы m (без трения) спустится из точки A в точку B по желобу f(x). Из механики известен закон Галилея, согласно которому скорость тела в точке с координатами (x, f(x)) не зависит от формы кривой f между точками A и (x, f(x)), а зависит лишь от ординаты f(x).

Действительно, кинетическая энергия тела в точке (x, f(x)) равна $m\upsilon^2/2$ и эта энергия равна разности потенциальных энергий:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = mgf(x);\ \upsilon = \sqrt{2gf(x)}\ , \tag{1}$$

где g = 9,8 м/с^2 – ускорение свободного падения.

Рассмотрим участок пути между точками (x, f(x)) и (x+dx, f(x+dx)), где dx – малое приращение абсциссы. Длина этого участка $ds \approx \sqrt{dx^2 + (f(x+dx) - f(x))^2}$. Поскольку $f(x+dx) - f(x) \approx f'(x)$, получаем $ds = \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$. Скорость движения на малом участке ds можно считать постоянной и равной $\sqrt{2gf(x)}$. В итоге время dt, требующееся для прохождения малого участка, $dt \approx \dfrac{\sqrt{1+(f'(x))^2}}{\sqrt{2gf(x)}}dx$, а все время T движения от A до B суммируется в виде интеграла