



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ФЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҮЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
Еуразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«ФЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX қалықаралық ғылыми конференциясы**

**IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»**

**The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»**

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҮЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2014»
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
IX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS
of the IX International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2014»**

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)

ББК 72

F 96

F 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)

ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2014

3. Sagher Y. Integrability conditions for the Fourier transform // J. Math. Anal. Appl. – 1976. – 54. – С. 151–156.
4. Копежанова А., Нурсултанов Е., Перссон Л.-Е. О неравенствах для преобразований Фурье функций из пространств Лоренца // Мат. заметки. – 2011. – 90(5). – С.785–788.
5. Нурсултанов Е.Д. О коэффициентах кратных рядов Фурье из L_p -пространств // Изв. РАН. Серия Математическая. – 2000. – Т. 64. – С. 95–122.

УДК 517.51

НЕРАВЕНСТВО ТИПА БОЧКАРЕВА

Мусабаева Гулия Кабидулаевна

musabaevaguliya@mail.ru

Докторант ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н.Т. Тлеуханова

Одним из важных задач гармонического анализа является изучение взаимосвязи интегральных свойств функций и свойств суммируемости ее коэффициентов Фурье.

Хорошо известные классические неравенства Харди – Литтлвуда показывают зависимость интегральных свойств функций и свойств суммируемости ее коэффициентов Фурье для тригонометрических систем в пространстве Лебега. Пэли обобщил аналогичные результаты на случай равномерно ограниченной ортонормированной системе [1]. Эти результаты для пространств Лоренца были получены Стейном [2]. Дальнейшие развития этих результатов получили в работах, С.В.Бочкарева [3] и Е.Д. Нурсултанова [4], [5].

Определение. Пусть $1 \leq p < \infty$, $0 < r \leq \infty$. Пространство Лоренца $L_{p,r}[0,1]$ определяется как множество всех измеримых функций определенных на $[0,1]$, для которых

конечны величины:

$$\|f\|_{p,r} = \left(\int_0^1 \left(t^{\frac{1}{p}} f^*(t) \right)^r \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{r}} \quad \text{при } 0 < r < \infty,$$

$$\|f\|_{L_{p,\infty}} = \sup_t t^{\frac{1}{p}} f^*(t) \quad \text{при } r = \infty.$$

Здесь $f^*(t) = \inf \{\sigma : \mu\{x : |f(x)| > \sigma\} \leq t\}$ невозрастающая перестановка функции $f(x)$.

В 1998 году С.В. Бочкаревым [6] было показано, что для пространства Лоренца $L_{2,r}$ форма неравенства отличается от классических неравенств типа Харди – Литтлвуда. То есть теорема Хаусдорфа – Юнга- Рисса не распространяется на пространства $L_{2,r}$ если $r \neq 2$.

Им было доказано следующее утверждение

Теорема. Пусть $\{\varphi_k\}_{k=1}^{\infty}$ – ортонормированная на $[0,1]$ система комплекснозначных функций,

$$\sup_{x \in [0,1]} |\varphi_k(x)| \leq M, \quad k = 1, 2, \dots,$$

и пусть функция $f \in L_{2,r}$, $2 < r \leq \infty$, тогда справедливо следующее неравенство

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{|n|^{\frac{1}{2}} (\log(n+1))^{\frac{1}{2} - \frac{1}{r}}} \sum_{k=1}^n f^*(k) \leq C \|f\|_{L_{2,r}}. \quad (1)$$

где $f^*(k)$ – коэффициенты Фурье по системе $\{\varphi_k\}_{k=1}^{\infty}$.

В данном тезисе мы проводим новое доказательство теоремы Бочкарева, а также получаем неравенство типа Харди и Литтлвуда в случае $1 < r \leq 2$.

А в работе [7] было получено усиление теоремы Бочкарева для тригонометрических

систем.

Лемма. Пусть $1 < q < 2$, $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty$ - ортонормированная система, $\|\varphi_n\| \leq M$, $\forall n = 1, 2, 3, \dots$ $f \sim \sum_{m \in \mathbb{Z}} f(m) \varphi_m x$, тогда для любого конечного подмножества A из \mathbb{Z} имеет место неравенство

$$\frac{1}{|A|^{1/q}} \left| \sum_{m \in A} f(m) \right| \leq \left(1 + \frac{M}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{q}{q-1} \right)^{\frac{1}{q-2}} \|f\|_{L_{q,2}}.$$

Теорема 1. Пусть $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty$ - ортонормированная система, $\|\varphi_n\| \leq M$, $\forall n = 1, 2, 3, \dots$

Тогда для любого $f \in L_{2,r}[0,1]$, $2 < r \leq \infty$ выполнено неравенство

$$\sup_{N \geq 8} \frac{1}{N^{1/2} (\log_2(N+1))^{1/2-1/r}} \sum_{m=1}^N f^*(m) \leq (4 + 2\sqrt{2}M) \|f\|_{L_{2r}}.$$

Теорема 2. Пусть $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty$ - ортонормированная система, $\|\varphi_n\| \leq M$, $\forall n = 1, 2, 3, \dots$

Тогда для любой функции из $L_{2,r}[0,1]$, при $1 < r \leq 2$ имеет место следующее неравенство

$$\|f\|_{L_{2r}} \leq C \sum_{m=1}^N f^*(m) N^{-\frac{1}{2}} (\log_2(N+1))^{\frac{1}{2}-\frac{1}{r}}.$$

Список использованных источников

1. Берг Й., Лефстрем Й. Интерполяционные пространства. – Москва, 1980.
2. Elias Stein, Interpolation of linear operators // Trans. Amer. Math. Soc. – 1956. – V.83. – P. 482-492.
3. Нурсултанов Е.Д. О коэффициентах кратных рядов Фурье // Изв. РАН. Сер.матем. – Т.64, № 1. – 2000. – С.117-121.
4. Жантакбаева А.М., Нурсултанов Е.Д. О суммируемости коэффициентов Фурье функций из пространства Лоренца // Математический журнал. – Т.13, № 1(47). – 2013. – С. 73-89.
5. Нурсултанов Е.Д. Сетевые пространства и неравенства типа Харди–Литтлвуда // Матем. сборник. – 1998. – Т. 189, №3. – С. 83–102.
6. Бочкарев С.В. Теорема Хаусдорфа - Юнга - Рисса в пространствах Лоренца и мультиплективные неравенства // Труды МИРАН. – 1997. – Т. 219. – С.103-114.
7. Тлеуханова Н.Т., Мусабаева Г.К. О коэффициентах рядов Фурье по тригонометрическим системам в пространстве $L_{2,r}$ // Мат. заметки. – 2013. – Т.94, №6. – С. 884-888.

УДК 517.51

О ДИСКРЕТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ГИЛЬБЕРТА

Мухамбетов Марсель Куттыбаевич
mukh_marsel@mail.ru

Магистрант специальности «6М060100 – Математика» механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н.А. Бокаев