



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың  
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты  
IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for  
students and young scholars  
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір  
11 апреля 2014 года  
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2014»  
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
IX Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS  
of the IX International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2014»**

**2014 жыл 11 сәуір**

**Астана**

**УДК 001(063)**  
**ББК 72**  
**Ғ 96**

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001(063)**  
**ББК 72**

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2014

Установка состоит из нижней рамы массой  $m_1$ ; верхней рамы массой  $m_2$ ;  $c_0, c_1, c_2$  – соответственно коэффициенты жесткости опорных пружин, упругих элементов построенной подвески, упругого ограничителя;  $b, b_0, b_1, b_2$  соответственно коэффициенты демпфирования материала, опорных элементов, упругого ограничителя,  $m_0 r$  – статистический момент массы дебаланса центробежного вибровозбудителя;  $\omega$  – угловая частота вынуждающей силы;  $P$  – усилие предварительного натяжения пружины жесткостью  $c_1$ ;  $x_1, x_2$  – перемещение масс  $m_1, m_2$ ;  $S$  – координата поверхности контакта с недеформированными ограничителем.

При работе ударно-вибрационного устройства с центробежным приводом происходит ударно по упругому ограничителю, и в результате возбуждаются асимметричные колебания верхней рамы.

Дифференциальные уравнения движения системы имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x_2) + b_0 \dot{x}_1 + c_0 x_1 = m_0 r \omega^2 \cos \omega t + m_2 g + P; \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_1(x_2 - x_1) + b \dot{x}_2 = -m_2 g - P; \\ \text{при} \\ x_2 - x_1 > \delta. \\ m_1 \ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x_2) + c_2(x_1 - x_2 + \alpha) + b_1 \dot{x}_1 + b_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_0 x_1 = m_0 r \omega^2 \cos \omega t + m_2 g + P; \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_1(x_2 - x_1) + c_2(x_2 - x_1 - S) + b \dot{x}_2 + b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = -m_2 g - P, \\ \text{при} \\ x_2 - x_1 \leq \delta. \end{array} \right.$$

Решение системы дифференциальных уравнений проводилось численным методом интегрирования на компьютере с применением программного комплекса. В результате получены одноударные периодические решения и определены параметры периодического движения системы. Резонансные режимы работы возникают при значительных сниженных вынуждающих силах, при этом необходимые ускорения верхней рамы составляют  $\ddot{x}_{2\max} \approx 10g$ ;  $\ddot{x}_{2\min} \approx 20g$ . В итоге достигаются интенсивные колебания для формирования и переработки материала; снижение металло-энергоёмкости устройства за счет применения резонансного режима работы системы.

#### Список использованных источников

1. Леонтьев П.И., Федоренко И.Я. Вибрационные машины и процессы. Основы теории и расчета. – Барнаул, 1987. – 88 с.
2. Борщевский А.А., Алимжанов М.Д. К динамике двухмассных резонансных машин. Строительные и дорожные машины г. Астана -2006. - №5.

УДК 539.3

#### УСТАНОВИВШЕЕСЯ ТЕРМОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ СТЕРЖНЯ ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ РАЗЛИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

Атантаева Сания Алибековна

Saneka77@mail.ru

Магистрант механико-математического факультета Евразийского национального  
университета им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – А. Кудайкулов

В работе строится аналитическое решение установившегося термоупругого состояния стержня ограниченной длины при воздействии различных источников тепла. При этом применяется закон сохранения энергии в сочетании соответствующих аппроксимационных сплайн функции. В качестве источников тепла задан локальный боковой тепловой поток и теплообмен через площади поперечных сечении концов стержней.

Рассмотрим горизонтальный стержень ограниченной длины  $L[см]$ . При этом площадь поперечного сечения  $F[см^2]$  постоянная по её длине, коэффициент теплопроводности и теплового расширения материала стержня обозначим через  $K_{xx}[\frac{Вт}{см \cdot ^\circ C}]$  и  $\alpha [\frac{1}{^\circ C}]$  соответственно. Модуль упругости материала стержня обозначим через  $E[\frac{кг}{см^2}]$ . Здесь ось  $OX$  направим слева на право. Она совпадает с осью стержня. Предположим, что на замкнутом участке  $(a \leq x \leq b)$  боковой поверхностью стержня задан тепловой поток постоянной интенсивности  $q = -(C_1 x^2 + C_2 x + C_3)$ , где  $C_1, C_2, C_3$  менее заданные постоянные, когда тепловой поток подводится к поверхности, она берется со знаком минус. В то время через площади поперечного сечения левого конца происходит теплообмен с окружающей её средой. При этом коэффициент теплообмена  $h_1 [\frac{Вт}{см^2 \cdot ^\circ C}]$ , а температура окружающей среды  $T_{oc1}[^\circ C]$ . Аналогичный теплообмен происходит и через площади поперечного сечения правого конца стержня. Но при этом здесь коэффициент теплообмена  $h_2$ , а температура окружающей среды  $T_{oc2}$  расчетная схема исследуемой задачи приводится на рисунке 1.

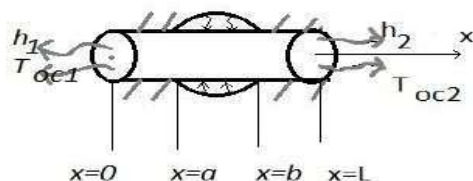


Рисунок 1 – Расчетная схема рассматриваемой задачи

Боковая поверхность участков и стержня  $(0 \leq x \leq a)$ ,  $(b \leq x \leq l)$  принимается теплоизолированной.

В этой задаче требуется определить поле распределения температуры, перемещения, составляющих деформации и напряжения. Так же надо вычислить величину удлинения стержня и возникающей сжимающей силы.

Для этого, исходя из физической постановки задачи, исследуемый стержень дискретизируем с тремя элементами. Первым дискретным элементом является участок  $(0 \leq x \leq a)$  стержня. Длину этого элемента обозначим через  $l_1[см]$ , вторым дискретным элементом является участок  $(a \leq x \leq b)$  стержня. Её длину обозначим через  $l_2$ , последним дискретным элементом является участок  $(b \leq x \leq l)$  стержня. Её длину обозначим через  $l_3$ . В каждом участке поле распределения температуры аппроксимируем полным полиномом второго порядка. Тогда с помощью соответствующих сплайн-функций можно построить поле распределения температуры по длине каждого участка следующим образом [1]:

$$T_{(x)}^I = \varphi_1(x)T_1 + \varphi_2(x)T_2 + \varphi_3(x)T_3 = \frac{l_1^2 - 3l_1x + 2x^2}{l_1^2}T_1 + \frac{4l_1x - 4x^2}{l_1^2}T_2 + \frac{2x^2 - l_1x}{l_1^2}T_3 \quad (1)$$

$$T_{(x)}^{II} = \frac{l_2^2 - 3l_2x + 2x^2}{l_2^2}T_3 + \frac{4l_2x - 4x^2}{l_2^2}T_4 + \frac{2x^2 - l_2x}{l_2^2}T_5 \quad (2)$$

$$T_{(x)}^{III} = \frac{l_3^2 - 3l_3x + 2x^2}{l_3^2}T_5 + \frac{4l_3x - 4x^2}{l_3^2}T_6 + \frac{2x^2 - l_3x}{l_3^2}T_7 \quad (3)$$

где  $T_1 = T(x = 0)$ ;  $T_2 = T(x = \frac{l_1}{2})$ ;  $T_3 = T(x = l_1)$ ;  $T_4 = T(x = l_1 + \frac{l_2}{2})$ ;  $T_5 = T(x = l_1 + l_2)$ ;  $T_6 = T(x = l_1 + l_2 + \frac{l_3}{2})$ ;  $T_7 = T(x = l_1 + l_2 + l_3 = L)$ .

Но значения  $T_i$  ( $i = 1, 2 \dots 7$ ) пока неизвестны. Здесь также следует отметить, что в пределах длины первого дискретного элемента ( $0 \leq x \leq l_1$ ) а в пределах длины второго дискретного элемента ( $0 \leq x \leq l_2$ ). Наконец, в пределах длины третьего дискретного элемента ( $0 \leq x \leq l_3$ ). Таким образом, в пределах длины каждого дискретного элемента переменная  $x$  берется как локальная. Теперь в соответствии с [2] для первого дискретного элемента пишем функционал полной тепловой энергии

$$I_1 = \int_{S(x=0)} \frac{h_1}{2} (T^I - T_{oc})^2 + \int_{V_1} \frac{K_{xx}}{2} \left( \frac{\partial T^{(I)}}{\partial x} \right)^2 dV = \frac{Fh_1}{2} (T_1 - T_{oc}) + \frac{FK_{xx}}{6l} (7T_1^2 - 16T_1T_2 + 2T_1T_3 - 16T_2T_3 + 16T_2^2 + 7T_3^2) \quad (4)$$

Для второго дискретного элемента выражение функционала полной тепловой энергии имеет следующий вид

$$I_2 = \int_{V_2} \frac{K_{xx}}{2} \left( \frac{\partial T^{(II)}}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{S_{\text{поп}}(a \in x \in b)} q(x)T(x)^{II} ds = \frac{FK_{xx}}{6l_2} (7T_3^2 - 16T_3T_4 + 2T_3T_5 - 16T_4T_5 + 16T_4^2 + 7T_5^2) - 2\pi r \left( -\frac{c_1l_2^3}{60} T_3 + \frac{c_1l_2^3}{5} T_4 + \frac{3c_1l_2^3}{20} T_5 + \frac{c_2l_2^2}{3} T_4 + \frac{c_2l_2^2}{6} T_5 + \frac{c_3l_2}{6} T_3 + \frac{2c_3l_2}{3} T_4 + \frac{c_3l_2}{6} T_5 \right). \quad (5)$$

Наконец, напишем функционал полной тепловой энергии третьего участка стержня

$$I_3 = \int_{V_3} \frac{K_{xx}}{2} \left( \frac{\partial T^{(III)}}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{S(x=L)} \frac{h_2}{2} (T^{III} - T_{oc2})^2 ds = \frac{FK_{xx}}{6l_3} (7T_5^2 - 16T_5T_6 + 2T_5T_7 - 16T_6T_7 + 16T_6^2 + 7T_7^2) + \frac{Fh_2}{2} (T_7 - T_{oc2})^2. \quad (6)$$

Тогда выражение функционала полной тепловой энергии для исследуемого стержня в целом будет иметь следующий вид:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{Fh_1}{2} (T_1 - T_{oc}) + \frac{FK_{xx}}{6l} (7T_1^2 - 16T_1T_2 + 2T_1T_3 - 16T_2T_3 + 16T_2^2 + 7T_3^2) + \frac{FK_{xx}}{6l_2} (7T_3^2 - 16T_3T_4 + 2T_3T_5 - 16T_4T_5 + 16T_4^2 + 7T_5^2) - 2\pi r \left( -\frac{c_1l_2^3}{60} T_3 + \frac{c_1l_2^3}{5} T_4 + \frac{3c_1l_2^3}{20} T_5 + \frac{c_2l_2^2}{3} T_4 + \frac{c_2l_2^2}{6} T_5 + \frac{c_3l_2}{6} T_3 + \frac{2c_3l_2}{3} T_4 + \frac{c_3l_2}{6} T_5 \right) + \frac{FK_{xx}}{6l_3} (7T_5^2 - 16T_5T_6 + 2T_5T_7 - 16T_6T_7 + 16T_6^2 + 7T_7^2) + \frac{Fh_2}{2} (T_7 - T_{oc2})^2$$

Теперь, минимизируя  $I$  по  $T_i$  ( $i = 1, 2 \dots 7$ ), получим разрешающую систему линейных алгебраических уравнений с учетом естественных граничных условий

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{\partial I}{\partial T_1} = 0, & \Rightarrow Fh_1T_1 - Fh_1T_{oc1} + \frac{FK_{xx}}{3l_1} (7T_1 - 8T_2 + T_3) = 0 \\ 2) \quad \frac{\partial I}{\partial T_2} = 0, & \Rightarrow \frac{FK_{xx}}{3l_1} (-8T_1 - 8T_3 + 16T_2) = 0 \\ 3) \quad \frac{\partial I}{\partial T_3} = 0, & \Rightarrow \frac{FK_{xx}}{3l_1} (T_1 - 8T_2 + 7T_3) + \frac{FK_{xx}}{3l_2} (7T_3 - 8T_4 + T_5) - 2\pi r \left( -\frac{c_1l_2^3}{60} + \frac{c_3l_2}{6} \right) = 0 \\ 4) \quad \frac{\partial I}{\partial T_4} = 0, & \Rightarrow \frac{FK_{xx}}{3l_2} (-8T_3 - 8T_5 + 16T_4) - 2\pi r \left( -\frac{c_1l_2^3}{5} + \frac{c_2l_2^2}{3} + \frac{2c_3l_2}{3} \right) = 0 \\ 5) \quad \frac{\partial I}{\partial T_5} = 0, & \Rightarrow \frac{FK_{xx}}{3l_2} (T_3 - 8T_4 + 7T_5) + \frac{FK_{xx}}{3l_3} (7T_5 - 8T_6 + T_7) - 2\pi r \left( -\frac{3c_1l_2^3}{20} + \frac{c_2l_2^2}{6} + \frac{c_3l_2}{6} \right) = 0 \\ 6) \quad \frac{\partial I}{\partial T_6} = 0, & \Rightarrow \frac{FK_{xx}}{3l_3} (-8T_5 - 8T_7 + 16T_6) = 0 \end{aligned}$$

$$7) \quad \frac{\partial I}{\partial T_7} = 0, \Rightarrow \frac{FK_{xx}}{3l_3} (T_5 - 8T_6 + 7T_7) + Fh_2T_7 - Fh_2T_{oc2} = 0$$

или после небольшого упрощения из последнего имеем

$$\begin{aligned} \left(7 + \frac{3l_1h_1}{K_{xx}}\right)T_1 - 8T_2 + T_3 &= \frac{3l_1h_1T_{oc1}}{K_{xx}} \\ T_1 - 2T_2 + T_3 &= 0 \\ \frac{1}{3l_1}T_1 - \frac{8}{3l_1}T_2 + \left(\frac{7}{3l_1} + \frac{7}{3l_2}\right)T_3 - \frac{8}{3l_1}T_4 + \frac{1}{3l_2}T_5 &= \frac{2\pi r}{FK_{xx}}\left(-\frac{c_1l_2^3}{60} + \frac{c_3l_2}{6}\right) \\ T_3 - 2T_4 + T_5 &= -\frac{6\pi rl_2}{8FK_{xx}}\left(\frac{c_1l_2^3}{5} + \frac{2c_3l_2}{3}\right) \\ \frac{1}{3l_2}T_3 - \frac{8}{3l_2}T_4 + \left(\frac{7}{3l_2} + \frac{7}{3l_3}\right)T_5 - \frac{8}{3l_3}T_6 + \frac{1}{3l_3}T_7 &= \frac{2\pi r}{FK_{xx}}\left(\frac{3c_1l_2^3}{20} + \frac{c_2l_2^2}{6} + \frac{c_3l_2}{6}\right) \\ T_5 - 2T_6 + T_7 &= 0 \\ T_5 - 8T_6 + \left(7 + \frac{3h_2l_2}{K_{xx}}\right)T_7 &= \frac{3h_2l_3T_{oc2}}{K_{xx}} \end{aligned} \quad (9)$$

Для численной реализации исследуемой задачи примем за исходные данные следующие

$$\begin{aligned} r &= 1 \text{ см}, F = \pi r^2, L = 30 \text{ см}, l_1 = l_2 = l_3 = 10 \text{ см}, T_{oc1} = T_{oc2} = 40^\circ\text{C}, h_1 = h_2 = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \\ K_{xx} &= 100 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}}; C_1 = -20; C_2 = 200; C_3 = 0. \end{aligned}$$

При этих исходных данных система (9) приводится к следующему виду:

$$\begin{aligned} 10T_1 - 8T_2 + T_3 &= 120 \\ T_1 - 2T_2 + T_3 &= 0 \\ T_1 - 8T_2 + 14T_3 - 8T_4 + T_5 &= 200 \\ T_3 - 2T_4 + T_5 &= -200 \\ T_3 - 8T_4 + 14T_5 - 8T_6 + T_7 &= 200 \\ T_5 - 2T_6 + T_7 &= 0 \\ T_5 - 8T_6 + 10T_7 &= 120 \end{aligned}$$

Если левый конец стержня зашлемен, оправы свободна величина удлинения стержня за счет поле распределения температуры вычисляется следующим образом

$$\Delta l_T = \int_0^L T(x)dx = \frac{1}{6} [l_1(T_1 + 4T_2 + T_3) + l_2(T_3 + 4T_4 + T_5) + l_3(T_5 + 4T_6 + T_7)]. \quad (10)$$

Если оба конца стержня зашлемены, то величина возникающего сжимающего усилия определяются следующим образом

$$\frac{RL}{EF} + \Delta l_T = 0 \Rightarrow R = -\frac{\Delta l_T EF}{L}. \quad (11)$$

Тогда величина возникающей термоупругой составляющей напряжения определяются в соответствии с законом Гука.

$$\sigma = \frac{R}{F} = -\frac{\Delta l_T E}{L}. \quad (12)$$

Также в соответствии с законом Гука определяется величина термоупругой составляющей деформации

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{\Delta l_T}{L}. \quad (13)$$

На основании общих законов термоупругости определяются поле распределения температурной составляющей деформации

$$\varepsilon_T(x) = -\alpha T(x) = -\alpha [T(x)^I + T(x)^{II} + T(x)^{III}]. \quad (14)$$

Тогда на основании обобщенного закона Гука определяется поле распределения температурной составляющей напряжения

$$\sigma_T(x) = E \cdot \varepsilon_T(x) = -\alpha E [T(x)^I + T(x)^{II} + T(x)^{III}]. \quad (15)$$

Теперь можно определить упругих составляющих деформации и напряжения

$$\varepsilon_x(x) = -\varepsilon - \varepsilon_T(x). \quad (16)$$

$$\sigma_x(x) = E \cdot \varepsilon_x = E[\varepsilon - \varepsilon_T(x)]. \quad (17)$$

Поле распределения перемещения распределяется из обобщенного соотношения Коши

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_x \Rightarrow U(x) = \int \varepsilon_x(x) dx. \quad (18)$$

#### Список использованных источников

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 568 с.
2. Биргер И.А. Прочность. Устойчивость. Колебания: Т.1,3 – М.: Машиностроение, 1968.
3. Ноздрев В. Курс термодинамики. – М.: Мир, 1997. – 247 с.

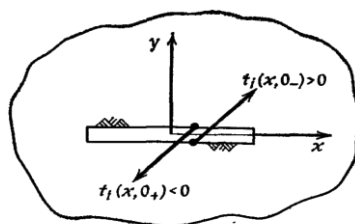
ӘӨЖ 539.3

### ІШКІ ҚЫСЫМ АРҚЫЛЫ ПАЙДА БОЛҒАН ЖАРЫҚШАНЫҢ ЕСЕБІН ШЕТТІК ЭЛЕМЕНТТЕРДІҢ ҮЗІЛІСТІ ЫҒЫСУ ӘДІСІМЕН ШЕШУ

Атшыбай Ғ., Аманжол А.

Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, магистранттары  
Ммех-25, Қарағанды, Қазақстан  
Ғылыми жетекшісі – Ә.М.Бабалиев

Бұл мақалада әдістің сипаттамасы ретінде қарапайым мысалды қарастырайық: ішкі қысым әсер ететін жарықшасы бар шексіз дененің есебін қарастырайық. Бұл есеп келесі шарттар бойынша анықталады:



Сурет 1 – Жарықшаның беттеріне түсірілген (қойылған) кернеулер

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} &= 0, & -\infty < x < \infty, & y = 0, \\ \sigma_{yy} &= -p, & |x| < b, & y = 0, \\ u_y &= 0, & |x| \geq b, & y = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

және де шексіздікте барлық ығысулар мен кернеулер нөлге тең. Салыстырмалы нормаль кернеулерді жарықшаның бойына тарату үшін (яғни, жиынтық ашылу үшін) бұл есептің аналитикалық шешімі келесі формуламен анықталады [1]