



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2014»
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
IX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS
of the IX International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2014»**

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014».
– Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр.
(қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық
университеті, 2014

4. Беленький М. А., Иванов А. Ф. Электроосаждение металлических покрытий, справочник // М.: Металлургия, 1985. - С.288.
5. Аверьянов Е. Е. Справочник по анодированию // Москва: Машиностроение, 1988. – С.224.
6. Su Z., Zhou W. Formation mechanism of porous anodic aluminium and titanium oxides // Adv. Mat. - 2008. – Vol.20. - P.3663-3667.
7. Гусев А.И. Физическая химия нестехиометрических тугоплавких соединений. - М.: Наука, 1991. - С.286.
8. Зайнулин Ю.Г., Алямовский С.И., Гусев А.И., Швейкин Г.П. Влияние высоких давлений и температур на дефектные фазы внедрения // - Екатеринбург: РИСО УрО РАН, 1992. - С.114.
9. Г.Т. Айткенова, Д.А. Афанасьев, Н.Х. Ибраев, Е. Хуанбай. Получение и исследование структурных свойств пленок анодированного титана // Вестник Карагандинского университета. Серия физика. 2014. - №1(73). – 4-10.

УДК 517.958

(2+1)-ӨЛШЕМДІ ШРЕДИНГЕР-МАКСВЕЛЛ-БЛОХ ТЕҢДЕУІ ҮШІН ДАРБУ ТҮРЛЕНДІРУІ

Рахметұллаева Айман Мыңболқызы, Мамырбекова Ғалия Қабдразаққызы

Aiman_933@mail.ru

Еуразия ұлттық университетінің Физика-техникалық факультетінің “Жалпы және теориялық физика” кафедрасы, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекші - Г.Н. Шайхова

Кіріспе

Заманауи ғылымдағы нақты жүйенің бейсызықты сипаты фундаментальды болып қарастырылатындығы белгілі. Әдетте, бейсызықты құбылыстар қарапайым немесе дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер арқылы құрылады. Осы бейсызықты дифференциалдық теңдеулердің көпшілігі интегралданады. Бұл интегралданатын бейсызықты дифференциалдық теңдеулердің нақты шешімі болатындығын білдіреді. Олар соңғы жылдары математикалық және физикалық қызығушылықтарға ие. [1-12] жұмыстарда интегралданатын бейсызықты дифференциалдық теңдеулер жан-жақты зерттелген. Осындай интегралданатын бейсызықты теңдеулердің ішінде Шредингер – Максвелл – Блох теңдеуінің (ШМБТ) маңызы зор.

Бұл жұмыста (2+1)-өлшемді ШМБТ үшін Дарбу түрлендіруін (ДТ) жасалды.

(2+1)-өлшемді Шредингер-Максвелл-Блохтың теңдеуі

Интегралданатын ШМБТ-нің түрі мынадай:

$$iq_t + q_{xy} - \nu q - 2ip = 0, \quad (1)$$

$$ir_t - r_{xy} + \nu r - 2ik, \quad (2)$$

$$\nu_x + 2(rq)_q = 0, \quad (3)$$

$$p_x - 2i\omega p - 2\eta q = 0, \quad (4)$$

$$k_x + 2i\omega p - 2\eta r = 0, \quad (5)$$

$$\eta_x + rp + kq = 0. \quad (6)$$

Мұндағы $q, r=q^*, \nu, p, k=p^*, \eta$ комплексті функциялар, ω -тұрақты шама және $*$ белгісі комплексті түйіндісті білдіреді. ШМБТ-не сәйкес Лакс жұбының түрі

$$\psi_x = A\psi_t, \quad (7)$$

$$\psi_t = 2\lambda\psi_y + B\psi, \quad (8)$$

мұндағы A және B , сәйкесінше:

$$A = -i\lambda\sigma_3 + A_0, \quad (9)$$

$$B = B_0 + \frac{i}{\lambda + \omega} B_{-1}. \quad (10)$$

$$\text{Мұнда } A_0 = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -r & 0 \end{pmatrix}, \quad B_0 = -0.5i\omega\sigma_3 + i \begin{pmatrix} 0 & q_y \\ r_y & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{-1} = \begin{pmatrix} \eta & -\rho \\ -\kappa & -\eta \end{pmatrix}.$$

Дарбу түрлендіруі

ДТ интегралданатын солитондық шешімдерді табудың тиімді тәсілі болып табылады. Енді Лакс жұбының ерекшелігін пайдалана отырып, (2+1)-өлшемді ШМБТ үшін ДТ құрайық.

(7)-(8) теңдеулердің шешімдерінің түрленуін қарастырамыз

$$\psi' = T\psi = (\lambda I - M)\psi, \quad (11)$$

яғни

$$\psi'_x = A'\psi', \quad (12)$$

$$\psi'_t = 2\lambda\psi'_y + B'\psi', \quad (13)$$

мұндағы шамалары q', v^1, p', η^1 және λ -дан тәуелді және

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

A' және B' шамаларының q', v^1, p', η^1 және λ -ға тәуелділігі A және B шамаларының q, v, p, η және λ -ға тәуелділігі сияқты болады. (15)-(16) теңдеулері үшін T келесі жүйені қанағатандыру қажет

$$T_x + TA = A'T, \quad (15)$$

$$T_t + TB = 2\lambda T_y + B'T. \quad (16)$$

(15)-(16) теңдеулерін ескеретін болсақ, q, v, p, η және q', v^1, p', η^1 арасындағы байланыс (2+1)-өлшемді ШМБТ үшін ДТ болып табылатын өрнекке редукциялануы мүмкін. (15) теңдеуінің екі жағы үшін λ^i ($i=0,1,2$) кезінде коэффициенттерді салыстыра отырып, алатынымыз

$$\lambda^0 : M_x = A_0 M - M A_0, \quad (17)$$

$$\lambda^1 : iM\sigma_3 - i\sigma_3 M = A'_0 - A_0, \quad (18)$$

$$\lambda^2 : iI\sigma_3 = i\sigma_3 I. \quad (19)$$

(17)-(19) теңдеулерінен шығатыны

$$q^{[1]} = q - 2im_{12}, \quad (20)$$

$$\delta q^{*[1]} = \delta q^* - 2im_{21}. \quad (21)$$

Бұдан $m_{21} = -m_{12}^*, \delta = \pm 1$. (16) теңдеуінің екі жағы үшін λ^i ($i=0,1,2$) коэффициенттерін салыстыра отырып, аламыз

$$\lambda^0 : -M_t = iB'_0 - B'_0 M - iB_{-1} + MB_0, \quad (22)$$

$$\lambda^1 : 2M_y = B'_0 - B_0, \quad (23)$$

$$(\lambda + \omega)^{-1} : 0 = i\omega B'_{-1} - iB'_{-1} M + i\omega B_{-1} + iMB_{-1}. \quad (24)$$

Осы жүйенің соңғы теңдеуінен шығады

$$B_{-1}' = (M + \omega I)B_{-1}(M + \omega I)^{-1}. \quad (25)$$

Бұдан $m_{22} = m_{11}^*$, яғни M матрицаның түрі

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ -m_{12}^* & m_{11}^* \end{pmatrix}, \quad M^{-1} = \frac{1}{|m_{11}|^2 + |m_{12}|^2} \begin{pmatrix} m_{11}^* & -m_{12} \\ m_{12}^* & m_{11} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

$$M + \omega I = \begin{pmatrix} m_{11} + \omega & m_{12} \\ -m_{12}^* & m_{11}^* \end{pmatrix}, \quad (M + \omega I)^{-1} = \begin{pmatrix} m_{11}^* + \omega & -m_{12} \\ m_{12}^* & \omega + m_{11} \end{pmatrix} / \square, \quad (27)$$

мұндағы

$$\square = \det(M + \omega I) = \omega^2 + \omega(m_{11} + m_{11}^*) + |m_{11}|^2 + |m_{12}|^2. \quad (28)$$

(25) теңдеуден

$$\eta^1 = (| \omega + m_{11} |^2 - | m_{12} |^2 - \rho m_{12}^* (\omega + m_{11}) - \rho^* m_{12} (\omega + m_{11}^*)) / \square, \quad (29)$$

$$\rho^1 = (p(\omega + m_{11})^2 - \rho^* m_{12}^2 + 2\eta m_{12}(\omega + m_{11})) / \square, \quad (30)$$

$$\rho^{*1} = (p^*(\omega + m_{11}^*)^2 - \rho m_{12}^{*2} + 2\eta m_{12}^*(\omega + m_{11}^*)) / \square. \quad (31)$$

Енді M матрицамыз төмендегідей анықталады деп ұйғарайық

$$M = H\Lambda H^{-1}, \quad (32)$$

$$H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_2; t, x, y) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_2(\lambda_2; t, x, y) \end{pmatrix}, \quad (33)$$

мұндағы

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad (34)$$

және $\det H \neq 0$, бұл жердегі λ_1 және λ_2 комплексті тұрақтылар. Енді (7)-(8) теңдеулерінен алатынымыз

$$H_x = i\sigma_3 H\Lambda + A_0 H, \quad (35)$$

$$H_t = 2H_y \Lambda + B_0 H + B_{-1} H \Sigma, \quad (36)$$

мұндағы

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{i}{\lambda_1 + \omega} & 0 \\ 0 & \frac{i}{\lambda_2 + \omega} \end{pmatrix}, \quad (37)$$

жоғарыда айтылып өткендей шектеулерін қанағаттандыру үшін S және B_{-1}' $\delta=1$, осыдан

$$\psi^+ = \psi^{-1}, A_0^+ = -A_0,$$

$$(38) \lambda_2 = \lambda_1^* H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x, y) & -\psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1^*(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix},$$

(39)

$$H^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \psi_1^*(\lambda_1; t, x, y) & \psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ -\psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix}. \quad (40)$$

M матрицасы үшін

$$M = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_1 |\psi_1|^2 + \lambda_2 |\psi_2|^2 & (\lambda_1 - \lambda_2) \psi_1 \psi_2^* \\ (\lambda_1 - \lambda_2) \psi_1^* \psi_2 & \lambda_1 |\psi_2|^2 + \lambda_2 |\psi_1|^2 \end{pmatrix}. \quad (41)$$

Бұдан

$$\Delta = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2. \quad (42)$$

Мұнда $m_{22} = m_{11}^*$, $m_{12} = -m_{12}^*$ және $\lambda_2 = \lambda_1^*$ болатындығын ескереміз. Демек, (2+1)-өлшемді ШМБТ үшін Дарбу түрлендірі былай болады:

$$q^{[1]} = q - 2im_{12} = q - \frac{2i(\lambda_1 - \lambda_2)\psi_1\psi_2^*}{\Delta}, \quad (43)$$

$$v^{[1]} = v + 4im_{11y} = v - 4i\left(\frac{\lambda_1|\psi_1|^2 + \lambda_2|\psi_2|^2}{\Delta}\right), \quad (44)$$

$$\eta^{[1]} = (|\omega + m_{11}|^2 - |m_{12}|^2)\eta - \rho m_{12}^*(\omega + m_{11}) - \rho^* m_{12}(\omega + m_{11}^*) / \square, \quad (45)$$

$$p^{[1]} = \rho(\omega + m_{11})^2 - p^* m_{12}^* + 2\eta m_{12} + (\omega + m_{11}) / \square, \quad (46)$$

$$\rho^{*[1]} = \rho(\omega + m_{11}^*)^2 - \rho m_{12}^{*2} + 2\eta m_{12}^*(\omega + m_{11}^*) / \square. \quad (47)$$

Қорытынды

Бұл жұмыста (2+1)-өлшемді ШМБТ үшін Дарбу түрлендіруі құрастырылды. Осы түрлендіруді қолдана отырып, (2+1)-өлшемді ШМБТ-нің n-солитондық шешімдерін құрастыра аламыз. Сонымен қатар, болашақта (2+1)-өлшемді ШМБТ-нің кейбір маңызды жалпыламаларын зерттейтін боламыз.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. [Maimistov](#) A.I., [Manykin](#) E.A. Propagation of ultrashort optical pulses in resonant nonlinear light guides // Journal of Experimental and Theoretical physics. – 1985. – Vol. 58, № 4. – P. 685-687.
2. [Porsezian](#) K., Nakkeeran K. Optical Soliton Propagation in a Coupled System of the Nonlinear Schrödinger Equation and the Maxwell-Bloch Equations // Journal of Modern Optics. – Vol. 42, № 9. – DOI: 10.1080/09500349514551691.
3. G. Shaikhova, K. Yesmakhanova, G. Mamyrbekova and R. Myrzakulov. Darboux transformation and solutions of the (2+1)-dimensional schrodinger-maxwell-bloch equation // arXiv: 1402.4669 [gr-qc].
4. Zh. Kh. Zhunussova, K. R. Yesmakhanova, D. I. Tungushbaeva, G. K. Mamyrbekova, G. N. Nugmanova, R. Myrzakulov. Integrable Heisenberg Ferromagnet Equations with self – consistent potentials [arXiv : 1301.1649].
5. Chuanzhong Li, Jingsong He. Darboux transformation and positons of the inhomogeneous Hirota and the Maxwell-Bloch equation [arXiv: 1210.2501].
6. R. Myrzakulov, S. Vijayalakshmi, G. Nugmanova, M. Lakshmanan Physics Letters A, 233, 14-6, 391-396 (1977).
7. R. Myrzakulov, G. K. Mamyrbekova, G. N. Nugmanova, M. Lakshmanan. Integrable(2+1) – dimensional spin models with self – consistent potentials [arXiv:1305.0098].
8. Myrzakulov R., Martina L., Kozhamkulov T. A., MyrzakulKur. Integrable Heisenberg ferromagnets and soliton geometry of curves and surfaces. In book: “Nonlinear Physics: Theory and Experiment. II”. World Scientific, London, P.248-253 (2003).
9. Myrzakulov R. Integrability of the Causs – Codazzi – Mainardi equation in 2+1 dimensions. In “Mathematical Problems of Nonlinear Dynamics”, Proc.of the Int. Conf. “Progress in Nonlinear sciences”, Nizhny Novgorod. Russia, July 2-6, 2001, V.1,P.314-319(2001).
10. Chen Chi, Zhou Zi – Xiang. Darboux Transformation and Exact Solutions of the Myrzakulov – I Equations. Chin. Phys. Lett., 26, N8, 080504 (2009).
11. Zhao – Wen Yan, Min – Ru Chen, Ke Wu, Wei – Zhong Zhao. J. Phys. Soc. Jpn., 81, 094006 (2012).
12. Yan Zhao –Wen, Chen Min – Ru, Wu Ke, Zhao Wei –Zhong. Commun.Theor. Phys., 58, 463-468 (2012).