



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2014»
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
IX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS
of the IX International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2014»**

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014».
– Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр.
(қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық
университеті, 2014

других виртуальных лабораторных стендов и использование полученных результатов в научно-исследовательской работе на кафедре «Инженерной кибернетики» АУЭС.

Список использованных источников

1. Деменков Н.П. SCADA-системы как инструмент проектирования АСУ ТП. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 326 с.
2. Каргиев В.М. Методы построения гибридных автономных и резервных систем электроснабжения [Электронный источник]: статья / В.М. Каргиев // Режим доступа: http://www.solarhome.ru/autonom/system_coupling.htm; свободный.
3. Низовой А.Н., Бойчук В.С. Разработка SCADA-системы управления энергосетью предприятия // Электротехнические комплексы и системы управления. – 2006. – № 1.
4. Стояк В.В. Разработка теоретических основ проектирования моноблочных тригенерационных установок и автономных систем энергоснабжения на их основе, в целях создания условий для серийного производства и широкого применения, как путь к многократному снижению расхода ископаемого топлива за счет вовлечения возобновляемых источников энергии. А.: АУЭС, 2012. – 336с.
5. Тревис Д. Lab VIEW для всех: Пер. с англ. Клушин Н.А. – М.: ДМК Пресс; Прибор Комплект, 2005. – 544с.

УДК 681.6.02

ПОТЕНЦИАЛЫ ЖОҒАРЫТЫЛҒАН РОБАСТЫ ОРНЫҚТЫ ЖҮЙЕНІҢ ҚҰРЫЛУЫ

¹Мукатаев Н.С. ²Дайырбекова М.Д., ³Мусабаева Ш.С.

¹sgpi@mail.ru, ²madiko-1991@mail.ru,

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ

¹«Автоматтандыру және басқару» 6D070200 мамандығының 2 курс докторанты

²«Автоматтандыру және басқару» 5B070200 мамандығының 4 курс студенті

³«Жүйелік талдау және басқару» кафедрасының оқытушысы

Ғылыми жетекші – т.ғ.д., профессор Бейсенбі М.А.

Қазіргі таңда робастық мәселесі басқару теориясының ең маңызды мәселелерінің бірі болып табылады. Мақалада m кірісті және n шығысты объектілер үшін бір параметрлі құрылымды-орнықты бейнелердің сыныбындағы потенциалы жоғарытылған робасты орнықты басқару жүйесін құралуы қарастырылады. Сызықтық және сызықтық емес тендеулермен сипатталатын шынайы физикалық нысандар үшін реттеушілерді құруда бірқатар қиындықтар кездеседі. Олар зерттелетін нысандар табиғатының күрделілігімен, оларға бақыланбайтын сыртқы факторлардың әсерімен, априорлық ақпараттың толық болмауымен [1,2,3] және басқару нысандарының параметрлері мен жүйенің анықталмағандығымен [4-8] байланысты. Параметрлік анықталмағандықты түсіндіруге болатын бірқатар себептер бар. Басқару жүйесінің дайындалу кезеңінде оның жұмысының кейбір дәлсіздігін жібереді, мысалы, оның құраушыларын дайындаудың соңғы дәлдігіне байланысты. Басқару жүйесінің параметрлері уақыт бойынша тозу құбылыстарынан, температуралық жағдайлардан және т.б. әсерлерден өзгере алады. Нәтижесінде, біркелкі күрделі үрдістер кезінде жүйенің динамикалық сипаттамалары тек жуық мәнде белгілі болуы мүмкін. Сонымен қатар, ұшырамайтын және алдын-ала өтелмейтін басқару нысандарының параметрлерінің бақыланбайтын өзгерістері (қозулары) орын алады. Бұл басқару жүйелерінің жалпы теориясының дамуын және өзін-өзі бейімдеу мен өзін-өзі ұйымдастыру қабілетіне ие жүйелерді құру әдістерін талап етеді.

m кірісті және n шығысты объектілер үшін бір параметрлі құрылымды - орнықты бейнелердің классындағы потенциалы жоғарытылған робасты орнықты басқару жүйесінің құру есебін қарастырайық.

Басқару жүйесі келесі теңдеумен берілсін:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(t_0) \quad (1)$$

Мұнда $x(t), x(t) \in R^n$ - объектінің күй векторы, А мен В – сәйкесінше белгісіз параметрлі объектілердің матрицасы және мынадай түрдің басқарулары:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

Басқару заңы бір параметрлі құрылымды - орнықты бейнелердің үлгісінде сипатталады:

$$u_i(t) = -x_i^3(t) + k_i x_i(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

жүйе ашық түрде былай жазылады:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -b_{11}x_1^3 + (a_{11}+b_{11}k_1)x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 - b_{22}x_2^3 + (a_{22}+b_{22}k_2)x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \\ \quad \quad \quad \dots \quad \quad \quad \dots \quad \quad \quad \dots \quad \quad \quad \dots \quad \quad \quad \dots \quad \quad \quad \dots \\ \dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2} + a_{n3} + \dots - b_{nn}x_n^3 + (a_{nn}+b_{nn}k_n)x_n \end{array} \right. \quad (3)$$

жүйесінің статционарлық күйі мына тендеу шешімімен анықталады:

$$\left\{ \begin{array}{l} -b_{11}x_1^3 + (a_{11} + b_{11}k_1)x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 - (a_{22} + b_{22}k_2)x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = 0 \\ \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots - b_{nn}x_n^3 + (a_{nn} + b_{nn}k_n)x_n = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

(3) жүйеден (4) жүйенің стационарлы күйін аламыз:

$$x_{1S}^1 = 0, x_{2S}^1 = 0, x_{3S}^1 = 0, x_{nS}^1 = 0 \quad (5)$$

(3) жүйе шешімі:

$$x_{is}^2 = \sqrt{\frac{a_{ii}}{b_{ii}}} + k_i, x_{js} = 0, j \neq i, j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$x_{is}^3 = \sqrt{\frac{a_{ii}}{b_{ii}}} + k_i, x_{js} = 0, j \neq i, j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, n \quad (7)$$

(5), (6) және (7)-ші стационарлы күйлер орнықтылығын Ляпуновтың екінші әдісі идеясын пайдалана отырып зерттейік. Зерттеу аспабы ретінде Ляпуновтың функциясы сияқты арнайы функциялар қолданылады және А.М. Ляпуновтың екі теоремаларына негізделген [16]. Ляпунов теоремаларының келесідей геометриялық түсіндірмесі бар. Уақыт бойынша толық туындысы ($dv/dt < 0$) нөлден кіші болатын оң анықталған $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ функциясы бар деп есептейік. Қандай да бір стационарлы күй аймағының кез-келген нүктесінен бастапқы уақыт мезетінен шығатын күй тендеуінің интегралды қисығын қарастырайық.

Егер, dv/dt функциясы теріс анықталған ($dv/dt < 0$) болса, онда стационарлы күйдің жеткілікті кіші аймағынан шығатын әрбір интеграл қисығы сырттан ішке қарай $V(x_1, x_2, \dots, x_n) = C$, $C = \text{const}$ бегінен үзіліссіз қиылысатын болады, өйткені $V(x_1, x_2, \dots, x_n) = C$ функциясы үзіліссіз кему керек. Бірақ бұл жағдайда интеграл қисықтар стационарлы нүктелерге шексіз жақындауы керек, яғни ұйтқымасыз козғалыс асимптотикалық орнықты.

Ляпунов функциясы $V_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i=1, 2, \dots, n$ бар деп есептейік, $-\frac{\partial V_i(x)}{\partial x_j}, i=1, n, j=1, \dots, n$

антиградиенті (3) жүйесінің жылдамдық векторымен беріледі, яғни Ляпунов функциясынан градиент векторлары жылдамдық векторына қатысты қарама-қарсы жағына бағытталған болып табылады:

$$\frac{d\mathbf{X}_i}{dt} = -\left(\frac{\partial V_i(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_1} + \frac{\partial V_i(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_2} + \dots + \frac{\partial V_i(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_n}\right) \quad (8)$$

$$V_1(x_1, x_2, \dots, x_n), V_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, V_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

вектор-функциясының компоненттері үшін градиент вектор компоненттерін белгілейік:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_1} &= b_{11}x_1^3 - (a_{11} + b_{11}k_1)x_1, \quad \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_2} = -a_{12}x_2, \quad \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_3} = -a_{13}x_3, \dots, \frac{\partial V_1(x)}{\partial x_n} = -a_{1n}x_n \\ \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_1} &= -a_{21}x_1, \quad \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_2} = b_{22}x_2^4 - (a_{22} + b_{22}k_2)x_2, \quad \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_3} = -a_{23}x_3, \dots, \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_n} = -a_{2n}x_n \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{\partial V_n(x)}{\partial x_1} &= -a_{n1}x_1, \quad \frac{\partial V_n(x)}{\partial x_2} = -a_{n2}x_2, \quad \frac{\partial V_n(x)}{\partial x_3} = -a_{n3}x_3, \dots, \frac{\partial V_n(x)}{\partial x_n} = b_{nn}x_n^3 - (a_{nn} + b_{nn}k_n)x_n \end{aligned}$$

Ляпунов вектор-функциясынан $V(x)$ уақыт бойынша толық туынды (3) күй теңдеуін есепке ала отырып жылдамдықтың векторына Ляпуновтың функциясынан градиенттің скалярлық көбейтуімен анықталады, яғни

$$\frac{dV(x)}{dt} = -\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_j} \right) \frac{dx_i}{dt} = -\sum_{i=1}^n [a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots - b_{ii}x_i^3 + (a_{ii} + b_{ii}k_i)x_i + \dots + a_{i,n-1}x_{n-1} + a_{in}]^2 \quad (9)$$

Бұдан шығатыны, Ляпуновтың функцияларынан уақыт бойынша толық туынды әрдайым теріс функция болады, яғни стационарлы күй үшін жеткілікті орнықтылық шарты орындалады. Вектор градиент компоненттері бойынша Ляпунов функциясын құрайық, әрбіреуі тек қана бір фазалық айнымалыға тәуелді болатын берілген күй теңдеуі жүйесі күшінде уақыт бойынша туындылары сияқты функциялар қосындысын құратын функциялар арасынан ізделінеді.

Ляпунов вектор-функция компоненттерін мынандай түрде аламыз:

$$V_i(x) = -\frac{1}{2}a_{i1}x_1^2 - \frac{1}{2}a_{i2}x_2^2 - \frac{1}{2}a_{i3}x_3^2 - \dots - \frac{1}{2}a_{i,i-1}x_{i-1}^2 + \frac{1}{4}b_{ii}x_i^4 - \frac{1}{2}(a_{ii} + b_{ii}k_i)x_i^2 - \frac{1}{2}a_{i,i+1}x_{i+1}^2 - \dots - \frac{1}{2}a_{in}x_n^2 \quad (10)$$

Потенциалды функцияны мына түрде бере аламыз:

$$V(x) = \sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{2}a_{i1}x_1^2 - \frac{1}{2}a_{i2}x_2^2 - a_{i3}x_3^2 - \dots + \frac{1}{4}b_{ii}x_i^4 - \frac{1}{2}(a_{ii} + b_{ii}k_i)x_i^2 - \dots - \frac{1}{2}a_{in}x_n^2 \right) \quad (11)$$

Жүйеден $V(x)$ оң анықталған функция шарты анық, немесе теорема колдансақ болады. Қарастырылмақ (3) жүйесі тепе-теңдік жағдайында орналассын (орнықты немесе орнықты емес), яғни орныққан жағдайда потенциалды функция градиенті (Ляпунов функциясы) $\nabla V = 0$, онда бұл орныққан жүйе жағдайында әділ, $\det V_{ij} \neq 0$ болғанда және тегіс айнымалыны алмастыруына кепілдік бере алатын Ляпунов функциясы (11) жергілікті

квадраттық түрде ұсынылуы мүмкін $V(x) = \sum_{i=1}^n \mu_i y_i^2$. Бұдан шығатыны (5), (6) және (7) тепе-

теңдік күйі үшін орнықтылық матрицасын есептеу қажет. (11) Ляпунов функциясын квадраттық коэффициенттері формасы түрінде көрсету үшін $\mu_i (i = 1, 2, \dots, n)$, Ляпуновтың оң анықталған функциясы орнықтылық матрицасының меншікті мәндерінің $(\mu_i > 0, i = 1, 2, \dots, n)$ белгісімен анықталатын болады.

$$V_{ij}(x_s) = \left\| \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right\|_{x_s}$$

Бұдан (1), (3) және (4) тепе-теңдік нүктелерінде орнықтылық матрицасын анықтау қажеттілігі шығады. Ол үшін Ляпунов вектор – функциясынан градиент компоненттерін анықтаймыз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x)_i}{\partial x_j} &= 0, i \neq j, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial V(x)_i}{\partial x_j} &= -a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - a_{i3}x_3 - \dots + b_{ii}x_i^3 - (a_{ii} + b_{ii}k_i)x_i - a_{i,i+1}x_{i+1} - \dots - a_{in}x_n, i = j, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

(14) стационарлы жағдайы үшін орнықтылық матрицасын (Гессе) мына түрде аламыз:

$$V_{ij} = \left\| \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right\|_{x=0} = \begin{vmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mu_n \end{vmatrix} \quad (12)$$

Ляпунов функциясын (5) сационарлы жағдайы аймағында квадратты форма түрінде ұсынуға болады. Оң анықталған квадраттық форма шарты, яғни орнықтылық матрицасы (12) келесі теңсіздіктерімен анықталады.

$$\begin{cases} a_{11} + b_{11}k_1 + a_{21} + a_{31} + \dots + a_{n1} < 0 \\ a_{12} + a_{22} + b_{22}k_2 + a_{32} + \dots + a_{n2} < 0 \\ a_{13} + a_{23} + a_{33} + b_{33}k_3 \dots + a_{n3} < 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} + a_{2n} + a_{3n} + \dots + a_{nn} + b_{nn}k_n < 0 \end{cases} \quad (13)$$

(5) орныққан күй орнықтылық облысы келесі теңсіздік жүйесімен анықталады. (6) және (7) Ляпуновтың функцияларының әдісінің негізінде күйлерді стационарлы орнықтылыққа зерттейміз. (3) күй теңдеуін (6) және (7) стационарлы күйге қатысты ауытқуларда көрсетеміз. Ол үшін (6) және (7) стационарлы күйлер туралы ауытқулардағы (3) теңдеуін ұсынуға мүмкіндік беретін теңдеуінің кейбір формализмін келтіреміз. Жүйенің күйлері мейлі $x_1, x_2, \dots, x_n$ айнымалы компоненттері бар x вектор бағанан түрлеріндегі жиынымен анықталсын. Бұл белгілеуді қолдана отырып x -ке қатысты жүйе күйінің өзгеруін жалпы түрде сиппаттай аламыз:

$$\frac{dx}{dt} = F(x)$$

Берілген теңдеуді Тейлор қатарына салу керек, яғни (6) немесе (7) стационарлы күйлерге жақын оқ жағы. Біздің жағдайда F, X бойынша полином түрінде болады, бұл әрқашан мүмкін. Бұл қортынды мүше сандарына алып келеді. Формальды анықталған жіктелуді былай көрсетуге болады:

$$F(X_s + x) = F(X_s) + \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_{X_s} x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial X \partial X} \right)_{X_s} xx + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 F}{\partial X \partial X \partial X} \right)_{X_s} xxx + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial^4 F}{\partial X \partial X \partial X \partial X} \right)_{X_s} xxxx + \dots \quad (14)$$

(3) стационарлы күйіне қатысты (6) күй теңдеуі ауытқуын былай жазылады.

$$\begin{cases} x_1 = -b_{11}x_1^3 - 3b_{11}\sqrt{\frac{a_{11}+b_{11}k_1}{b_{11}}}x_1^2 - 2(a_{11}+b_{11}k_1)x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \\ x_2 = a_{21}x_1 - b_{22}x_2^3 - 3b_{22}\sqrt{\frac{a_{22}+b_{22}k_2}{b_{22}}}x_2^2 - 2(a_{22}+b_{22}k_2)x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \\ \dots \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots - b_{nn}x_n^3 - 3b_{nn}\sqrt{\frac{a_{nn}+b_{nn}k_n}{b_{nn}}}x_n^2 - 2(a_{nn}+b_{nn}k_n)x_n \end{cases} \quad (15)$$

(6) стационарлы күйге қатысты ауытқулар күй теңдеуін ескере отырып $V(x)$ Ляпунов вектор – функциясынан уақыт бойынша толық туындысы былай анықталады:

$$\frac{dV(x)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = - \sum_{i=1}^n \left(a_{ii}x_i + a_{i2}x_2 + \dots + b_{ii}x_i^3 - 3b_{ii}\sqrt{\frac{a_{ii}+b_{ii}k_i}{b_{ii}}}x_i^2 - 2(a_{ii}+b_{ii}k_i)x_i + a_{i,i+1} + \dots + a_{i,n-1}x_{n-1} + a_{i,n}x_n \right)^2 \quad (16)$$

(16) функция әрқашан теріс белгілі функция болады. Ляпунов вектор-функциясы градиент компоненттерін белгілейік:

$$\frac{\partial V_i(x)}{\partial x_1} = -a_{i1}x_i, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_2} = -a_{i2}x_2, \dots, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_i} = b_{ii}x_i^3 + 3b_{ii}\sqrt{\frac{a_{ii}+b_{ii}k_i}{b_{ii}}}x_i^2 + 2(a_{ii}+b_{ii}k_i)x_i, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_{i+1}} = -a_{i,i+1}x_{i+1}, \dots, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_n} = -a_{i,n}x_n$$

Бұдан потенциалды функцияны мына түрде аламыз:

$$\begin{aligned}
V(x) &= \sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{2} a_{i1} x_1^2 - \frac{1}{2} a_{i2} x_2^2, \dots, + \frac{1}{4} b_{ii} x_i^4 + b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}} \cdot x_i^3 + (a_{ii} + b_{ii} k_i) x_i^2 - \frac{1}{2} a_{i,i+1} x_{i+1}^2, \dots, - \frac{1}{2} a_{in} x_n^2 \right) = \\
&= \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{4} b_{ii} x_i^4 + b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}} x_i^3 - \frac{1}{2} [a_{i1} x_1^2 + a_{i2} x_2^2 + \dots, - (a_{ii} + b_{ii} k_i) x_i^2 + a_{i,i+1} x_{i+1}^2 + \dots, + a_{in} x_n^2] \right] = \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{1}{4} b_{ii} x_i^4 + b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}} x_i^3 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (-a_{1i} - a_{2i} - \dots + (a_{ii} + b_{ii} k_i) - a_{i+1,i} - \dots, -a_{ni}) x_i^2
\end{aligned} \tag{17}$$

Теорема негізінде (6) стационарлы функция айналасындағы (17) потенциалды функциясын квадраттық форма түрінде көрсетіге болады.

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (-a_{1i} - a_{2i} - a_{3i} - \dots + (a_{ii} + b_{ii} k_i) - a_{i+1,i} - \dots, -a_{i+1,i} - \dots, a_{ni}) x_i^2$$

Бұдан Ляпунов функциясының оң анықталғандығы келесі тенсіздіктерімен көрсетіледі.

$$-a_{1i} - a_{2i} - a_{3i} - \dots, a_{i-1,i} + a_{ii} + b_{ii} k_i - a_{i+1,i} - \dots, -a_{n-1,i} - a_{ni} > 0, i = 1, \dots, n \tag{18}$$

(4) стационарлы күйдің орнықтылығын зерттейік. (4) стационарлы күйге қатысты күй теңдеуін анықтаймыз. Ол үшін вектор-градиент компоненттерін есептейміз.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial F_i}{\partial x_1} \right)_{x_s} &= a_{i1}, \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_2} \right)_{x_s} = a_{i2}, \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_3} \right)_{x_s} = a_{i3}, \dots, \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_i} \right)_{x_s} = -2(a_{ii} + b_{ii} k_i), \dots, \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_n} \right)_{x_s} = a_{in} \\
\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{x_s} &= 0, i \neq j; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n. \quad \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial x_i^2} \right)_{x_s} = 6b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}}, i = j; i = 1, \dots, n. \\
\left(\frac{\partial^3 F_i}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k} \right)_{x_s} &= 0, i \neq j; i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, n \quad \left(\frac{\partial^3 F_i}{\partial x_i^3} \right)_{x_s} = -6b_{ii}, i = 1, \dots, n.
\end{aligned}$$

(8) стационарлы күйіне қатысты ауытқуларыдағы (3) күй теңдеуі:

$$\dot{x}_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + a_{i3} + \dots, b_{ii} x_i^3 + 3b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}} x_i^2 - 2(a_{ii} + b_{ii} k_i) x_i + a_{i,i+1} x_{i+1} + \dots, + a_{in} x_n, i = 1, \dots, n \tag{19}$$

(19) күй теңдеуі бойынша $V(x)$ Ляпунов вектор-функциясынан толық туынды алынады.

$$\frac{dV(x)}{dt} = - \sum_{i=1}^n \left[a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} + \dots, + a_{i,i-1} x_{i-1} - b_{ii} x_i^3 + 3b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}} x_i^2 - 2(a_{ii} + b_{ii} k_i) x_i + a_{i,i+1} x_{i+1} + \dots + a_{i,n+1} + a_{in} x_n \right]^2$$

Бұл функция әрқашан теріс болады. (19) күй теңдеуі бойынша $\Delta V_i(x)$ компоненттерін табамыз.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V_i(x)}{\partial x_1} &= -a_{i1} x_1, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_2} = -a_{i2} x_2, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_3} = -a_{i3} x_3, \dots, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_{i-1}} = -a_{i-1} x_{i-1}, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_i} = b_{ii} x_i^3 - 3b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}} x_i^2 + \\
&+ 2(a_{ii} + b_{ii} k_i) x_i, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_{i+1}} = -a_{i,i+1} x_{i+1}, \dots, \frac{\partial V_{n-1}(x)}{\partial x_{n-1}} = -a_{i,n-1} x_{n-1}, \frac{\partial V_i(x)}{\partial x_n} = -a_{in} x_n, i = 1, \dots, n
\end{aligned}$$

Бұдан потенциалды функция келесі түрде болады.

$$V(x) = \sum_{i=1}^n \left[-\frac{1}{2} a_{i1} x_1^2 - \frac{1}{2} a_{i2} x_2^2 - \frac{1}{2} a_{i3} x_3^2, \dots, -\frac{1}{2} a_{i,i-1} x_{i-1}^2 + \frac{1}{4} b_{ii} x_i^4 - b_{ii} \sqrt{\frac{a_{ii} + b_{ii} k_i}{b_{ii}}} x_i^3 + (a_{ii} + b_{ii} k_i) x_i^2 - \frac{1}{2} a_{i,i+1} x_{i+1}^2, \dots, -\frac{1}{2} a_{i,n-1} x_{n-1}^2 - \frac{1}{2} a_{in} x_n^2 \right]$$

Бұдан потенциалды функцияны теорема бойынша орнықтылық матрицасы көмегімен квадраттық түрге келтіреміз. Орнықтылық шарты теңсіздіктер жүйесімен сипатталады:

$$-(a_{1i} + a_{2i} + a_{3i} + \dots + a_{i-1,i} - 2(a_{ii} + b_{ii} k_i) + a_{i+1,i} + \dots + a_{n-1,i} + a_{ni}) > 0, i = 1, 2, \dots, n \tag{20}$$

Құрылған екі параметрлік құрылым орнықты бейнелердің сыныбындағы басқару жүйесі басқару объектінің шектелмеген кең шектерінде белгісіз параметрлерінің өзгерісі орнықты $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ болады. (5) стационарлы күйі бар болады және (15) облысындағы объекттің белгісіз параметрлерінің өзгерістерінде, ал (6) және (7) стационарлы күйлер (5) күйінің орнықтылықтың жоғалтуында пайда болады және олар бір уақытта бар болмайды.

(6) және (7) стационарлы күй (15) теңсіздіктердің жүйесі орындалған жағдайда орнықты болып табылады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. – М.: Наука, 1976. – 424 с.
2. Андреев Ю.Н. Алгебраические методы пространства состояний в теории управления линейными объектами (обзор зарубежной литературы) // Автоматика и телемеханика. – 1977. - №3, С.5-30.
3. Александров А.Г. Синтез регуляторов многомерных систем. – М.: Машиностроение, 1985. – 272 с.
4. Бесекерский В.А., Небылов А.В. Робастные системы автоматического управления. – М.: Наука, 1983. – 239 с.
5. Tesi A., Vicino A. Robustness analysis for uncertain dynamical systems with structured perturbations // Proc. of 27-th IEEE Conf. on Decision and Control. Austin, 1988.
6. Емельянов С.В., Уткин В.Н., Таран В.А. и др. Теория систем с переменной структурой. – М.: Наука, 1970. – 592 с.
7. Кунцевич В.М. Адаптация и робастность в системах управления // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1993, №2. – С.91-102.
8. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза // Б.Н. Петров, Н.Н. Соколов, А.В. Липатов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 236 с.

УДК 681.43

НАДЕЖНОСТЬ РОБАСТНЫХ УСТРОЙСТВ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Мусабаева Шугла Сагидоллаевна

maksat_edok@mail.ru

Преподаватель, ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Теория автоматического регулирования как живая бурно развивающаяся теория, имеющая прямое влияние на развитие производительных сил общества, приблизилась к решению многих сложных задач, решение которых еще до недавнего времени было немыслимым. С развитием средств связи и коммуникаций появилась возможность построения так называемых сетевых систем управления, в которых средой передачи информации от датчиков к регулятору и от него – к исполнительному механизму объекта управления является телекоммуникационная сеть, ресурсы которой одновременно используются многими участниками сети. В результате известной неопределенности, вносимой телекоммуникационной сетью в систему автоматического управления объектом ухудшается качество регулирования, изменяется запас устойчивости, что может привести даже к потере устойчивости системы. Важнейшей задачей анализа динамических систем управления является решение вопроса об их устойчивости. Техническое понятие устойчивости систем автоматического управления отражает свойство технической системы не только стабильно работать в нормальных режимах, но и «не уходить вразнос» при отклонении всевозможных параметров системы от номинала и влиянии на систему дестабилизирующих воздействий, т. е. способности системе возвращаться к равновесному состоянию, из которого она выводится возмущающими или управляющими воздействиями. Устойчивость системы - техническое требование в ряду более сложных требований, связанных с показателями качества и точности САУ.

Актуальность

При моделировании систем управления учет неопределенности всегда являлся одной из основных задач. Одна из первых моделей неопределенности (нелинейная) была