ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2014»
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
IX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS
of the IX International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

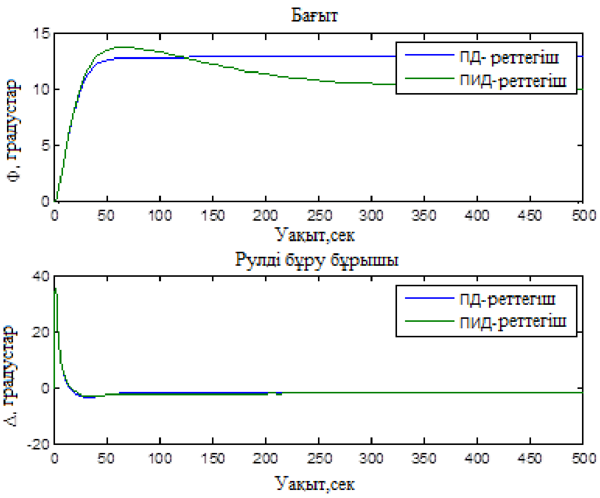
The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2014



6 сурет. ПД және ПИД-реттегіш жүйелерінің өтпелі процестері

Қорыта келгенде, ПИД-реттегішті ПД-реттегіш орнына қолданғанда кеме берілген бағытқа шығады, басқару сигналы эквивалентті 2 градусқа рулдің бұрылуымен бағыт бойынша берілген 10 градусқа шықты. Бұл деректер моделдеудің нәтижелерімен сәйкес келеді.Осындай зерттеулер жасау бағыт бойынша кеменің басқарылуын жеңілдетіп, берілген бағытқа шығуына қажет.

Қолданылған әдебиеттер

1. Нетушил А.В. и др. Теория автоматического управления. М., 1983.
2. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. М., 1986.
3. Абдуллаев Н.Д., Петров Ю.П. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов. Л., 1985.
4. Зайцев Г.Ф. Основы автоматического управления и регулирования. Киев, 1988.
5. Ланчуковскнй В. И., Козьминых А. В. Автоматизированные системы управления судовых дизельных и газотурбинных установок. Учебник.-М.: Транспорт, 1983.-320 с.

УДК 681.511.3

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ А.М. ЛЯПУНОВА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РОБАСТНО-УСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Ниязова Акмарал Шамшидинкызы
limprevisible @mail.ru
студентка 4 курса факультета информационных технологий ЕНУ
им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Ж.М. Жалмухамедова

В реальных объектах управления неизбежно присутствует неопределенность, а проектируемая система управления должна быть работоспособна при наличии неопределенности. Системы управления, обеспечивающие устойчивость в условиях большой но ограниченной определенности, называются робастными, для исследования их устойчивости используется подход, основанный на концепции построения систем управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости в классе структурно-устойчивых отображений из теории катастроф [3]. Основная идея при этом состоит в том, что правые части уравнений движения системы доводятся до структурно- устойчивых отображений [2] путем синтеза законов управления в форме нелинейной функции, способной сохранять топологическую структуру фазового пространства системы при изменении неопределенных параметров объекта управления.

Рассмотрим задачу построения систем управления с повышеннным потенциалом рабоастной устойчивости в классе двух параметрических структурно-устойчивых отображений для объектов с ***m*** входами и ***n*** выходными.

Пусть система управления задается в следующем виде

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \qquad x(t_0) = x_0 \tag{1}$$

Здесь $x(t) \in R^n$ - вектор состояния объекта управления, A, B – соответственно матрицы объекта с неопределенными параметрами и управления,

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{Vmatrix}, \qquad B = \begin{Vmatrix} b_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{nn} \end{Vmatrix}$$

Закон управления описывается функцией в форме двух параметрических структурно-устойчивых отображений

$$U_i(t) = -x_i^4(t) + k_i^1 x_i^2(t) + k_i\, x_i^0(t), \qquad i = 1,2,\dots n \tag{2}$$

стационарные состояния

$$x_{1s}^1 = 0, \;\; x_{2s}^1 = 0, \;\; x_{3s}^1 = 0, \;\; \dots x_{ns}^1 = 0, \tag{3}$$

Другие стационарные состояний будут определяться решениями уравнений

$$\begin{gathered} -b_{ii}x_{is}^3 + b_{ii}k_i^1 x_{is} - (a_{ii} + b_{ii}k_i) = 0, \\ x_{js} = 0, i \neq j \qquad i = 1,2,\dots n; \; j = 1,2,\dots n \end{gathered} \tag{4}$$

Для нахождения решения уравнения (4) воспользуемся «принципом лома». Как известно из теорий катастроф [1,2], решение уравнения (4) соответствует критическим точкам катастрофы сборки, заданной формулой

$$f(x_{is}, b_{ii,} k_i^1, a_{ii}, k_i) = -b_{ii}x_{is}^4 + b_{ii}k_{is}^1 x_{is}^2 + (a_{ii} + b_{ii}k_i)x_{is} = 0 \qquad i = 1,2,\dots n \tag{5}$$

Критические, дважды вырожденные критические и трижды вырожденные критические точки катастрофы сборки (5) определяются приравниванием соответственно первой, второй и третьей производных (5) нулю.

Условие (5) выполняется в критических точках

$$-4b_{ii}x_{is}^3 + 2b_{ii}k_i^1 x_{is} + a_{ii} + b_{ii}k_i = 0, \qquad i = 1,2,\dots n \tag{6}$$

и

$$-12b_{ii}x_{is}^2 + 2b_{ii}k_i^1 = 0 \qquad i = 1,2,\dots n \tag{7}$$

в дважды вырожденных критических точках, а условия (6), (7) и

$$12b_{ii}x_{is} = 0, \qquad i = 1,2,\dots n \tag{8}$$

в трижды вырожденных критических точках.

Точки пространства управляющих параметров, которые параметризуют функцию с дважды вырожденными критическими точками, определяются из уравнений (6), (7)

$$(7) \Rightarrow k_i^1 = 6x_{is}^2 \overset{(8)}{\Rightarrow} \frac{a_{ii}}{b_{ii}} + k_i = -8x_{is}^3, \qquad i = 1,2,\dots n \tag{9}$$

Если положение дважды вырожденной критической точки обозначить через x_{is}, то формула (9) дает значения управляющих параметров $k_i^{'}$ и

$$\frac{a_{ii}}{b_{ii}} + k_i \,, \tag{10}$$

которые описывают функцию с дважды вырожденной критической точкой x_{is}.

Уравнение (9) определяет параметрическое представление связи между k_i^1 и $\frac{a_{ii}}{b_{ii}} + k_i$.

Как известно из элементарной алгебры уравнения (4) может иметь до трех реальных решений с учетом (10) уравнение (4) имеет решения:

$$x_{is}^2 = 2\sqrt[3]{\frac{a_{ii} + b_{ii}k_i}{2b_{ii}}} \qquad x_{js} = 0, \quad i \neq j, \quad j = 1,2,...n \qquad i = 1,2,...n \tag{11}$$

$$x_{is}^{3,4} = -\sqrt[3]{\frac{a_{ii} + b_{ii}k_i}{2b_{ii}}} \qquad x_{js} = 0, \quad i \neq j, \quad j = 1,2,...n \qquad i = 1,2,...n \tag{12}$$

Исследуя устойчивость стационарных состояний (3), (11) и (12) и используя идеи второго метода А.М. Ляпунова. В этом методе в качестве инструмента исследования используются специальные функции, называемые функциями Ляпунова. Метод основывается на двух теоремах А.М. Ляпунова [3,4].

Теоремы Ляпунова имеют следующее геометрическое истолкование. Допустим, что существует положительно-определенная функция $V(x_1, x_2, ..., x_n)$, для которой $(dV/dt < 0)$ полная производная по времени меньше нуля. Рассмотрим какую-нибудь интегральную кривую уравнений состояния, выходящую в начальный момент времени из любой точки окрестности стационарного состояния.

Если dV/dt есть функция отрицательно –определенная $(dV/dt < 0)$, то каждая интегральная кривая , выходящая из достаточно малой окрестности стационарного состояния, будет непрерывно пересекать каждую из поверхностей $V(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)) = C$, $C = const$ снаружи вовнутрь, так как функция $V(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)) = C$ должна непрерывно убывать. Но в таком случае, интегральные кривые должны неограниченно приближаться к стационарным точкам, т.е. невозмущенное движение устойчиво асимптотически.

По компонентам вектора градиента построим компоненты вектор-функций Ляпунова

$$V_i(x) = -\frac{1}{2}a_{i1}x_1^2 - \frac{1}{2}a_{i2}x_2^2 - \frac{1}{2}a_{i3}x_3^2 - ... - \frac{1}{2}a_{i,i-1}x_{i-1}^2 + \frac{1}{5}b_{ii}x_i^5 - \frac{1}{3}b_{ii}k_i^1x_i^3 - \frac{1}{2}(a_{ii} + b_{ii}k_i)x_i^2 -$$
$$-\frac{1}{2}a_{i,i+1}x_{i+1}^2 - ... - \frac{1}{2}a_{in}x_n^2,$$

Функцию Ляпунова можно представить в виде

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n}(-\frac{1}{2}a_{i1}x_1^2 - \frac{1}{2}a_{i2}x_2^2 - \frac{1}{2}a_{i3}x_3^2 - ... - \frac{1}{2}a_{i,i-1}x_{i-1}^2 + \frac{1}{5}b_{ii}x_i^5 - \frac{1}{3}b_{ii}k_i^1x_i^3 -$$
$$-\frac{1}{2}(a_{ii} + b_{ii}k_i)x_i^2 - \frac{1}{2}a_{i,i+1}x_{i+1}^2 - ... - \frac{1}{2}a_{in}x_n^2), \tag{13}$$

Условия положительной или отрицательной определенности функции ***V(x)*** из (13) не очевидно, поэтому воспользуемся леммой Морса из теории катастроф [1,2]. Рассматриваемая система (3) пусть находится в состоянии равновесия (устойчивого или неустойчивого) т.е. в установившемся состоянии, где градиент от потенциальной функции (функции Ляпунова) $\nabla V = 0$, то в этих установившихся состояниях системы справедлива лемма Морса [1,2] при $\det V_{ij} \neq 0$ и гарантирует существование гладкой замены переменных, такой, что функция

Ляпунова (13) локально может быть представлена квадратичной формой $V(x) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i y_i^2$. Отсюда следует, что необходимо вычислить матрицу устойчивости для состояния равновесия (3), (11) и (12).

Для представления функции Ляпунова (13) в виде квадратичной формы с коэффициентами $\mu_i \ (i = 1, 2, ..., n)$, где положительная определенность функции Ляпунова будет определяться знаками $\lambda_i \ (\lambda_i > 0, i = 1, 2, ..., n)$ собственного значения матрицы устойчивости

$$V_{ij}(x_s) = \left\| \left. \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{x_s} \right\|$$

Отсюда следует, что необходимо определить матрицу устойчивости в точках равновесия (3), (11) и (12). Для этого определим компоненты градиента от вектор -функции Ляпунова и матрицу устойчивости для стационарного состояния (3) в виде квадратичной формы. Условия положительной определенности квадратичной формы (20) определяются неравенствами

$$\begin{cases} (a_{11} + b_{11}k_1 + a_{21} + a_{31} + ... + a_{n1}) < 0 \\ (a_{12} + a_{22} + b_{22}k_2 + a_{32} + ... + a_{n2}) < 0 \\ (a_{13} + a_{23} + a_{33} + b_{33}k_3 + ... + a_{n3}) < 0 \\ ..... \quad .... \quad .... \quad ..... \quad ..... \\ (a_{1n} + a_{2n} + a_{3n} + ... + a_{nn} + b_{nn}k_n) < 0 \end{cases} \tag{14}$$

Таким образом, область устойчивости установившегося состояния (3) определяется системой неравенств (14). Система управления, построенная в классе двухпараметрических структурно устойчивых отображений, будет устойчивой в неограниченно широких пределах изменения неопределённых параметров объекта управления $a_i \ (i = 1, 2, ..., n)$. Стационарное состояние (3) существует, и устойчиво при изменении неопределённых параметров объекта в области (14), а стационарные состояния (11) и (12) появляются при потере устойчивости состояния (7) и они одновременно не существуют.

В докладе показывается, что система (3) за счет введения в контур закона управления в форме двухпараметрических структурно устойчивых отображений становится устойчивой в неограниченно широких пределах изменения неопределенных параметров системы.

Список использованных источников

1. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. -М.: Мир, 1975.-768 с.
2. Бейсенби М.А., Ержанов Б.А. Системы управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости. – Астана , 2002.-164 с.
3. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Т.1, М.: Мир, 1986. -349 с.
4. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление – М.: Наука, 2002, - 303