



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ФЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҮЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ  
Еуразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«ФЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты  
IX халықаралық ғылыми конференциясы**

**IX Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»**

**The IX International Scientific Conference for  
students and young scholars  
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»**

2014 жыл 11 сәуір  
11 апреля 2014 года  
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ**  
**Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҮЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2014»  
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
IX Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS  
of the IX International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2014»**

**2014 жыл 11 сәуір**

**Астана**

**УДК 001(063)**

**ББК 72**

**F 96**

**F 96**

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001(063)**

**ББК 72**

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2014

# МЕТОД ФУНКЦИИ А.М.ЛЯПУНОВА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ОДНИМ ВХОДОМ И ОДНИМ ВЫХОДОМ

Сулейменова Саламат Темирбековна

s.t.suleimenova@gmail.com

Магистрант ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – М.А.Бейсенби

Проблеме исследования робастной устойчивости систем управления посвящено большое число работ. В этих работах [1, 2] в основном исследуется робастная устойчивость полиномов и матриц в рамках линейного принципа устойчивости непрерывных и дискретных систем управления.

Универсальным методом исследования устойчивости динамических систем является метод функции А.М.Ляпунова[3, 4]. Рассмотрим систему управления с одним входом и одним выходом, описываемую уравнением состояния:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1)$$

где  $x(t) \in R^n$  – вектор состояния объекта управления;  $u(t) \in R^1$  – скалярная функция управляющих воздействий;  $A \in R^{n \times n}$  – матрица объекта управления с неопределенными параметрами размерности  $n \times n$ ,  $B \in R^{n \times 1}$  – матрица управления размерности  $m \times 1$ . Матрицы  $A$  и  $b$  имеют следующий вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_n \end{pmatrix}$$

Закон управления  $u(t)$  задан в форме суммы трехпараметрических структурно – устойчивых отображений (катастрофа эллиптическая омбилика):

$$\begin{aligned} u(t) = & -x_2^3 + 3x_2x_1^2 - k_{12}(x_1^2 + x_2^2) + k_2x_2 + k_1x_1 - x_4^3 + 3x_4x_3^2 - k_{34}(x_4^2 + x_3^2) + \\ & + k_4x_4 + k_3x_3 - \dots - x_n^3 + 3x_nx_{n-1}^2 - k_{n-1,n}(x_n^2 + x_{n-1}^2) + k_nx_n + k_{n-1}x_{n-1} \end{aligned} \quad (2)$$

Система (1) в развернутом виде записывается

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots = \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = b_n [3x_2x_1^2 - x_2^3 - k_{12}(x_1^2 + x_2^2) + (k_1 - a_n)x_1 + (k_2 - a_{n-1})x_2 + 3x_4x_3^2 - \\ - x_4^3 - k_{34}(x_3^2 + x_4^2) + (k_3 - a_{n-2})x_3 + (k_4 - a_{n-3})x_4 + \dots + 3x_nx_{n-1}^2 - \\ - x_n^3 - k_{n-1,n}(x_n^2 + x_{n-1}^2) + (k_{n-1} - a_2)x_{n-1} + (k_n - a_1)x_n] \end{array} \right. \quad (3)$$

Стационарные состояния системы определяются решением уравнения:

$$\begin{cases} x_{2s} = 0, x_{3s} = 0, \dots, x_{n-1,s} = 0, x_{ns} = 0 \\ 3x_{2s}x_{1s}^2 - x_{2s}^3 - k_{12}(x_{1s}^2 + x_{2s}^2) + (k_1 - a_n)x_{1s} + (k_2 - a_{n-1})x_{2s} + 3x_{4s}x_{3s}^2 - \\ - x_{4s}^3 - k_{34}(x_{3s}^2 + x_{4s}^2) + (k_3 - a_{n-2})x_{3s} + (k_4 - a_{n-3})x_{4s} + \dots + 3x_{ns}x_{n-1,s}^2 - \\ - x_{ns}^3 - k_{n-1,n}(x_{ns}^2 + x_{n-1,s}^2) + (k_{n-1} - a_2)x_{n-1,s} + (k_n - a_1)x_{ns} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

Из (4) можно получить стационарное состояние, определяемое тривиальным решением системы (4):

$$x_{1s} = 0, x_{2s} = 0, \dots, x_{n-1,s} = 0, x_{ns} = 0, \quad (5)$$

и другие стационарные состояния, определяемые как:

$$x_{is} = \frac{k_i - a_{n-i+1}}{k_{i,i+1}}, x_{js} = 0 \text{ при } i \neq j, i = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$x_{i+1,s}^2 = \frac{-k_{i,i+1} - \sqrt{k_{i,i+1}^2 + 4(k_i - a_{n-i+2})}}{2}, x_{js} = 0 \text{ для } j \neq i+1; i = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$x_{i+1,s}^3 = \frac{-k_{i,i+1} + \sqrt{k_{i,i+1}^2 + 4(k_i - a_{n-i+2})}}{2}, x_{js} = 0 \text{ для } j \neq i+1; i = 1, \dots, n \quad (8)$$

Устойчивости стационарных состояний (5), (6), (7) и (8) системы (3) будем исследовать на основе предложенного подхода методом функции Ляпунова [5].

Рассмотрим устойчивость стационарного состояния (5). Полная производная по времени от вектор – функции Ляпунова будет равна [6]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} * \frac{dX}{dt} = & -x_2^2 - x_3^2 - \dots - x_n^2 - b_n^2 [k_{12}x_1^2 - 3x_2x_1^2 - (k_1 - a_n)x_1]^2 - \\ & - b_n^2 [x_2^3 + k_{12}x_2^2 - (k_2 - a_{n-1})x_2]^2 - b_n^2 [k_{34}x_3^2 - 3x_4x_3^2 - (k_3 - a_{n-2})x_3]^2 - \\ & - b_n^2 [k_{34}x_4^2 + x_4^3 - (k_4 - a_{n-3})x_4]^2 - \dots - \\ & - b_n^2 [k_{n-1,n}x_{n-1}^2 - 3x_nx_{n-1}^2 - (k_{n-1} - a_2)x_{n-1}]^2 - b_n^2 [x_n^3 + k_{n-1,n}x_n^2 - (k_n - a_1)x_n]^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) получаем, что полная производная по времени от вектор – функции Ляпунова будет знакоотрицательной функцией, следовательно достаточное условие асимптотической устойчивости системы (3) относительно стационарного состояния (5) выполняется.

Функцию Ляпунова в скалярной форме можно представить в виде [3,4,6]:

$$\begin{aligned} V(x) = & \frac{1}{3}b_n k_{12}x_1^3 - b_n x_2x_1^3 - \frac{1}{2}b_n(k_1 - a_n)x_1^2 + \frac{1}{4}b_n x_2^4 + \frac{1}{3}b_n k_{12}x_2^3 - \\ & - \frac{1}{2}b_n \left( k_2 - a_{n-1} + \frac{1}{b_n} \right) x_2^2 + \frac{1}{3}b_n k_{34}x_3^3 - b_n x_4x_3^3 - \frac{1}{2}b_n \left( k_3 - a_{n-2} + \frac{1}{b_n} \right) \times \\ & \times x_3^2 + \frac{1}{3}b_n k_{34}x_4^3 + \frac{1}{4}x_4^4 - \frac{1}{2}b_n \left( k_4 - a_{n-3} + \frac{1}{b_n} \right) x_4^2 + \dots + \frac{1}{3}b_n k_{n-1,n}x_{n-1}^3 - \\ & - b_n x_n x_{n-1}^3 - \frac{1}{2}b_n \left( k_{n-1} - a_2 + \frac{1}{b_n} \right) x_{n-1}^2 + \frac{1}{4}b_n x_n^4 + \frac{1}{3}b_n k_{n-1,n}x_n^3 - \end{aligned} \quad (10)$$

$$-\frac{1}{2} b_n \left( k_n - a_1 + \frac{1}{b_n} \right) x_n^2,$$

Условия положительной или отрицательной определенности функций (10) не очевидно, поэтому воспользуемся леммой Морса из теории катастроф [7]. По лемме Морса функцию Ляпунова (10) локально в окрестности стационарного состояния можем представить в виде квадратичной формы

$$\begin{aligned} V(x) = & -b_n(k_1 - a_n)x_1^2 - b_n \left( k_2 - a_{n-1} + \frac{1}{b_n} \right) x_2^2 - b_n \left( k_3 - a_{n-2} + \frac{1}{b_n} \right) x_3^2 - \\ & - b_n \left( k_4 - a_{n-3} + \frac{1}{b_n} \right) x_4^2 - \dots - b_n \left( k_{n-1} - a_2 + \frac{1}{b_n} \right) x_{n-1}^2 - b_n \left( k_n - a_1 + \frac{1}{b_n} \right) x_n^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Необходимое условие устойчивости стационарного состояния (5) будет определяться системой неравенств при  $b_n > 0$ :

$$\begin{cases} k_1 - a_n < 0, k_2 - a_{n-1} + \frac{1}{b_n} < 0, k_3 - a_{n-2} + \frac{1}{b_n} < 0, k_4 - a_{n-3} + \frac{1}{b_n} < 0, \dots \\ \dots, k_{n-1} - a_2 + \frac{1}{b_n} < 0, k_n - a_1 + \frac{1}{b_n} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Исследуем на робастную устойчивость стационарного состояния (6) на основе метода функции Ляпунова. Уравнения состояния (3) представим в отклонениях относительно стационарного состояния (6):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots = \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = [b_n 3x_2 x_1^2 - x_2^3 - k_{12}(x_1^2 + x_2^2) + 12(k_1 - a_n)x_1 x_2 - (k_2 - a_{n-1}) \times \\ \times x_2 - (k_1 - a_n)x_1 + 3x_3 x_4 - x_4^3 - k_{34}(x_3^2 + x_4^2) + 12(k_3 - a_n)x_3 x_4 - \\ - (k_3 - a_{n-2})x_3 + (k_4 - a_{n-3})x_4 + \dots + 3x_n x_{n-1}^2 - x_n^3 - k_{n-1,n} \times \\ \times (x_n^2 + x_{n-1}^2) + 12(k_n - a_1)x_n x_{n-1} - (k_{n-1} - a_2)x_{n-1} - (k_n - a_1)x_n] \end{cases} \quad (13)$$

Полная производная по времени от вектора — функции Ляпунова будет знакоотрицательной, следовательно достаточное условие асимптотической устойчивости состояния (6) будет всегда выполняться.

Функцию Ляпунова в скалярной форме получим:

$$\begin{aligned} V(x) = & -b_n x_2 x_1^3 + \frac{1}{3} b_n k_{12} x_1^3 - 3b_n(k_1 - a_n)x_2 x_1^2 + \frac{1}{2} b_n(k_1 - a_n)x_1^2 + \\ & + \frac{1}{4} b_n x_2^4 + \frac{1}{3} b_n k_{12} x_2^3 - 3b_n(k_1 - a_n)x_1 x_2^2 + \frac{1}{2} b_n(k_2 - a_{n-1})x_2^2 - \dots - \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
& -b_n x_n x_{n-1}^3 + b_n k_{n-1,n} x_{n-1}^3 - 3b_n (k_n - a_1) x_n x_{n-1}^2 + \frac{1}{2} b_n (k_{n-1} - a_2) x_{n-1}^2 + \\
& + \frac{1}{4} b_n x_n^4 + \frac{1}{3} b_n k_{n,n-1} x_n^3 - 3b_n (k_n - a_1) x_{n-1} x_n^2 - \frac{1}{2} b_n (k_n - a_1) x_n^2 - \\
& - \frac{1}{2} x_2^2 - \frac{1}{2} x_3^2 - \dots - \frac{1}{2} x_n^2
\end{aligned}$$

Условия положительной или отрицательной определенности функции (14) определить невозможно, поэтому воспользуемся леммой Морса и локально можно в окрестности точки стационарного состояния функцию (14) представить в виде квадратичной формы :

$$\begin{aligned}
V(x) \approx & \frac{b_n}{2} \left[ (k_1 - a_n) x_1^2 + \left( k_2 - a_{n-1} - \frac{1}{b_n} \right) x_2^2 + \left( k_3 - a_{n-2} - \frac{1}{b_n} \right) x_3^2 + \right. \\
& \left. + \left( k_4 - a_{n-3} - \frac{1}{b_n} \right) x_4^2 + \dots + \left( k_n - a_1 - \frac{1}{b_n} \right) x_n^2 \right] \quad (15)
\end{aligned}$$

Необходимое условие устойчивости стационарного состояния (6) будет определяться системой неравенств при  $b_n > 0$ :

$$\begin{cases} k_1 - a_n > 0, k_2 - a_{n-1} - \frac{1}{b_n} > 0, k_3 - a_{n-2} - \frac{1}{b_n} > 0, k_4 - a_{n-3} - \frac{1}{b_n} > 0, \dots \\ \dots, k_{n-1} - a_2 - \frac{1}{b_n} > 0, k_n - a_1 - \frac{1}{b_n} > 0 \end{cases} \quad (16)$$

Из системы неравенств (12) и (16) очевидно, что система управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости обеспечивает устойчивость системе (3) при любых изменениях неопределенных параметров.

#### Список использованных источников

1. Бесекерский В.А., Небылов А.В. Робастные системы автоматического управления. – М.: Наука, 1983. – 239 с.
2. Glover J. Robust stabilization of linear multivariable system: relation to approximation// Intern. J. Control. – 1986. – V.43. – №.3. – P.741 – 766.
3. Бейсенби М.А., Ускенбаева Г.А. Метод функции А.М.Ляпунова в исследовании робастной устойчивости линейных систем управления с одним входом и одним выходом. Труды международной научно – практической конференции «Информационные и телекоммуникационные технологии: Образование, наука, практика». Алматы. КазНТУ имени К.И. Сатпаева. 274 – 277 стр.
4. Beisenbi M.A., Abdurakhmanova L.G. Research of dynamic properties of parameter structurally stable maps by Lyapunov function// International Conference on Computer, Network and Communication Engineering (ICCNCE 2013). – Published by Atlantis Press, 2013. – p. 201 – 203.
5. Dorato P., Vedavalli Recent Advances in Robust Control. – New York: IEE Press 1990
6. Beisenbi M., Yermekbayeva J. The Research of the Robust Stability in Linear System// International Conference on Control, Engineering&InformationTechnology(CEIT'13), Sousse, Tunisia, 2013. – Proceedings of IPCO. – P.142 – 147.
7. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. В 2 – х томах, Т.1. – М.: Мир, 1984.

8. Абдуллин Р.З. и др Методы векторных функций Ляпунова в теории устойчивости / Под ред. А.А.Воронова, В.М.Матросова – М.: Наука, 1987.

УДК 685.5:620.91:621.484

**РАЗРАБОТКА ИЗМЕРИТЕЛЬНО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ  
КОМБИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ ЖИЛОГО  
ПОМЕЩЕНИЯ НА БАЗЕ ВОЗОБНОВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ**

**Ташибаева Айнур Ерланқызы**  
ainur\_1661@mail.ru

Студентка 4 курса Алматинского университета энергетики и связи, Алматы, Казахстан  
Научный руководитель – проф. С.Г.Хан

В настоящий момент в лаборатории АУЭС «Энергосбережение и нетрадиционные возобновляемые источники энергии» разрабатывается автоматизированная система экспериментальных исследований (АСЭИ) комбинированной системы энергоснабжения жилых помещений, расположенных в отдаленных уголках Республики Казахстан, где нет проложенных тепломагистралей или же газовых труб, а также нет централизованного электроснабжения. Данная система энергоснабжения включает в себя 2 системы, отражающие те задачи, которые она решает, - комбинированная система теплоснабжения и комбинированная система электроснабжения. АСЭИ комбинированной системы электроснабжения уже построена и внедрена в лабораторию. Задача, стоящая перед лабораторией в настоящее время момент - построение измерительно-управляющей системы (ИУС) комбинированной системы теплоснабжения (КСТ) на базе возобновляемых источников энергии (ВИЭ).

Для создания измерительно-управляющей системы был изучен объект управления, выявлены параметры для измерения и управления.

Основными составляющими выбранного объекта управления - КСТ являются возобновляемые источники энергии, установленные в вышеназванной лаборатории – тепловой насос «вода-вода», солнечный коллектор, а также дизель-генераторная установка (ДГУ), которая представляет из себя контур выработки тепла тригенерационной установки, которая является новейшей разработкой лаборатории, позволяющей вырабатывать 3 вида энергии -электричество, тепло и холод [1].

Известно, что по режиму потребления тепла в течение года различают две группы потребителей: сезонные, нуждающиеся в тепле только в холодный период года (например, системы отопления), и круглогодичные, нуждающиеся в тепле весь год (системы горячего водоснабжения) [2]. Объект управления - КСТ должна решать как задачи отопления, так и задачи горячего водоснабжения. Исходя из этого требования, был построен алгоритм работы системы (рисунок 1) в 2 режимах-«ЗИМА» (задача отопления + задача горячего водоснабжения) и «ЛЕТО» (только задача горячего водоснабжения).

Для запуска комбинированной системы теплоснабжения необходимо выбрать режим работы – «ЗИМА» или «ЛЕТО». В режиме «ЗИМА» для горячего водоснабжения и отопления, в КСТ предусмотрены солнечный коллектор, тепловой насос и ДГУ. Через некоторое время совместной работы солнечного коллектора и ДГУ включается цикл опроса датчиков, измеряющих температуру воды в баке-аккумуляторе ДГУ, в рубашке охлаждения дизельного двигателя в ДГУ, температуру воды на выходе солнечного коллектора, а также температуру выхлопных газов на выходе дизель - генератора. Если температура воды на выходе солнечного коллектора меньше 10 °C, то необходимо включить тепловой насос. После теплообмена с хладагентом в испарителе, вода с выхода солнечного коллектора снова поступает на его вход. Хладагент, после теплообмена с водой с выхода солнечного коллектора, начинает кипеть, затем производится его сжатие компрессором, в результате