



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2014»
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
IX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS
of the IX International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2014»**

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014».
– Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр.
(қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық
университеті, 2014

ТҰРАҚТАЛҒАН ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ЖӘНЕ ТЕРМО-ШЕКТІ ҰЗЫНДЫҚТАҒЫ СТЕРЖЕНЬГЕ ӘР ТҮРЛІ ЖЫЛУ КӨЗДЕРІ ӘСЕР ЕТКЕНДЕ ПАЙДА БОЛЫТЫН ТЕРМО-МЕХАНИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІ ЗЕРТТЕУ АЛГОРИТМІ ЖӘНЕ ӘДІСІ

Қалман Гүлжамал

Knay_b@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Ақпараттық технологиялар факультетінің 6М070400– есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету» мамандығының 2 курс магистранты, Астана,

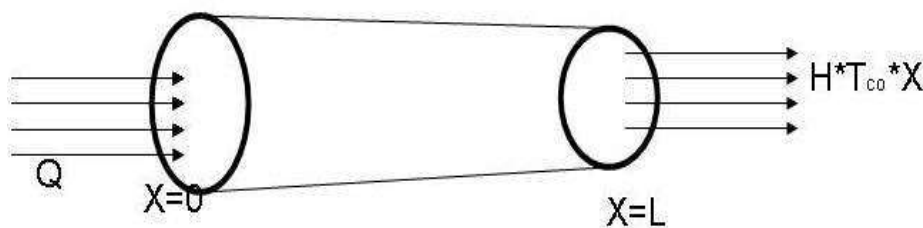
Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор

Кудайкулов .А.К

Мұнда энергияның сақталу заңынан пайдаланып бүйір беті толықтай изоляцияланған шекті ұзындықтағы горизонталь стерженьнің сол шетіндегі көлденең қима ауданына жылу ағыны түсіп, екінші шетіндегі көлденең қима ауданы арқылы оны орап тұрған сыртқы ортамен жылу алмасу болған жағдайда стержень ұзындығы бойынша тұрақталған жылу өрісі табылады. Сондай – ақ сол жылу көздері әсерінен стерженьнің созылу мөлшері табылады, одан соң егер сол стерженьнің екі шеті мықтап бекітілген жағдайда одан пайда болатын сығушы күш әр түрлі деформациялармен кернеулердің тұрақталған өрістері табылады.

Бізге ұзындығы $L[cm]$ болған, көлденең қима ауданы $F[cm^2]$ болып, ол ұзындық бойынша тұрақты горизонталь стержень берілген болсын. Бұл стерженьнің бүйір беті жылу өткізбейтын қабатпен қапталған болсын. Сол стерженьнің сол шетіндегі көлденең қима ауданына $q[\frac{BT}{cm^2}]$ жылу ағыны түсіп тұрған болсын, ал оның оң шетіндегі көлденең қима ауданы арқылы оны орап тұрған ортамен жылу алмассын. Мұнда жылу алмасу коэффициенті $h[\frac{BT}{cm^2 \cdot ^\circ C}]$, сыртқы ортаның температурасы $T_{co}[^\circ C]$ болсын. Мұнда стерженьнің көлденең қима ауданы әр түрлі формада болуы мүмкін. Мысалы: дөңгелек, эллипс, үшбұрыш, төртбұрыш, көпбұрыш және т.б болу мүмкін. Стержень материялының жылу өткізгіштік коэффициенті $K_{xx}[\frac{BT}{cm \cdot ^\circ C}]$, жылу кеңею коэффициенті $\alpha[\frac{1}{^\circ C}]$, ал стержень моделі $E[\frac{kg}{cm^2}]$. Берілген есептің сызбасы.



1-сурет бүйір беті толықтай изоляцияланған шекті ұзындықтағы горизонталь стержень.

Мынадай мәселені қарастыру керек .

1. Стержень ұзындығы бойынша тұрақталған жылу өрісін энергияның сақталу заңын пайдаланып табу керек.

1.1 Берілген стерженьнің ұзындығы бойынша тұрақталған жылу өрісі екінші дәрежелі полиноммен орнестейік. Яғни [1]

$$T(x) = ax^2 + bx + c, 0 \leq x \leq L; a, b, c = \text{const} \quad (1)$$

Мұнда $T(x=0) = T_i; T(x = \frac{L}{2}) = T_j; T(x=L) = T_k$.

Онда (1)-ден пайдаланып теңдеулер жүйесін құрамыз.

$$\begin{aligned} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c &= T_i \\ a \frac{L^2}{4} + b \frac{L}{2} + c &= T_j \\ a \cdot L^2 + b \cdot L + c &= T_k \end{aligned} \quad (2)$$

Бұдан a, b, c мәндерін анықтаймыз.

$$c = T_i \quad (3)$$

(2)-ны (3)-ге қойып мынадай жүйе аламыз.

$$\begin{aligned} aL^2 + 2bL &= 4T_j - 4T_i \\ aL^2 + b \cdot L &= T_k - 4T_i \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} bL &= 4T_j - T_k - 3T_i \\ b &= \frac{4T_j - 3T_i - T_k}{L} \end{aligned} \quad (5)$$

Осыдан (4)ны (2)-ші теңдеуге қойып a-ның мәнін табамыз

$$aL + \frac{4T_j + 3T_i - T_k}{L}, L = T_k - T_i \quad (6)$$

Енді (3) пен (6)-ны (1)-ге қойып $T(x)$ - ты анықтаймыз

$$T(x) = \left(\frac{2x^2}{L^2} - \frac{3x}{L} + 1 \right) \cdot T_i + \left(\frac{4x}{L} - \frac{4x^2}{L^2} \right) \cdot T_j + \left(\frac{2x^2}{L^2} - \frac{x}{L} \right) \cdot T_k \quad (7)$$

Мұндағы T_i, T_j, T_k мәндері әзірге белгісіз, Соңғы өрнеке мынадай белгілеулер енгіземіз.

$$\varphi_i(x) = \left(\frac{2x^2 - 3Lx + L^2}{L^2} \right), \varphi_j(x) = \left(\frac{4Lx - 4x^2}{L^2} \right), \varphi_k(x) = \left(\frac{2x^2 - Lx}{L^2} \right) \quad (8)$$

Бұл функцияларды аппроксимациялық сплайн функциялар деп атаймыз, Бұл функциялардың мынадай қасиеттеі бар.

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 1, x=0 \\ 0, x=\frac{L}{2} \\ 0, x=L \end{cases} \quad \varphi_j(x) = \begin{cases} 0, x=0 \\ 1, x=\frac{L}{2} \\ 0, x=L \end{cases} \quad \varphi_k(x) = \begin{cases} 0, x=0 \\ 0, x=\frac{L}{2} \\ 1, x=L \end{cases} \quad (9)$$

Сондай-ақ

$$\begin{aligned} \varphi_i(x) + \varphi_j(x) + \varphi_k(x) &= \frac{2x^2 - 3Lx + L^2 + 4Lx - 4x^2 + 2x^2 - Lx}{L^2} = 1 \\ \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} &= \frac{4x - 3L}{L^2}; \\ \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} &= \frac{4L - 8x}{L^2}; \\ \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} &= \frac{4x - L}{L^2}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} = \frac{4x - 3L + 4L - 8x + 4x - L}{L^2} = 0 \quad (11)$$

Онда (7,8,11)-ден пайдаланып стержень ұзындығы бойынша температура градиентін табуға болады.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{dx} = \frac{4x - 3L}{L^2} * T_i + \frac{4L - 8x}{L^2} T_j + \frac{4x - L}{L^2} * T_k, 0 \leq x \leq L \quad (12)$$

Зерттеліп жатқан мәселе үшін толық жылу энергияны өрнектейтін функционалды формуласы.

$$J = \int_{s(x=0)} q T ds + \int_{s(x=1)} (T - T_{co})^2 ds + \int_v \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 dv \quad (13)$$

Мұнда $s(x=0)$, $s(x=1)$ стерженьнің сол және оң көлденең қима аудандары, V стержень көлемі. Енді J -нің өрнегіндегі әр бір интегралды бөлек-бөлек зерттейік.

$J_1 = \int_{s(x=0)} q T ds$ - бұл стерженьнің сол шетіндегі көлденең қима ауданы арқылы стерженьнің ішіне кіретін жылу мөлшері.

$$J_1 = \int_{s(x=0)} q T = F * q * T_i - \text{мұндағы } F - \text{ стерженьнің сол шетіндегі көлденең қима ауданы.}$$

Енді (13)-өрнектегі екінші интегралды зерттейміз.

$J_2 = \int_{s(x=2)} \frac{h}{2} (T - T_{co})^2 ds$ - бұл стерженьнің оң шетіндегі көлденең қима ауданы арқылы, сол ауданы орап тұрған мұхитқа стерженьнен өтетін жылу мөлшерін береді, J_2 мәні мынадай болады.

$$J_2 = \int_{s(x=0)} \frac{h}{2} (T - T_{co})^2 ds = \frac{Fh}{2} (T_k - T_{co})^2 \quad (15)$$

Мұнда F Стерженьнің оң шетіндегі көлденең қима ауданы. (13)-ны формуладағы соңғы көлем бойынша интеграл.

$$J_3 = \int_v \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 dv$$

бұл стержень көлемінде шоғырланған жылу мөлшері. Стержень үшін J_3 -ді былайша жазуға болады.

$$j_3 = \int_v \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 dv = \frac{F * K_{xx}}{2} \int_0^l \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 dx = \frac{F * K_{xx}}{L^2} \int_0^l \left[\frac{4x - 3L}{L^2} * T_i + \frac{4L - 8x}{L^2} * T_j + \frac{4x - L}{L^2} * T_k \right]^2 dx$$

Бұл өрнектің интегралданған көрінісі мынадай болады.

$$J_3 = \frac{FK_{xx}}{6L} (7T_i^2 - 16T_i T_j + 2T_j T_k + 16T_j^2 + T_k^2) \quad (17)$$

Енді J_1, J_2, J_3 -терді (13)-ке қойсақ J -дің интегралданған мәнін аламыз.

$$J = F * q * T_i + \frac{Fh}{2} (T_k - T_{co})^2 + \frac{FK_{xx}}{6L} (7T_i^2 - 16T_i T_j + 2T_j T_k - 16T_j^2 + T_k^2) \quad (18)$$

Бұл өрнекте жақша ішіндегі температурлар алдындағы коэффициенттер қосындысы нөлгетен, Бұл теңдік алынған өрнекте энергияның сақталу заңы орындалып тұрғанын білдіреді.

Енді (13)-және (18)-дегі шешуші өлшем бірліктерді қарап көрейік. Мысалы (13)өрнектегі өлшем бірліктер мынадай болады

$$J = \left[\frac{Bt}{cm^2} \cdot ^\circ C \cdot cm^2 \right] + \left[\frac{Bt}{cm^2 \cdot ^\circ C} \cdot ^\circ C \cdot cm^2 \right] + \left[\frac{Bt}{cm \cdot ^\circ C} \cdot \frac{^\circ C^2}{cm^2} \cdot cm^3 \right] = [Bt \cdot ^\circ C]$$

Сонымен (18)-функционалды өрнегі біз зерттемекші болған стерженьдегі тұрақталған жылу мөлшерін білдіреді. Егер біз іздеп жатқан $T=T(x)$ жылу өрісі мәселеміздің шешімі болса онда ол J функционалдыға минимум беруі керек. Осы заңдылықты пайдалана отырып мынадай шешуші теңдеулер жүйесін құруға болады.

$$\begin{aligned}\frac{\partial j}{\partial T_i} = 0 &\Rightarrow Fq + \frac{F \cdot K_{xx}}{6L} (14T_i - 16T_j + 2T_k) = 0 \\ \frac{\partial j}{\partial T_j} = 0 &\Rightarrow (-16T_i - 16T_k + 32T_j) = 0 \\ \frac{\partial j}{\partial T_k} &\Rightarrow FqT_k - FqT_{co} + \frac{F \cdot K_{xx}}{6L} (2T_i - 16T_j + 14T_k) = 0\end{aligned}$$

Бұл теңдеулер алынған шешуші теңдеулер жүйесінде энергияның сақтау заңының орындалып тұрғанының белгісі болып табылады. Енді (19) өрнектегі T_i, T_j, T_k мәнін табамыз.

$$T_i = T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}}; T_j = T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2K_{xx}}; T_k = T_{co} - \frac{q}{h}; \quad (20)$$

Табылған мәндерді (7)-ге қойып стержень ұзындығы бойынша тұрақталған жылу өрісін табамыз.

$$T = T(x, T_{co}, q, h, L, K_{xx}) = (T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}}) + \frac{q}{h} * x; 0 \leq x \leq L \quad (21)$$

табылған анықтамалық шешім 6 нормаметрге тәуелді болады екен, Мұнда $A = (T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2K_{xx}}); B = \frac{q}{K_{xx}}$ белгілеулер енгіземіз. Онда стержень ұзындығы бойынша тұрақталған жылу өрісі сызықты болады.

$$T(x, T_{co}, q, h, L, K_{xx}) = A + B * x \quad (22)$$

Мұндағы q -дің мәні теріс таңбалы. Ал T_{co}, h, L, K_{xx} оң мәнді болады. Стержень ұзындығы бойынша тұрақталған жылу өрісі екінші дәрежелі толық полиноммен өрнектегенде ол сызықты, Бұған себеп энергияның сақталу заңын қолданғанымыз болды.
2. Стержень тұрақталған жылу өрісі әсерінен созылуы.

Зерттеліп жатқан горизонталь стерженьнің сол шеті мықтап бекітілген, оң шеті бос болсын. Онда ол стержень тұрақталған жылу өрісі әсерінен созылады. Оның созылу мөлшері жылу физикасы заңына сәйкес мынадай болады.

$$\Delta L_T = \int_0^L \alpha * T(x) dx \quad (23)$$

Мұнда α - стержень материялының жылудан кеңею коэффициенті. Жалпы жағдайда α температураның мәніне тәуелді болады, $\alpha = \alpha(T(x))$ тәуелділік функционалдық байланыс орнатылады. Онда стерженьнің ұзындығы :

$$\Delta L_T = \int_0^L \alpha * T(x) * T(x) dx \quad (24)$$

Ал температураның мәні аса жоғары болмаса, онда $\alpha = \text{const}$ деп аламыз,

Оның ұзындығы мынадай болады. $\Delta L_T = \int_0^L \alpha * T(x) dx$ Онда біздің мысалда стерженьнің тұрақталған жылу өрісі әсерінен ұзаруы (22,25) өрнектердің көлемімен былайша табылады.

$$\Delta L_T = \Delta L_T(\alpha, T_{co}, q, h, L, K_{xx}) = \alpha * L \left[\left(T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{q * L}{K_{xx}} \right) + \frac{q * L}{2K_{xx}} \right] \quad (26)$$

Мұнда тұрақталған жылу өрісі әсерінен стерженьнің ұзындығы $\alpha, T_{co}, q, h, L, K_{xx}$ параметрлердің мәндеріне тәуелді болады.

Қолданылған әдебиет

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов -М.: Мир, 1979.-426.
2. Zhaofengqun,Wangzhongmin,Liuhongzhao.Thermal post-bulking analyses of pulbionally graded material rod[J].China Applied mathematics and mechanics, 2007,1:53-60.
3. Lishirong,Chengshangyue.Analysis of thermal post-bulking of heated elastic rods[J]. China Applied mathematics and mechanics, 2000,2:119-125.

УДК 004.05:006

ЕКІ ШЕТІ БЕКІТІЛГЕН СТЕРЖЕНЬДЕ ТҰРАҚТАЛҒАН ЖЫЛУ ӨРІСІ ӘСЕРІНЕН ПАЙДА БОЛАТЫН СЫҒУШЫ КҮШ МӨЛШЕРІН ЗЕРТТЕУ АЛГОРИТМІ ЖӘНЕ ӘДІСІ

Қалман Гүлжамал

Knay_b@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Ақпараттық технологиялар факультетінің 6M070400– есептеу техникасы және бағдарламалық камтамасыз ету» мамандығының 2 курс магистранты, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор
Кудайкулов .А.К

Мұнда энергияның сақталу заңынан пайдаланып бүйір беті толықтай изоляцияланған шекті ұзындықтағы горизонталь стерженьнің жылу көздері әсерінен стерженьнің созылу мөлшері табылады, одан соң егер сол стерженьнің екі шеті мықтап бекітілген жағдайда одан пайда болатын сығушы күш әр түрлі деформациялармен кернеулердің тұрақталған өрістері табылады.

Біз зерттеп жатқан стерженьнің екі шеті мықтап бекітілген болсын, онда тұрақталған жылу өрісі әсерінен сығушы күш пайда болады (1-суретте)



1-сурет. Екі шеті бекітілген стерженьдегі пайда болған сығушы күштер
Бұл мәселеде күштердің тепе-теңдік теңдеуін құрамыз.

$$R_A - R_B = 0 \quad (1)$$

Мұнда (1) теңдеуде екі белгісіз болсын, бұл мәселе статикалық анықталмаған мәселе болып табылады, сондақтанда бұл мәселені шешу үшін мынадай амал етеміз. Алдымен сол шеті бекітілген, ал оң шеті бос болсын оған оның өсі бойынша бағытталған сығушы күш әсеріндегі стерженьді қарастырамыз(сурет 3)