УДК 524.834

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛОСКОЙ ВСЕЛЕННОЙ С НЕМИНИМАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ И ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ НЁТЕР

Сайфуллаев Бақдәулет Абдусалықұлы
06122000sb@gmail.com
Студент 4 курса ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – А.Алтайбаева

Изучаем пространственно-однородную и изотропную космологическую модель в гравитационной теории $f(R)$ гравитации с неминимальнымсвязаннымс скалярным полем. Применим подход теоремы Нётер для определения вида функции связи $h(\varphi)$, потенциальную энергию $V(\varphi)$ и функцию $f(R)$. В конце работы получим точные решения для космологических параметров. Раннее космологические модели в теории $f(R)$ гравитации были рассмотрены в работах [1,2]. Космологические модели в теории $f(R)$ гравитации и скалярным полем рассмотрены в работе [3].

Действие для космологической модели со скалярным полем, где гравитационное поле неминимальновзаимодействует со скалярным полем φ запищим как

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[h(\varphi)f(R)-\lambda\left(R-6\frac{\ddot{a}}{a}-6\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)+\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial x_\nu}-V(\varphi)\right], \tag{1}$$

где g является дискриминантом метрического тензора $g_{\mu\nu}$, $h(\varphi)$ является функцией связи, $f(R)$является некой функцией от R и $V(\varphi)$ является потенциальной энергией. Также здесь рассмотрим пространственно-временную метрику Фридмана-Робертсона-Уокера

$$ds^2=-dt^2+a^2(t)\left(dx^2+dy^2+dz^2\right), \tag{2}$$

где $a(t)$является масштабным фактором.

Используя метрику (2) и действие (1) можно определить функцию Лагранжа для рассматриваемой модели

$$L = a^3hf - a^3hf_R R - 6a\dot{a}^2hf_R - 6a^2\dot{a}h'f_R\dot{\varphi} - 6a^2\dot{a}hf_{RR}\dot{R} + \frac{1}{2}a^3\dot{\varphi}^2 - a^3V\,. \tag{3}$$

Получим следующие полевые уравнения

$$hf_R\left(6\frac{\dot{a}^2}{a} + 6\frac{\dot{a}}{a}\frac{h'}{h}\dot{\varphi} - R\right) + 6\frac{\dot{a}}{a}hf_{RR}\dot{R} + hf - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V = 0\,, \tag{4}$$

$$\begin{gathered} 2hf_{RRR}\dot{R}^2 + 2h\left[\left(2\frac{\dot{a}}{a} + 2\frac{h'}{h}\dot{\varphi}\right)\dot{R} + \ddot{R}\right]f_{RR} + \\ + 2h\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{h'}{h}\dot{\varphi} + \frac{h''}{h}\dot{\varphi}^2 + \frac{h'}{h}\ddot{\varphi} - \frac{1}{2}R\right)f_R + hf + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V = 0, \end{gathered} \tag{5}$$

$$\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi} + V' - \left(6\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 6\frac{\ddot{a}}{a} - R\right)h'f_R - h'f = 0\,. \tag{6}$$

Ниже для решения системы уравнения (4)-(6) применим подход теоремы Нётер. С помощью, которого получим частные решения для функции связи $h(\varphi)$, потенциальную энергию $V(\varphi)$ и функцию $f(R)$.

Теорема Нётер удовлетворяет следующему выражению

$$XL = 0\,, \tag{7}$$

Здесь генератор симметрии X определяется как

$$X = \alpha\frac{\partial}{\partial a} + \beta\frac{\partial}{\partial R} + \gamma\frac{\partial}{\partial\varphi} + \dot{\alpha}\frac{\partial}{\partial\dot{a}} + \dot{\beta}\frac{\partial}{\partial\dot{R}} + \dot{\gamma}\frac{\partial}{\partial\dot{\varphi}}\,,$$

где

$$\dot{\alpha} = \dot{a}\frac{\partial\alpha}{\partial\dot{a}} + \dot{R}\frac{\partial\alpha}{\partial\dot{R}} + \dot{\varphi}\frac{\partial\alpha}{\partial\dot{\varphi}}\,,$$

$$\dot{\beta} = \dot{a}\frac{\partial\beta}{\partial\dot{a}} + \dot{R}\frac{\partial\beta}{\partial\dot{R}} + \dot{\varphi}\frac{\partial\beta}{\partial\dot{\varphi}}\,,$$

$$\dot{\gamma} = \dot{a}\frac{\partial\gamma}{\partial\dot{a}} + \dot{R}\frac{\partial\gamma}{\partial\dot{R}} + \dot{\varphi}\frac{\partial\gamma}{\partial\dot{\varphi}}\,.$$

Тогда получим следующую систему уравнения

$$\alpha + \beta a\frac{f_{RR}}{f_R} + \gamma a\frac{h_\varphi}{h} + 2a\frac{\partial\alpha}{\partial a} + a^2\frac{f_{RR}}{f_R}\frac{\partial\beta}{\partial a} + a^2\frac{h_\varphi}{h}\frac{\partial\gamma}{\partial a} = 0\,, \tag{8}$$

$$\alpha + \frac{2a}{3}\frac{\partial\gamma}{\partial\varphi} + 4h_{\varphi} f_R \frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} = 0, \tag{9}$$

$$6a^2 h f_{RR} \frac{\partial\alpha}{\partial R} = 0, \tag{10}$$

$$\alpha + \beta\frac{a}{2}\frac{f_{RR}}{f_R} + \gamma\frac{a}{2}\frac{h_{\varphi\varphi}}{h_{\varphi}} + \frac{a}{2}\frac{\partial\alpha}{\partial a} + \frac{h}{h_{\varphi}}\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} + \frac{1}{2}\frac{h}{h_{\varphi}}\frac{f_{RR}}{f_R}\frac{\partial\beta}{\partial\varphi} + \frac{a^3}{12 f_R h_{\varphi}}\frac{\partial\gamma}{\partial a} + \frac{a}{2}\frac{\partial\gamma}{\partial\varphi} = 0, \tag{11}$$

$$\alpha + \beta\frac{a}{2}\frac{f_{RRR}}{f_{RR}} + \gamma\frac{a}{2}\frac{h_{\varphi}}{h} + \frac{a}{2}\frac{\partial\alpha}{\partial a} + \frac{f_R}{f_{RR}}\frac{\partial\alpha}{\partial R} + \frac{a}{2}\frac{\partial\beta}{\partial R} + \frac{a}{2}\frac{h_{\varphi}}{h}\frac{f_R}{f_{RR}}\frac{\partial\gamma}{\partial R} = 0, \tag{12}$$

$$6h f_{RR}\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} + 6h_{\varphi} f_R \frac{\partial\alpha}{\partial R} + a\frac{\partial\gamma}{\partial R} = 0, \tag{13}$$

$$3\alpha\left(f + f_R R\right) + a\beta\left(2 f_R + f_{RR} R\right) + \gamma a\frac{h'}{h}\left(f + f_R R\right) = 0, \tag{14}$$

$$3\alpha V - \gamma a V' = 0. \tag{15}$$

Получим частные решения для генераторов

$$\alpha = \alpha_0 a^n, \tag{16}$$

$$\beta = -3\alpha\frac{\left(f + f_R R\right)}{a\left(2 f_R + f_{RR} R\right)}\left(1 + \frac{h'V}{hV'}\right), \tag{17}$$

$$\gamma = -\frac{3}{2}\alpha_0 a^{n-1}\varphi, \tag{18}$$

И решения для функции

$$h = h_0 V_0 \varphi^{\frac{2(n+2)}{3(n+1)}}, \tag{19}$$

$$V = V_0\varphi^{-2}, \tag{20}$$

$$f(R) = C_1 R. \tag{21}$$

Далее подставляя решения (19), (20) и (21) в уравнение (4) получим

$$6\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{4(n+2)}{n+1}\frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{h_0}\varphi^{-\frac{2(n+2)}{3(n+1)}} = 0. \tag{22}$$

Рассмотрим частное решение масштабного фактора в виде $a(t) = t^{\alpha}$, где α некая константа. Тогда уравнение (22) при $n = 1$ примет вид

$$\varphi(t) = \frac{1}{6h_0\alpha^2}t^2 - \frac{4}{9\alpha}t. \tag{23}$$

Таким образом в данной работе нами рассмотрена модель плоской и однородной Вселенной Фридмана в теории $f(R)$ гравитации с неминамальным взаимодействием скалярного и гравитационного поля. Получены полевые уравнения и для их решения был применен подход теоремы Нётер. Получены частные решения для масштабного фактора в виде $a(t) = t^\alpha$ и скалярного поля φ, как $\varphi(t) = \frac{1}{6h_0\alpha^2}t^2 - \frac{4}{9\alpha}t$.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан АР14869583.

Список использованных источников

1. Bekov S., Myrzakulov K.R., Gomez D.S-C. General Slow-Roll Inflation in $f(R)$ Gravity under the Palatini Approach // Symmetry. – 2020. – Vol. 12. – P. 1958. Published: 26 November 2020. (impact factor 2019 = 2.645).

2. Karmakar S., Myrzakulov K.R., Chattopadhyay S., Myrzakulov R. Reconstructed $f(R)$ Gravity and Its Cosmological Consequences in the Chameleon Scalar Field with a Scale Factor Describing the Pre-Bounce Ekpyrotic Contraction // Symmetry. – 2020. – Vol. 12, No. 9. – P. 1559.

3. Kleidis K., Oikomou V.K. Scalar Field Assisted $f(R)$ Gravity Inflation // International Journal of Geometry. – 2018. – Vol. 15. – P.08.