ӘОЖ 524.4; 524.82; 524.83; 524.85

ТҰТҚЫР СҰЙЫҚТЫҒЫ БАР СТАРОБИНСКИЙ МОДЕЛІ

Шарлез Ақмарал Қанатқызы
sharlezakmaral.98@gmail.com
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 2 курс магистранты,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Мырзақұл Ш.Р.

Бұл жұмыста Фридман-Робертсон-Уокердің (ФРУ) біртекті Старобинскийдің моделі қарастырылады. Сәйкес қозғалыс теңдеулері анықталып, масштабты фактор шешімі алынады. Сонымен қатар, Хаббл параметрі, күй теңдеуінің параметрі және тежеу параметрі сияқты космологиялық параметрлер табылды. Алынған нәтижелер күңгірт энергия модельдерін қанағаттандырады және Ғаламның эволюциясын кейінгі уақытта сипаттауға мүмкіндік береді.

Әсер және қозғалыс теңдеулері

Бұл бөлімде біз ФРУ метрикасы үшін Старобинскийдің моделін қарастырамыз. Жалпы, $F(R)$ гравитациясы әсер арқылы көрінеді

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2k}F(R) + L_m\right), \qquad (1)$$

мұндағы $k = \frac{8\pi G}{c^4}$, g -метрикалық тензордың $g_{\mu\nu}$ анықтаушысы, $F(R)$-Риччи скалярының кейбір функциясы R, ал L_m – материя Лагранжиан. $F(R)$ функциясының Риччи скалярына тәуелділігі осы жұмыста Старобинский $F(R) = \alpha R + \beta R^2$ моделіне ұқсас беріледі, бұл жердегі $\alpha, \beta = const$. Содан кейін (1) әсерімен бірге Фридман-Робертсон-Уокер метрикасын қарастырамыз

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right), \tag{2}$$

мұндағы $a(t)$-тек t уақытқа байланысты масштабты фактор. Бұл метрика үшін бізде келесі өрнектерді қарастырамыз

$$\sqrt{-g} = a^3,\ R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right),$$

мұндағы таңбадағы нүкте t уақыт бойынша дифференциалды білдіреді.

Сондықтан метрика үшін (2) әсерді (1) келесі түрде қайта жазуға болады

$$S = \int d^4 x a^3 \left[\alpha R + \beta R^2 - \lambda\left(R - 6\frac{\ddot{a}}{a} - 6\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)\right]. \tag{3}$$

Бұл әрекетті R-ге қатысты вариация арқылы өзгерте отырып, біз Лагранжианың көбейткішін λ деп анықтай аламыз

$$\lambda = \frac{\mathrm{d}\, F(R)}{\mathrm{d}\, R} = \alpha + 2\beta R.$$

Сондықтан біз нүктелік Лагранжианды келесідей жаза аламыз

$$L = \beta R^2 a^3 + 12a^2 \dot{a}\beta\dot{R} + 6\left(\alpha + 2\beta R\right)a\dot{a}^2. \tag{4}$$

Эйлер-Лагранж теңдеуін қолдана отырып, Фридман қозғалыс теңдеулерін табамыз

$$R = 6\dot{H} + 12H^2, \tag{6}$$
$$p = \left(-2\dot{H} - 3H^2\right), \tag{7}$$

біз енді нөлдік энергия шартын қолданып, Фридман теңдеуін анықтаймыз

$$\rho = 3H^2, \tag{8}$$

мұндағы $H = \dfrac{\dot{a}}{a}$ – Хаббл параметрі.

Қарастырып отырған моделіміз үшін қысым

$$p = \frac{-\dfrac{\beta R^2}{2} + 2\beta\ddot{R} + 4\beta\dot{R}H}{\alpha + 2\beta R}, \tag{9}$$

ал энергия тығыздығымыз былай анықталады

$$\rho = \frac{R^2\beta}{2(\alpha+2\beta R)} - \frac{6H\beta\dot{R}}{\alpha+2\beta R}. \qquad (10)$$

Егер (8) бен (10) теңдеулерін теңістірсек онда мына теңдеуді аламыз

$$\dot{R} - \frac{1}{12H}R^2 + HR + \frac{\alpha}{2\beta}H = 0. \qquad (11)$$

Біртекті емес тұтқыр сұйықтықтық моделі

Фридман теңдеулеріне енгізілген қысым p және энергия тығыздығы ρ сақталу заңын

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \qquad (12)$$

қанағаттандыруы қажет.

Моделіміз үшін біртекті емес тұтқыр сұйықтықтың күй теңдеуінің жалпы түрін зерттейміз [1]-[3]

$$p = \omega(\rho)\rho - B(a(t), H, \dot{H}, ...), \qquad (13)$$

мұндағы $\omega(\rho)$ күй теңдеуінің параметрлері энергия тығыздығына тәуелді болуы мүмкін, ал массалық тұтқырлық $B(a(t), H, \dot{H}, ...)$ оның аргументтерінің функциясы болып табылады. Біз тұтқыр сұйық үшін [4] жұмысындағыдай $B(a(t), H, \dot{H}, ...) = \xi(H)$ деп қарастырамыз

$$p = \omega(\rho) - 3H\xi(H). \qquad (14)$$

осылайша, $\xi(H)$ – көлемдік тұтқырлық болып табылады.

Сонымен (14) теңдеудегі қысымды (13) энергияның сақталу заңына қойсақ, тұтқыр сұықтықты сипаттайтын қосымша қозғалыс теңдеуін аламыз.

Нәтижесінже біздің қозғалыс теңдеулер жүйеміз

$$\dot{\rho} + 3H\rho(1 + \omega(\rho)) = 3H\xi(H), \qquad (15)$$

$$\rho = 3H^2 = \frac{\frac{\beta R^2}{2} - 6H\beta\dot{R}}{\alpha + 2\beta R}, \qquad (16)$$

$$R = 6\dot{H} + 12H^2, \qquad (17)$$

$$p = \frac{\left(-\frac{\beta R^2}{2} + 2\beta\ddot{R} + 4\beta\dot{R}\right)}{(\alpha + 2\beta R)}. \qquad (18)$$

Біз енді осы берілген қозғалыс теңдеулеріне байланысты екі жағдайды қарастырамыз. Осы шыққан формуларды түрлендіреміз.

Термодинамикалық себептерге байланысты (13) $\xi(H)$ әдетте оң мән ретінде таңдалады. Сондықтан Хаббл параметрін сандық немесе дәл шешу үшін тұтқырлықтың әртүрлі формаларын қолдануға болады. Әрі қарай, біз тұтқырлық параметрінің $\xi(H)$ бір түрін қарастырамыз.

Бірінші жағдай:

$$\omega = const, \; \xi(H) = const$$

Бұл жағдайда $\xi(H) = \xi_0 = const$ болғанда, (5), (6) және (7) теңдеулер көмегімен (15) теңдеу келесіге келтіріледі

$$\dot{H} = -\frac{3}{2}(\omega+1)H^2 + 3\xi_0 H. \tag{19}$$

Қозғалыс теңдеулерін пайдаланып шыққан нәтижелеріміз

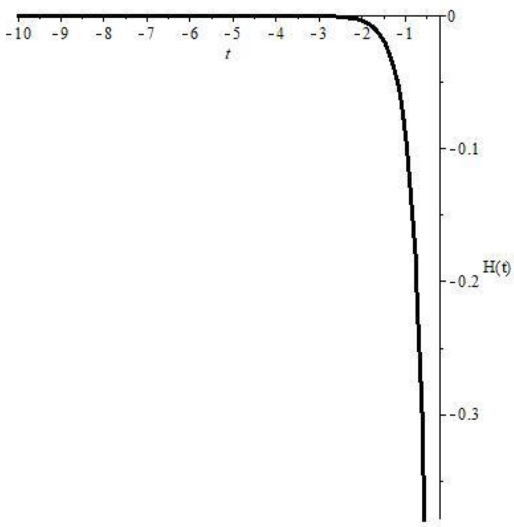
$$H = \frac{2\xi_0}{1+\omega - e^{-3\xi_0(t-t_0)}}. \tag{23}$$

Вакуумдық жағдай үшін $\omega = -1$ және ерте Әлемді қарастырсақ, онда уақыт $t_0 \cong 0$, яғни

$$H = -\frac{2\xi_0}{e^{-3\zeta_0 t}}. \tag{24}$$

Осы шешімді (17) қойып қисықтық скалярының уақытқа тәулділігін анықтап, (11) $\alpha = 1$, $\beta = 1, \xi_0 = 1$ мәндерін қойып шешсек, Старобинский моделі үшін Хаббл параметірін анықтаймыз

$$H = -10\frac{\left(-18e^{-3t} + \sqrt{6}\sqrt{e^{-3t}\left(55e^{-3t} - 120\right)}\right)e^{3t}}{-120 + e^{-3t}}. \tag{25}$$



1-сурет. $\xi = \xi_0$ жағдайы үшін Хаббл параметрінің динамикасы.

Осылайша, бұл жұмыста біз жазық және біртекті Әлем үшін Старобинский моделінің кейбір космологиялық шешімдерін қарастырдық. Бірінші бөлімде біз гравитация теориясына қысқаша кіріспе бердік. Фридман-Робертсон-Уолкер метрикасы үшін Лагранж функциясы анықталып, Эйлер-Лагранж теңдеулері мен Гамильтонның энергетикалық шарты арқылы сәйкес қозғалыс теңдеулері анықталды. Көріп отырғанымыздай, бұл теңдеулер жоғары ретті сызықты емес дифференциалдық теңдеулер болып табылады, олардың шешімі күрделі есеп болып табылады. Әрі қарай, осы нәтижені қолдана отырып, біз Хаббл H параметрін мен қозғалыс теңдеу R оңай анықтадық.

Қортылай келгенде $\xi = \xi_0$ жағдай үшін Хаббл параметрі теріс мәнге ие және уақыт өте гиппербола бойымен азаяды. Хаббл параметіріне пропорционал тұтқырлық үшін алынған шешімді талдайтын болсақ, белгілі бір уақытта Әлемнің үдемелі кеңеюі, лезде үдемелі сығылу процесіне ауысады. Бірақ нәтижесінде де Ситтер шешімі ұқсап, нөлге шексіз жақындайды, яғни Әлем үдемелі кеңеюін тоқтатады.

Бұл жұмыс № AP08052197 грантымен Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігімен қаржыландырылған.

Автор тапсырма қойғаны үшін өзінің ғылыми жетекшісі ф.-м.ғ.к., PhD, доцент Мырзақұл Ш.Р. алғысын білдіреді.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

[1] Bamba K., Razina O., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Cosmological evolution of equation of state for dark energy in G-essence models. International Journal of Modern Physics D. 22 1350023 (2013). [arXiv:1203.2804]

[2] Razina O., Kulnazarov I., Yerzhanov K., Tsyba P., Myrzakulov R. Einstein-Cartan gravity with scalar-fermion interactions. Central European Journal of Physics, 10, N1, 47-50 (2012). [arXiv:1012.5690]

[3] Yerzhanov K.K., Tsyba P.Yu., Myrzakul Sh.R., Kulnazarov I.I., Myrzakulov R.

[4] Singh C.P., Kumar P. Friedmann model with viscous cosmology in modified gravity theory. General Relativity and Quantum Cosmology, 8, (2014). [arXiv:1406.4258]